Easy Math Notes

Unit #1 Complex Numbers

New 10^{th}

Muhammad Ijaz Ahmad M.Sc Math
GHS NOURANG SHAH
0300,0313 7335154

Muhammad Ammar Yasir Madni
BS Math
03000 831454

$07\frac{04}{2026}$

Exercise 1.1

QNo:1 Simplify following مختصر کریں

(i) i^5

$= i^4 \cdot i$

$= (i^2)^2 \cdot i$

$= (-1)^2 \cdot i$

$= 1 \cdot i$

$= i$

(ii) i^{16}

$= (i^2)^8$

$= (-1)^8$

$= 1$

(iii) $(-i)^{-19}$

$= \frac{1}{(-i)^{19}} = \frac{1}{(-1i)^{19}}$

$= \frac{1}{(-1)^{19} i^{19}} = \frac{1}{(-1) i^{18} \cdot i}$

$= \frac{1}{(-1)(i^2)^9 \cdot i}$

$= \frac{1}{(-1)(-1)^9 \cdot i}$

$= \frac{1}{(-1)(-1) i} = \frac{1}{i}$

$= \frac{1}{i} \times \frac{i}{i} = \frac{i}{i^2}$

$= \frac{i}{-1} = -i$

(iv) $27 i^{-26}$

$= \frac{27}{i^{26}}$

$= \frac{27}{(i^2)^{13}}$

$= \frac{27}{(-1)^{13}}$

$= \frac{27}{-1}$

$= -27$

(v) $i^{11} + i^5$

$= i^{10} \cdot i + i^4 \cdot i$

$= (i^2)^5 \cdot i + (i^2)^2 \cdot i$

$= (-1)^5 \cdot i + (-1)^2 \cdot i$

$= -1i + 1i$

$= 0$

(vi) $(i^4 + i^3 + i^2 + i)^2$

$= ((i^2)^2 + i^2 \cdot i + (-1) + i)^2$

$= ((-1)^2 + (-1)i - 1 + i)^2$

$= (+\cancel{1} - \cancel{i} - \cancel{1} + \cancel{i})^2$

$= (0)^2 = 0$

(vii) $\left(\frac{i^8}{i^5}\right)^{-5}$

$= \left(\frac{i^5}{i^8}\right)^5$

$= \left(\frac{1}{i^{8-5}}\right)^5$

$= \left(\frac{1}{i^3}\right)^5$

$= \frac{1}{i^{15}}$

$= \frac{1}{i^{14} i}$

$= \frac{1}{(i^2)^7 \cdot i}$

$= \frac{1}{(-1)^7 \cdot i}$

$= \frac{1}{-1i}$

$= -\frac{1}{i} \times \frac{i}{i}$

$= \frac{-i}{i^2}$

$= \frac{-i}{-1}$

$= i$

(viii) $i^{13} \times i^{29}$

$= i^{13+29}$ $\quad \because a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$= i^{42}$

$= (i^2)^{21}$

$= (-1)^{21}$

$= -1$

① QNo:2 Write in terms of i کی شکل میں لکھیں i

(i) $2 + \sqrt{-4}$

$= 2 + \sqrt{-1 \times 4}$

$= 2 + \sqrt{-1}\sqrt{4}$

$= 2 + i(2)$

$= 2 + 2i$

(ii) $3 - \sqrt{-7}$

$= 3 - \sqrt{-1 \times 7}$

$= 3 - \sqrt{-1}\sqrt{7}$

$= 3 - i\sqrt{7}$

$= 3 - \sqrt{7}i$

$\because \sqrt{-1} = i$

(iii) $\frac{2}{5} + \frac{\sqrt{-16}}{5}$

$= \frac{2}{5} + \frac{\sqrt{-1 \times 16}}{5}$

$= \frac{2}{5} + \frac{\sqrt{-1}\sqrt{16}}{5}$

$= \frac{2}{5} + \frac{i(4)}{5}$

$= \frac{2}{5} + \frac{4i}{5}$

(iv) $\sqrt{2} - \sqrt{-3}$

$= \sqrt{2} - \sqrt{-1 \times 3}$

$= \sqrt{2} - \sqrt{-1}\sqrt{3}$

$= \sqrt{2} - i\sqrt{3}$

$= \sqrt{2} - \sqrt{3}i$

QNo:3 Find value of x & y کی قیمتیں معلوم کریں x اور y

(i) $(2x+5) + (y-3)i = 1 + 2i$

Comparing Real & Imaginary parts حقیقی اور امیجنری حصوں کا موازنہ کرنے سے

$2x + 5 = 1$ & $y - 3 = 2$

$2x = 1 - 5$ $\quad$ $y = 2 + 3$

$2x = -4$ $\quad$ $y = 5$

$x = \frac{\cancel{2}\,\cancel{4}}{\cancel{2}}$

$x = -2$ $\quad$ $x = -2,\ y = 5$

(ii) $(3x+2) - (4-y)i = 5 + 3i$

Comparing Real & Imaginary parts حقیقی اور امیجنری حصوں کا موازنہ کرنے سے

$3x + 2 = 5$ & $-(4-y) = 3$

$3x = 5 - 2$ $\quad$ $-4 + y = 3$

$3x = 3$ $\quad$ $y = 3 + 4$

$x = \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}}$ $\quad$ $y = 7$

$x = 1$ $\quad$ $x = 1,\ y = 7$

(iii) $(2+i)x + (1-2i)y = 3 + 4i$

$2x + xi + y - 2yi = 3 + 4i$

$2x + y + xi - 2yi = 3 + 4i$

$(2x+y) + (x-2y)i = 3 + 4i$

Comparing Real & Imaginary parts

$2x + y = 3 \longrightarrow (i)$ $\quad$ $x - 2y = 4 \longrightarrow (ii)$

CamScanner
CamScanner

Multiplying eq (i) by 2 — مساوات (i) کو 2 سے ضرب دینے سے

$4x+2y=6 \longrightarrow (iii)$

Adding eq (iii) & (ii) — مساوات (ii) اور (iii) کو جمع کرنے سے

$$\begin{aligned} 4x+2y&=6\\ x-2y&=4\\ \hline 5x&=10 \end{aligned}$$

$x=\frac{10}{5}$

$x=2$

Putting value of x in eq(i) — x کی قیمت مساوات میں درج کرنے سے

$2x+y=3$

$2(2)+y=3$

$4+y=3$

$y=3-4$

$y=-1$

$x=2,\ y=-1$

iv) $(1-i)x+(2+i)y=4-i$

$x-xi+2y+yi=4-i$

$x+2y-xi+yi=4-i$

$(x+2y)-(x-y)i=4-i$

Comparing Real & Imaginary parts — حقیقی اور امیجنری حصوں کا موازنہ کرنے سے

$x+2y=4 \longrightarrow (i)$ $\quad -(x-y)=-1$

$-x+y=-1 \longrightarrow (ii)$

Adding eq (i) & (ii) — مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$\begin{aligned} x+2y&=4\\ -x+y&=-1\\ \hline 3y&=3 \end{aligned}$$

$y=\frac{3}{3}$

$y=1$

Putting value of y in eq(i) — مساوات (i) میں y کی قیمت درج کرنے سے

$x+2y=4$

$x+2(1)=4$

$x+2=4$

$x=4-2$

$x=2$

$x=2,\ y=1$

v) $(3x-1)+(2y-3)i=8+7i$

Comparing Real & Imaginary parts — حقیقی اور امیجنری حصوں کا موازنہ کرنے سے

$3x-1=8$ & $2y-3=7$

$3x=8+1$ $\quad 2y=7+3$

$3x=9$ $\quad 2y=10$

$x=\frac{9}{3}$ $\quad y=\frac{10}{2}$

$x=3$ $\quad y=5$

$x=3,\ y=5$

Exercise 1.2

QNo:1 Simplify & Write in form $a+bi$

(i) $(2+5i)+(3-2i)$

$=2+5i+3-2i$

$=2+3+5i-2i$

$=5+(5-2)i$

(ii) $(16-3i)+(9+2i)$

$=16-3i+9+2i$

$=16+9-3i+2i$

$=25-i$

(iii) $(9-2i)-(7-3i)$

$=9-2i-7+3i$

$=9-7-2i+3i$

$=2+i$

(iv) $(11+9i)-(9-7i)$

$=11+9i-9+7i$

$=11-9+9i+7i$

$=2+16i$

(v) $(3+4i)(2-3i)$

$=3(2-3i)+4i(2-3i)$

$=6-9i+8i-12i^2$

$=6-i-12(-1)$

$=6-i+12$

$=18-i$

(vi) $(5-2i)(3-4i)$

$=5(3-4i)-2i(3-4i)$

$=15-20i-6i+8i^2$

$=15-26i+8(-1)$

$=15-26i-8$

$=7-26i$

(vii) $(3-5i)\div(2-4i)$

$=\frac{3-5i}{2-4i}$

$=\frac{3-5i}{2-4i}\times\frac{2+4i}{2+4i}$

$=\frac{3(2+4i)-5i(2+4i)}{(2)^2-(4i)^2}$

$=\frac{6+12i-10i-20i^2}{4-16i^2}$

$=\frac{6+2i-20(-1)}{4-16(-1)}$

$=\frac{6+2i+20}{4+16}=\frac{26+2i}{20}$

$=\frac{26}{20}+\frac{2i}{20}$

$=\frac{13}{10}+\frac{1}{10}i$

(viii) $(5+2i)\div(6-3i)$

$=\frac{5+2i}{6-3i}$

$=\frac{5+2i}{6-3i}\times\frac{6+3i}{6+3i}$

$=\frac{5(6+3i)+2i(6+3i)}{(6)^2-(3i)^2}$

$=\frac{30+15i+12i+6i^2}{36-9i^2}$

$=\frac{30+27i+6(-1)}{36-9(-1)}$

$=\frac{30+27i-6}{36+9}=\frac{24+27i}{45}$

$=\frac{24}{45}+\frac{27i}{45}$

$=\frac{8}{15}+\frac{3}{5}i$

QNo:2 Write additive inverse — جمعی معکوس معلوم کریں

i) $3+2i$

Let $z=3+2i$

Additive inverse

جمعی معکوس $=-z=-3-2i$

Reason $(3+2i)+(-3-2i)$

$=3+2i-3-2i$

$=0$ is additive identity جمعی ذاتی عنصر

ii) $4-3i$

Let $z=4-3i$

Additive inverse

جمعی معکوس $=-z=-4+3i$

iii) $5-7i$

Let $z=5-7i$

Additive inverse

جمعی معکوس $=-z=-5+7i$

iv) $-\frac{2}{3}+\frac{5}{4}i$ $\quad$ Let $z=-\frac{2}{3}+\frac{5}{4}i$

Additive inverse = جمعی معکوس $=-z=\frac{2}{3}-\frac{5}{4}i$

QNo:3 Find Multiplicative inverse — ضربی معکوس معلوم کریں

i) Let $z=4+5i$

Multiplicative inverse $=\frac{1}{4+5i}$

$z^{-1}=\frac{1}{4+5i}\times\frac{4-5i}{4-5i}$

$=\frac{4-5i}{(4)^2-(5i)^2}$

$=\frac{4-5i}{16-25i^2}$

$=\frac{4-5i}{16-25(-1)}=\frac{4-5i}{16+25}$

$=\frac{4-5i}{41}$

$=\frac{4}{41}-\frac{5}{41}i$

ii) Let $z=6+2i$

Multiplicative inverse $=\frac{1}{6+2i}$

$z^{-1}=\frac{1}{6+2i}\times\frac{6-2i}{6-2i}$

$=\frac{6-2i}{(6)^2-(2i)^2}$

$=\frac{6-2i}{36-4i^2}$

$=\frac{6-2i}{36-4(-1)}=\frac{6-2i}{36+4}$

$=\frac{6-2i}{40}=\frac{6}{40}-\frac{2}{40}i$

$=\frac{3}{20}-\frac{1}{20}i$

CamScanner

CamScanner

(iii) Let $z = 7-3i$

Multiplicative inverse ضربی معکوس

$z^{-1} = \frac{1}{7-3i}$

$z^{-1} = \frac{1}{7-3i} \times \frac{7+3i}{7+3i}$

$= \frac{7+3i}{(7)^2-(3i)^2}$

$= \frac{7+3i}{49-9i^2}$

$= \frac{7+3i}{49-9(-1)} = \frac{7+3i}{49+9}$

$= \frac{7+3i}{58}$

$= \frac{7}{58} + \frac{3}{58}i$

(iv) Let $z = \sqrt{5}-4i$

Multiplicative inverse ضربی معکوس

$z^{-1} = \frac{1}{\sqrt{5}-4i}$

$= \frac{1}{\sqrt{5}-4i} \times \frac{\sqrt{5}+4i}{\sqrt{5}+4i}$

$= \frac{\sqrt{5}+4i}{(\sqrt{5})^2-(4i)^2}$

$= \frac{\sqrt{5}+4i}{5-16i^2}$

$= \frac{\sqrt{5}+4i}{5-16(-1)} = \frac{\sqrt{5}+4i}{5+16}$

$= \frac{\sqrt{5}+4i}{21}$

$= \frac{\sqrt{5}}{21} + \frac{4}{21}i$

QNo: 4 $z_1 = 2+5i$; $z_2 = 1-3i$; $z_3 = 2+i$ verify

i) $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$

$2+5i+1-3i = 1-3i+2+5i$

$2+1+5i-3i = 1+2-3i+5i$

$3+2i = 3+2i$

LHS = RHS

ii) $z_1 z_2 = z_2 z_1$

$(2+5i)(1-3i) = (1-3i)(2+5i)$

$2(1-3i)+5i(1-3i) = 1(2+5i)-3i(2+5i)$

$2-6i+5i-15i^2 = 2+5i-6i-15i^2$

$2-i-15(-1) = 2-i-15(-1)$

$2-i+15 = 2-i+15$

$17-i = 17-i$

LHS = RHS

iii) $(z_1+z_2)+z_3 = z_1+(z_2+z_3)$

$(2+5i+1-3i)+2+i = 2+5i+(1-3i+2+i)$

$(2+1+5i-3i)+2+i = 2+5i+(1+2-3i+i)$

$(3+2i)+2+i = 2+5i+3-2i$

$3+2+2i+i = 2+3+5i-2i$

$5+3i = 5+3i$

LHS = RHS

iv) $(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3)$

$[(2+5i)(1-3i)](2+i) = (2+5i)[(1-3i)(2+i)]$

$[2(1-3i)+5i(1-3i)](2+i) = (2+5i)[(2+i)-3i(2+i)]$

$(2-6i+5i-15i^2)(2+i) = (2+5i)(2+i-6i-3i^2)$

$[2-i-15(-1)](2+i) = (2+5i)[2-5i-3(-1)]$

$(2-i+15)(2+i) = (2+5i)(2-5i+3)$

$(17-i)(2+i) = (2+5i)(5-5i)$

$17(2+i)-i(2+i) = 2(5-5i)+5i(5-5i)$

$34+17i-2i-i^2 = 10-10i+25i-25i^2$

$34+15i-(-1) = 10+15i-25(-1)$

$34+15i+1 = 10+15i+25$

$35+15i = 35+15i$

LHS = RHS

v) $z_1 + (-z_1) = (-z_1) + z_1 = 0$

$2+5i+[-(2+5i)] = -(2+5i)+2+5i$

$2+5i-2-5i = -2-5i+2+5i$

$2-2+5i-5i = -2+2-5i+5i$

$0 = 0$

LHS = RHS = 0

QNo: 5 If $\frac{(1+i)^2}{2-i} = x+iy$ find x & y

$\frac{(1+i)^2}{2-i} = x+iy$

$\frac{1+i^2+2i}{2-i} = x+iy$

$\frac{1-1+2i}{2-i} = x+iy$

$\frac{2i}{2-i} = x+iy$

$\frac{2i}{2-i} \times \frac{2+i}{2+i} = x+iy$

$\frac{4i+2i^2}{(2)^2-i^2} = x+iy$

$\frac{4i+2(-1)}{4-(-1)} = x+iy$

$\frac{4i-2}{4+1} = x+iy \Rightarrow \frac{4i-2}{5} = x+iy$

$\frac{4i}{5} - \frac{2}{5} = x+iy \Rightarrow -\frac{2}{5}+\frac{4}{5}i = x+yi$

Comparing Real & imaginary parts حقیقی اور امیجنری حصوں کا موازنہ کرنے سے

$x = -\frac{2}{5}$, $y = \frac{4}{5}$

QNo: 6 If $(2x+iy)(1-i) = 4+2i$ Find x & y

$(2x+iy)(1-i) = 4+2i$

$2x+iy = \frac{4+2i}{1-i}$

$= \frac{4+2i}{1-i} \times \frac{1+i}{1+i}$

$= \frac{4(1+i)+2i(1+i)}{(1)^2-i^2}$

$= \frac{4+4i+2i+2i^2}{1-(-1)}$

$= \frac{4+6i+2(-1)}{1+1}$

$2x+iy = \frac{4+6i-2}{2} = \frac{2+6i}{2}$

$2x+iy = \frac{2}{2}+\frac{6}{2}i = 1+3i$

Comparing Real & imaginary parts حقیقی اور امیجنری حصوں کا موازنہ کرنے سے

$2x = 1$ & $y = 3$

$x = 1/2$ & $y = 3$

CamScanner

CamScanner

Exercise 1.3

QNo:1 Find Modulus of Complex numbers

مطلق قیمت معلوم کریں

i) $4+3i$

$x=4,\ y=3$

$|4+3i| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(4)^2+(3)^2}$

$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25}$

$= 5$

ii) $-5-4i$

$x=-5,\ y=-4$

$|-5-4i| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(-5)^2+(-4)^2}$

$= \sqrt{25+16}$

$= \sqrt{41}$

iii) $\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$

$x=\frac{3}{5},\ y=-\frac{4}{5}$

$\left|\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i\right| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(-\frac{4}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{9}{25}+\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9+16}{25}}$

$= \sqrt{\frac{25}{25}} = \sqrt{1} = 1$

iv) $-\sqrt{2}-\sqrt{3}i$

$x=-\sqrt{2},\ y=-\sqrt{3}$

$|-\sqrt{2}-\sqrt{3}i| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(-\sqrt{2})^2+(-\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{2+3}$

$= \sqrt{5}$

QNo:2 If $z_1=2+7i,\ z_2=4-3i$ Verify

i) $\overline{z_1+z_2} = \bar{z}_1+\bar{z}_2$

LHS $= z_1+z_2$

$= 2+7i+4-3i$

$= 2+4+7i-3i$

$= 6+4i$

$\overline{z_1+z_2} = \overline{6+4i}$

$= 6-4i$

RHS $= \bar{z}_1+\bar{z}_2$

$= \overline{2+7i}+\overline{4-3i}$

$= 2-7i+4+3i$

$= 2+4-7i+3i$

$= 6-4i$

LHS = RHS

ii) $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_2 z_1}$

LHS $= z_1 z_2$

$= (2+7i)(4-3i)$

$= 2(4-3i)+7i(4-3i)$

$= 8-6i+28i-21i^2$

$= 8+22i-21(-1)$

$= 8+22i+21$

$= 29+22i$

$\overline{z_1 z_2} = \overline{29+22i}$

$= 29-22i$

RHS $= z_2 z_1$

$= (4-3i)(2+7i)$

$= 4(2+7i)-3i(2+7i)$

$= 8+28i-6i-21i^2$

$= 8+22i-21(-1)$

$= 8+22i+21$

$= 29+22i$

$\overline{z_2 z_1} = \overline{29+22i}$

$= 29-22i$

LHS = RHS

iii) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

LHS $= \frac{z_1}{z_2} = \frac{2+7i}{4-3i}$

$= \frac{2+7i}{4-3i}\times\frac{4+3i}{4+3i}$

RHS $= \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} = \frac{\overline{2+7i}}{\overline{4-3i}}$

$= \frac{2-7i}{4+3i}$

QNo:7 (Exercise 1.2) Find a & b if

$(a+bi)(1+3i) = -8+11i$

$(a+bi) = \frac{-8+11i}{1+3i}$

$= \frac{-8+11i}{1+3i}\times\frac{1-3i}{1-3i}$

$= \frac{-8(1-3i)+11i(1-3i)}{(1)^2-(3i)^2}$

$= \frac{-8+24i+11i-33i^2}{1-9i^2}$

$= \frac{-8+35i-33(-1)}{1-9(-1)} = \frac{-8+35i+33}{1+9}$

$= \frac{25+35i}{10} = \frac{25}{10}+\frac{35}{10}i$

$a+bi = \frac{5}{2}+\frac{7}{2}i$

Comparing Real & imaginary parts

حقیقی اور امیجری حصوں کا موازنہ کرنے سے

$a=\frac{5}{2},\ b=\frac{7}{2}$

iii) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{2(4+3i)+7i(4+3i)}{(4)^2-(3i)^2}$

$= \frac{8+6i+28i+21i^2}{16-9i^2}$

$= \frac{8+34i+21(-1)}{16-9(-1)}$

$= \frac{8+34i-21}{16+9}$

$\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \frac{-13+34i}{25}$

$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \overline{\left(\frac{-13+34i}{25}\right)}$

$= \frac{-13-34i}{25}$

$\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} = \frac{2-7i}{4+3i}\times\frac{4-3i}{4-3i}$

$= \frac{2(4-3i)-7i(4-3i)}{(4)^2-(3i)^2}$

$= \frac{8-6i-28i+21i^2}{16-9i^2}$

$= \frac{8-34i+21(-1)}{16-9(-1)}$

$= \frac{8-34i-21}{16+9}$

$= \frac{-13-34i}{25}$

LHS = RHS

QNo:3 If $z=5-2i$ then Verify

i) $\bar{\bar{z}} = z$

LHS $= z = 5-2i$

$\bar{z} = \overline{5-2i}$

$= 5+2i$

$\bar{\bar{z}} = \overline{5+2i}$

$= 5-2i$

$\bar{\bar{z}} = z$

LHS = RHS

ii) $|z| = |\bar{z}|$

$z = 5-2i$

$x=5,\ y=-2$

$|z| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(5)^2+(-2)^2}$

$= \sqrt{25+4}$

$= \sqrt{29}$

$\bar{z} = \overline{5-2i}$

$= 5+2i$

$x=5,\ y=2$

$|\bar{z}| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(5)^2+(2)^2}$

$= \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$

پس $|z| = |\bar{z}|$

iii) $|z| = |-z|$

$z=5-2i$

$x=5,\ y=-2$

$|z| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(5)^2+(-2)^2}$

$= \sqrt{25+4}$

$= \sqrt{29}$

$-z = -5+2i$

$x=-5,\ y=2$

$|-z| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(-5)^2+(2)^2}$

$= \sqrt{25+4}$

$= \sqrt{29}$

ثابت $|z| = |-z|$

CamScanner
CamScanner

iv) $z\bar{z} = |z|^2$

LHS $= z\bar{z}$

$= (5-2i)(\overline{5-2i})$

$= (5-2i)(5+2i)$

$= (5)^2-(2i)^2$

$= 25-4i^2$

$= 25-4(-1)$

$= 25+4$

$= 29$

RHS $= z = 5-2i$

$x=5,\ y=-2$

$|z| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(5)^2+(-2)^2}$

$= \sqrt{25+4}$

$= \sqrt{29}$

$|z|^2 = (\sqrt{29})^2$

$= 29$

LHS = RHS

v) $|z| = |-\bar{z}|$

$z = 5-2i$

$x=5,\ y=-2$

$|z| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(5)^2+(-2)^2}$

$= \sqrt{25+4}$

$= \sqrt{29}$

$z = 5-2i$

$-z = -5+2i$

$-\bar{z} = \overline{-5+2i}$

$= -5-2i$ $\quad x=-5,\ y=-2$

$|-\bar{z}| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(-5)^2+(-2)^2}$

LHS = RHS $= \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$

QNo:4 If $z = 4-3i$ then Verify

$|z| = |-z| = |\bar{z}| = |-\bar{z}|$

$z = 4-3i$

$x=4,\ y=-3$

$|z| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(4)^2+(-3)^2}$

$= \sqrt{16+9}$

$= \sqrt{25}$

$= 5 \longrightarrow (i)$

$z = 4-3i$

$-z = -4+3i$

$x=-4,\ y=3$

$|-z| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(-4)^2+(3)^2}$

$= \sqrt{16+9}$

$= \sqrt{25}$

$= 5 \longrightarrow (ii)$

$z = 4-3i$

$\bar{z} = \overline{4-3i}$

$= 4+3i$

$\bar{\bar{z}} = \overline{4+3i}$

$= 4-3i$

$x=4,\ y=-3$

$|\bar{z}| = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{(4)^2+(-3)^2}$

$= \sqrt{16+9}$

$= \sqrt{25}$

$= 5 \longrightarrow (iii)$

$z = 4-3i$

$-z = -4+3i$

$-\bar{z} = \overline{-4+3i}$

$= -4-3i$

$x=-4,\ y=-3$

$|-\bar{z}| = \sqrt{x^2+y^2}$

$|-\bar{z}| = \sqrt{(-4)^2+(-3)^2}$

$= \sqrt{16+9}$

$= \sqrt{25}$

$= 5 \longrightarrow (iv)$

From (i), (ii), (iii) & (iv)

Hence $|z| = |-z| = |\bar{z}| = |-\bar{z}| = 5$

QNo:5 If $z_1 = 2+3i$; $z_2 = -1+i$ then evaluate i) $Re(z_1z_2)$ حقیقی حصہ ii) $Im(z_1z_2)$ امیجری حصہ

$z_1z_2 = (2+3i)(-1+i)$

$= 2(-1+i)+3i(-1+i)$

$= -2+2i-3i+3i^2$

$= -2-i+3(-1) = -2-i-3$

$= -5-i$

i) $Re(z_1z_2) = -5$ حقیقی حصہ ii) $Im(z_1z_2) = -1$ امیجری حصہ

(5) Exercise 1.4

QNo:1 Find real & imaginary parts

حقیقی اور امیجری حصے معلوم کریں

i) $(8-3i)^2$

$= (8)^2+(3i)^2-2(8)(3i)$

$= 64+9i^2-48i$

$= 64+9(-1)-48i$

$= 64-9-48i$

$= 55-48i$

Real part حقیقی $= 55$

Imaginary part امیجری $= -48$

ii) $(5+3i)^{-1} = \dfrac{1}{5+3i}$

$= \dfrac{1}{5+3i} \times \dfrac{5-3i}{5-3i}$

$= \dfrac{5-3i}{(5)^2-(3i)^2} = \dfrac{5-3i}{25-9i^2}$

$= \dfrac{5-3i}{25-9(-1)} = \dfrac{5-3i}{25+9}$

$= \dfrac{5-3i}{34} = \dfrac{5}{34} - \dfrac{3}{34}i$

$R =$ حقیقی $= \dfrac{5}{34}$

$I =$ امیجری $= -\dfrac{3}{34}$

iii) $(4-5i)^{-1} = \dfrac{1}{4-5i}$

$= \dfrac{1}{4-5i} \times \dfrac{4+5i}{4+5i}$

$= \dfrac{4+5i}{(4)^2-(5i)^2} = \dfrac{4+5i}{16-25i^2}$

$= \dfrac{4+5i}{16-25(-1)} = \dfrac{4+5i}{16+25}$

$= \dfrac{4+5i}{41} = \dfrac{4}{41} + \dfrac{5}{41}i$

R (حقیقی) $= 4/41$

I (امیجری) $= 5/41$

iv) $(4-3i)^{-2}$

$= \dfrac{1}{(4-3i)^2}$

$= \dfrac{1}{(4)^2+(3i)^2-2(4)(3i)}$

$= \dfrac{1}{16+9i^2-24i}$

$= \dfrac{1}{16+9(-1)-24i}$

$= \dfrac{1}{16-9-24i} = \dfrac{1}{7-24i}$

$= \dfrac{1}{7-24i} \times \dfrac{7+24i}{7+24i}$

$= \dfrac{7+24i}{(7)^2-(24i)^2}$

$= \dfrac{7+24i}{49-576i^2}$

$= \dfrac{7+24i}{49-576(-1)}$

$= \dfrac{7+24i}{49+576}$

$= \dfrac{7+24i}{625}$

$= \dfrac{7}{625} + \dfrac{24}{625}i$

R (حقیقی) $= \dfrac{7}{625}$

I (امیجری) $= \dfrac{24}{625}$

v) $\left(\dfrac{3+2i}{4+3i}\right)^{-1}$

$= \left(\dfrac{4+3i}{3+2i}\right)^{1}$

$= \dfrac{4+3i}{3+2i} \times \dfrac{3-2i}{3-2i}$

$= \dfrac{4(3-2i)+3i(3-2i)}{(3)^2-(2i)^2}$

$= \dfrac{12-8i+9i-6i^2}{9-4i^2}$

$= \dfrac{12+i-6(-1)}{9-4(-1)}$

$= \dfrac{12+i+6}{9+4}$

$= \dfrac{18+i}{13}$

$= \dfrac{18}{13} + \dfrac{1}{13}i$

R (حقیقی) $= \dfrac{18}{13}$

I (امیجری) $= \dfrac{1}{13}$

0300-7335154
0313-7335154

CamScanner

CamScanner

vi) $\left(\frac{2-i}{2+i}\right)^{-2} = \left(\frac{2+i}{2-i}\right)^{2}$

$$= \frac{(2)^2+i^2+2(2)i}{(2)^2+i^2-2(2)i}$$
$$= \frac{4+i^2+4i}{4+i^2-4i}$$
$$= \frac{4-1+4i}{4-1-4i} = \frac{3+4i}{3-4i}$$
$$= \frac{3+4i}{3-4i} \times \frac{3+4i}{3+4i}$$
$$= \frac{3(3+4i)+4i(3+4i)}{(3)^2-(4i)^2}$$
$$= \frac{9+12i+12i+16i^2}{9-16i^2}$$
$$= \frac{9+24i+16(-1)}{9-16(-1)}$$
$$= \frac{9+24i-16}{9+16}$$
$$= \frac{-7+24i}{25} = \frac{-7}{25}+\frac{24}{25}i$$

$\mathbb{R}$ (حقیقی) $= -\frac{7}{25}$

$\mathbb{I}$ (امیجنری) $= \frac{24}{25}$

vii) $\left(\frac{1-2i}{1+i}\right)^{2}$

$$= \frac{(1)^2+(2i)^2-2(1)(2i)}{(1)^2+i^2+2(1)(i)}$$
$$= \frac{1+4i^2-4i}{1+i^2+2i}$$
$$= \frac{1+4(-1)-4i}{1-1+2i}$$
$$= \frac{1-4-4i}{2i} = \frac{-3-4i}{2i}$$
$$= \frac{-3-4i}{2i} \times \frac{2i}{2i}$$
$$= \frac{-6i-8i^2}{4i^2}$$
$$= \frac{-6i-8(-1)}{4(-1)}$$
$$= \frac{-6i+8}{-4} = \frac{8-6i}{-4}$$
$$= \frac{8}{-4} + \frac{6}{4}i$$
$$= -2 + \frac{3}{2}i$$

$\mathbb{R}$ (حقیقی) $= -2$

$\mathbb{I}$ (امیجنری) $= \frac{3}{2}$

QNo:2 Solve simultaneous linear eq. with complex co-efficients for w & z

i) $3z+(2+i)w = 11-i \longrightarrow (i)$

$(2-i)z - w = -1+i \longrightarrow (ii)$

From eq(ii) $w = (2-i)z+1-i \longrightarrow (iii)$

Put in eq(i) value of w

$$3z+(2+i)[(2-i)z+1-i] = 11-i$$
$$3z+(2+i)(2-i)z+(2+i)(1-i) = 11-i$$
$$3z+(4-i^2)z+2-2i+i-i^2 = 11-i$$
$$3z+(4-(-1))z+2-i-(-1) = 11-i$$
$$3z+(4+1)z+2-i+1 = 11-i$$
$$3z+5z+3-i = 11-i$$
$$8z = 11-\cancel{i}-3+\cancel{i}$$
$$8z = 8 \Rightarrow z = \frac{8}{8} \Rightarrow \boxed{z=1}$$

Putting value of z in eq (iii) مساوات (iii) میں z کی قیمت درج کریں

$$w = (2-i)z+1-i$$
$$= (2-i)1+1-i$$
$$= 2-i+1-i = 3-2i$$
$$\boxed{w = 3-2i}$$

ii) $2z+(3+i)w = 9-i \longrightarrow (i)$

$-iz-iw = -1+i \longrightarrow (ii)$

From eq(ii) Multiplying by -1

$$iz+iw = 1-i$$
$$(z+w)i = 1-i \Rightarrow z+w = \frac{1-i}{i}$$
$$z+w = \frac{1-i}{i}\times\frac{i}{i} = \frac{i-i^2}{i^2}$$
$$z+w = \frac{i-(-1)}{-1} = \frac{i+1}{-1} = -i-1$$
$$z = -i-1-w \longrightarrow (iii)$$

Putting value of z in eq (i)

$$2z+(3+i)w = 9-i$$
$$2(-i-1-w)+3w+iw = 9-i$$
$$-2i-2-2w+3w+iw = 9-i$$
$$-2w+3w+iw = 9-i+2i+2$$
$$w+iw = 11+i$$
$$w(1+i) = 11+i \Rightarrow w = \frac{11+i}{1+i}$$
$$w = \frac{11+i}{1+i}\times\frac{1-i}{1-i}$$
$$= \frac{11(1-i)+i(1-i)}{(1)^2-i^2} = \frac{11-11i+i-i^2}{1-(-1)}$$
$$= \frac{11-10i-(-1)}{1+1} = \frac{11-10i+1}{2}$$
$$= \frac{12-10i}{2} = \frac{12}{2}-\frac{10}{2}i = 6-5i$$

$\boxed{w = 6-5i}$ Putting value of w in eq(iii)

$$z = -i-1-w$$
$$= -i-1-(6-5i) = -i-1-6+5i$$
$$= -i+5i-1-6$$
$$= 4i-7$$
$$\boxed{z = -7+4i}$$

iii) $z-4w = 3i \longrightarrow (i)$; $2z+3w = 11-5i \longrightarrow (ii)$

Multiplying eq(i) by 2 & subtracting (i) & (ii)

مساوات (i) کو 2 سے ضرب دیں اور مساوات (ii) سے (i) کو تفریق کریں

$$2\cancel{z}-8w = 6i$$
$$\underline{\pm 2\cancel{z} \pm 3w = \mp 5i \pm 11}$$
$$-11w = 11i-11$$
$$w = \frac{11i}{-11}-\frac{11}{-11} = -i+1 \Rightarrow \boxed{w = 1-i}$$

Putting value of w in eq (i) w کی قیمت مساوات (i) میں درج کریں

$$z-4w = 3i$$
$$z-4(1-i) = 3i$$
$$z-4+4i = 3i \Rightarrow z = 3i+4-4i$$
$$\boxed{z = 4-i}$$

iv) $z+w = 3i \longrightarrow (i)$; $2z+3w = 2 \longrightarrow (ii)$

Multiplying eq(i) by 2 & subtracting (i) & (ii)

مساوات (i) کو 2 سے ضرب دیجیے اور (ii) سے (i) کو تفریق کریں

$$2\cancel{z}+2w = 6i$$
$$\underline{\pm 2\cancel{z} \pm 3w = \pm 2}$$
$$-w = 6i-2$$

$$w = -6i+2$$
$$\boxed{w = 2-6i}$$

CamScanner

CamScanner

Putting value of w in eq (i) w کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$z + w = 3i$

$z + 2 - 6i = 3i \Rightarrow z = 3i - 2 + 6i$

$\boxed{z = -2+9i}$

v) $2z+(3+i)w=1 \qquad -z-(1-i)w=2$

$2z+3w+iw=1 \rightarrow (i) \;;\; -z-w+iw=2 \rightarrow (ii)$

Multiplying eq (ii) by 2 & adding eq (i) & (ii)

مساوات (ii) کو 2 سے ضرب دیں اور (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$\begin{array}{r} 2z+3w+iw=1 \\ -2z-2w+2iw=4 \\ \hline w+3iw=5 \end{array}$$

$w(1+3i)=5 \Rightarrow w = \frac{5}{1+3i}$

$w = \frac{5}{1+3i} \times \frac{1-3i}{1-3i}$

$= \frac{5(1-3i)}{(1)^2-(3i)^2} = \frac{5(1-3i)}{1-9i^2} = \frac{5(1-3i)}{1-9(-1)}$

$= \frac{5(1-3i)}{1+9} = \frac{\cancel{5}(1-3i)}{\cancel{10}_{2}} = \frac{1-3i}{2}$

$\boxed{w = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i}$ Putting value of w in eq (i)

$2z+(3+i)(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i)=1$

$2z + 3(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i) + i(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i) = 1$

$2z + \frac{3}{2} - \frac{9}{2}i + \frac{1}{2}i - \frac{3}{2}i^2 = 1$

$2z + \frac{3}{2} - \frac{8}{2}i - \frac{3}{2}(-1) = 1$

$2z + \frac{3}{2} - 4i + \frac{3}{2} = 1$

$2z + \frac{6}{2} - 4i = 1$

$2z + 3 - 4i = 1$

$2z = 1-3+4i = -2+4i$

$z = \frac{-2}{2} + \frac{4i}{2} = -1+2i \Rightarrow \boxed{z = -1+2i}$

R. Exercise 1 اعادہ مشق

QNo:2

(i) Is '0' a complex number? کیا صفر ایک کمپلیکس نمبر ہے؟

Yes '0' is a complex number. جی ہاں زیرو ایک کمپلیکس نمبر ہے۔

A complex number is a number that can be expressed in the form $a+bi$ where $i=\sqrt{-1}$

Since '0' can be written as $0+0i$

ایک کمپلیکس نمبر کو $a+bi$ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے جبکہ $i=\sqrt{-1}$

چونکہ '0' کو $0+0i$ میں لکھا جاسکتا ہے اس لیے '0' کمپلیکس نمبر ہے

ii) What is the result of multiplying a complex number by its conjugate?

ایک کمپلیکس نمبر کو اس کے کانجوگیٹ (زوج) سے ضرب دینے کا کیا نتیجہ ہے؟

The result of multiplying a complex no by its conjugate is real number.

کسی کمپلیکس نمبر کو اس کے کانجوگیٹ سے ضرب دینے سے حقیقی عدد حاصل ہوتا ہے

Let $z = a+bi$ then $\bar{z} = a-bi$

$z\bar{z} = (a+bi)(a-bi)$

$= a^2 - \cancel{abi} + \cancel{abi} - b^2i^2$

$= a^2 - b^2(-1) = a^2+b^2$

which is real number حقیقی عدد ہے۔

iii) State the condition for two complex numbers to be equal. دو کمپلیکس نمبرز کب ایک دوسرے کے برابر ہو سکتے ہیں؟

Two complex numbers are equal if and only if their real & imaginary parts are equal. If $z_1=a+bi$ & $z_2=c+di$ then $z_1=z_2$ iff $a=c$ & $b=d$

دو کمپلیکس اعداد صرف ایک صورت میں برابر ہو سکتے ہیں اگر ان کے حقیقی اور امیجنری حصے آپس میں برابر ہوں مثلاً اگر $z_1=a+bi$ اور $z_2=c+di$ ہوں تو $z_1=z_2$ اس وقت ممکن ہے جب $a=c$ اور $b=d$ ہو یعنی حقیقی اور امیجنری حصے برابر ہوں

QNo:3 Simplify مختصر کریں۔

(i) i^{37}

$= i^{36}\cdot i$

$= (i^2)^{18}\cdot i$

$= (-1)^{18}\cdot i$

$= 1\cdot i$

$= i$

(ii) $i^{13}\times i^{11}$

$= i^{13+11}$

$= i^{24}$

$= (i^2)^{12}$

$= (-1)^{12}$

$= 1$

(iii) $(-i)^{-9} = \frac{1}{(-i)^9}$

$= \frac{1}{(-1i)^9} = \frac{1}{(-1)^9 i^9}$

$= \frac{1}{(-1)\, i^8\, i} = \frac{1}{(-1)(i^2)^4 i}$

$= \frac{1}{(-1)(-1)^4 i} = \frac{1}{(-1)(1)i}$

$= \frac{1}{-i} = \frac{1}{-i}\times\frac{i}{i}$

$= -\frac{i}{i^2} = \frac{-i}{-1} = i$

(iv) $(3-4i)(5-6i)$

$= 3(5-6i) - 4i(5-6i)$

$= 15 - 18i - 20i + 24i^2$

$= 15 - 38i + 24(-1)$

$= 15 - 38i - 24$

$= -9 - 38i$

v) $(3+4i)\div(5-7i)$

$= \frac{3+4i}{5-7i}$

$= \frac{3+4i}{5-7i}\times\frac{5+7i}{5+7i}$

$= \frac{3(5+7i)+4i(5+7i)}{(5)^2-(7i)^2}$

$= \frac{15+21i+20i+28i^2}{25-49i^2}$

$= \frac{15+41i+28(-1)}{25-49(-1)}$

$= \frac{15+41i-28}{25+49}$

$= \frac{-13+41i}{74}$

$= -\frac{13}{74} + \frac{41}{74}i$

QNo:4 Find additive & Multiplicative inverse. جمعی اور ضربی معکوس معلوم کریں

$z = 8+9i$

Additive inverse (جمعی معکوس) $= -z = -8-9i$

Multiplicative inverse (ضربی معکوس) $= z^{-1} = \frac{1}{z}$

CamScanner

CamScanner

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{8+9i}=\frac{1}{8+9i}\times\frac{8-9i}{8-9i}$$
$$=\frac{8-9i}{(8)^2-(9i)^2}=\frac{8-9i}{64-81i^2}=\frac{8-9i}{64-81(-1)}$$
$$=\frac{8-9i}{64+81}=\frac{8-9i}{145}=\frac{8}{145}-\frac{9}{145}i$$

QNo:5 $z_1=3+4i$; $z_2=2+3i$ Verify

i) $\overline{z_1+z_2}=\overline{z_1}+\overline{z_2}$

LHS: $\overline{z_1+z_2}=\overline{3+4i+2+3i}$
$=\overline{3+2+4i+3i}$
$=\overline{5+7i}$
LHS $=5-7i$

RHS $=\overline{z_1}+\overline{z_2}$
$=\overline{3+4i}+\overline{2+3i}$
$=3-4i+2-3i$
$=3+2-4i-3i$
$=5-7i$

(LHS=RHS)

ii) $\overline{z_1z_2}=\overline{z_1}\;\overline{z_2}$

$z_1z_2=(3+4i)(2+3i)$
$=3(2+3i)+4i(2+3i)$
$=6+9i+8i+12i^2$
$=6+17i+12(-1)$
$=6+17i-12$
$=-6+17i$
LHS $=\overline{z_1z_2}=\overline{-6+17i}$
$=-6-17i$

RHS $=\overline{z_1}\;\overline{z_2}$
$=(\overline{3+4i})(\overline{2+3i})$
$=(3-4i)(2-3i)$
$=3(2-3i)-4i(2-3i)$
$=6-9i-8i+12i^2$
$=6-17i+12(-1)$
$=6-17i-12$
$=-6-17i$

LHS = RHS

iii) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$

$\frac{z_1}{z_2}=\frac{3+4i}{2+3i}$
$=\frac{3+4i}{2+3i}\times\frac{2-3i}{2-3i}$
$=\frac{3(2-3i)+4i(2-3i)}{(2)^2-(3i)^2}$
$=\frac{6-9i+8i-12i^2}{4-9i^2}$
$=\frac{6-i-12(-1)}{4-9(-1)}$
$=\frac{6-i+12}{4+9}=\frac{18-i}{13}$
LHS $=\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\overline{\left(\frac{18-i}{13}\right)}$
$=\frac{18+i}{13}$

RHS $=\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}=\frac{\overline{3+4i}}{\overline{2+3i}}$
$=\frac{3-4i}{2-3i}$
$=\frac{3-4i}{2-3i}\times\frac{2+3i}{2+3i}$
$=\frac{3(2+3i)-4i(2+3i)}{(2)^2-(3i)^2}$
$=\frac{6+9i-8i-12i^2}{4-9i^2}$
$=\frac{6+i-12(-1)}{4-9(-1)}$
$=\frac{6+i+12}{4+9}=\frac{18+i}{13}$

LHS = RHS

iv) $|z_1|=|-\overline{z_1}|$

LHS $=|z_1|=|3+4i|$
$x=3,\ y=4$
$|z_1|=\sqrt{x^2+y^2}$
$=\sqrt{(3)^2+(4)^2}$
$=\sqrt{16+9}$
$=\sqrt{25}=5$

RHS $=-z_1=-3-4i$
$-\overline{z_1}=\overline{-3-4i}$
$=-3+4i$
$x=-3$, $y=4$
$|-\overline{z_1}|=\sqrt{x^2+y^2}$
$=\sqrt{(-3)^2+(4)^2}$
$=\sqrt{9+16}$
$=\sqrt{25}=5$

LHS = RHS

(8)

v) $\overline{\overline{z_2}}=z_2$

$z_2=2+3i$
$\overline{z_2}=\overline{2+3i}$
$=2-3i$

$\overline{z_2}=2-3i$
$\overline{\overline{z_2}}=\overline{2-3i}$
$=2+3i$
$\overline{\overline{z_2}}=z_2$ LHS=RHS

vi) $z_1\overline{z_1}=|z_1|^2$

LHS $=z_1\overline{z_1}$
$=(3+4i)(\overline{3+4i})$
$=(3+4i)(3-4i)$
$=(3)^2-(4i)^2$
$=9-16i^2$
$=9-16(-1)=9+16$
$=25$

$z_1=3+4i$ $x=3$ $y=4$
$|z_1|=\sqrt{x^2+y^2}$
$=\sqrt{(3)^2+(4)^2}$
$=\sqrt{9+16}$
$=\sqrt{25}$
$|z_1|^2=(\sqrt{25})^2=25$

LHS=RHS

QNo:6 $z_1=5+4i$; $z_2=3+2i$ find

i) $z_1z_2=?$

$z_1z_2=(5+4i)(3+2i)$
$=5(3+2i)+4i(3+2i)$
$=15+10i+12i+8i^2$
$=15+22i+8(-1)$
$=15+22i-8$
$=7+22i$

ii) $\frac{z_1}{z_2}=\frac{5+4i}{3+2i}$
$=\frac{5+4i}{3+2i}\times\frac{3-2i}{3-2i}$
$=\frac{5(3-2i)+4i(3-2i)}{(3)^2-(2i)^2}$
$=\frac{15-10i+12i-8i^2}{9-4i^2}$
$=\frac{15+2i-8(-1)}{9-4(-1)}$
$=\frac{15+2i+8}{9+4}=\frac{23+2i}{13}$
$=\frac{23}{13}+\frac{2}{13}i$

iii) $\overline{z_1}\;\overline{z_2}$
$=(\overline{5+4i})(\overline{3+2i})$
$=(5-4i)(3-2i)$
$=5(3-2i)-4i(3-2i)$
$=15-10i-12i+8i^2$
$=15-22i+8(-1)$
$=15-22i-8$
$=7-22i$

iv) $|z_1z_2|$
$z_1z_2=(5+4i)(3+2i)$
$=5(3+2i)+4i(3+2i)$
$=15+10i+12i+8i^2$
$=15+22i+8(-1)$
$=15+22i-8$
$=7+22i$

$|z_1z_2|=?$ $x=7$ $y=22$
$|z_1z_2|=\sqrt{x^2+y^2}$
$=\sqrt{(7)^2+(22)^2}$
$=\sqrt{49+484}$
$=\sqrt{533}$.

MTQ
0300-7335154
0313-7335154

QNo:7 Find real & imaginary parts

حقیقی اور امیجنری حصے معلوم کریں

$z=(2+7i)^{-1}=\frac{1}{2+7i}$
$=\frac{1}{2+7i}\times\frac{2-7i}{2-7i}$
$=\frac{2-7i}{(2)^2-(7i)^2}$
$=\frac{2-7i}{4-49i^2}$

$z=\frac{2-7i}{4-49(-1)}$
$=\frac{2-7i}{4+49}=\frac{2-7i}{53}$
$=\frac{2}{53}-\frac{2}{53}i$

R(حقیقی) $=2/53$
I(فرضی) $=-7/53$

CamScanner
CamScanner

QNo:8 Solve with complex co-efficients z & w

z اور w کی قیمت معلوم کریں

$iz + (2-i)w = 4+i$; $iz + (3+i)w = 3+3i$

$iz + 2w - iw = 4+i \xrightarrow{} (i)$ $iz + 3w + iw = 3+3i \xrightarrow{} (ii)$

Subtracting eq (i) & (ii) مساوات (i) اور (ii) کو تفریق کرنے سے

$$\begin{aligned} \cancel{iz} + 2w - iw &= 4+i \\ \pm\cancel{iz} \pm 3w \pm iw &= \pm 3 \pm 3i \\ \hline -w - 2iw &= 1 - 2i \end{aligned}$$

$w(-1-2i) = 1-2i$

$w = \dfrac{1-2i}{-1-2i} \Rightarrow w = \dfrac{1-2i}{-1-2i} \times \dfrac{-1+2i}{-1+2i}$

$w = \dfrac{1(-1+2i) - 2i(-1+2i)}{(-1)^2 - (2i)^2} = \dfrac{-1+2i+2i-4i^2}{1-4i^2}$

$= \dfrac{-1+4i-4(-1)}{1-4(-1)} = \dfrac{-1+4i+4}{1+4} = \dfrac{3+4i}{5}$

$\boxed{w = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i}$ Putting value of w in eq (i)

مساوات (i) میں w کی قیمت درج کرنے سے

$iz + (2-i)w = 4+i$

$iz + (2-i)\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i\right) = 4+i$

$iz + 2\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i\right) - i\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i\right) = 4+i$

$iz + \frac{6}{5} + \frac{8}{5}i - \frac{3}{5}i - \frac{4}{5}i^2 = 4+i$

$iz + \frac{6}{5} + \frac{5i}{5} - \frac{4}{5}(-1) = 4+i$

$iz + \frac{6}{5} + i + \frac{4}{5} = 4+i$

$iz + \frac{6}{5} + \frac{4}{5} + i = 4+i$

$iz + \frac{10}{5} = 4 + \cancel{i} - \cancel{i} \Rightarrow iz + 2 = 4$

$iz = 4-2 = 2$

$z = \frac{2}{i} \times \frac{i}{i} = \frac{2i}{i^2} = \frac{2i}{-1} = -2i$

$\boxed{z = -2i}$

QNo:9 Solve $(3-4i)(a+bi) = 1+0i$ find a & b

$(3-4i)(a+bi) = 1+0i$

$a+bi = \dfrac{1+0i}{3-4i}$

$a+bi = \dfrac{1+0i}{3-4i} \times \dfrac{3+4i}{3+4i} = \dfrac{1(3+4i) + 0i(3+4i)}{(3)^2 - (4i)^2}$

$= \dfrac{3+4i+0+0}{9-16i^2} = \dfrac{3+4i}{9-16(-1)} = \dfrac{3+4i}{9+16}$

$a+bi = \dfrac{3+4i}{25} = \dfrac{3}{25} + \dfrac{4}{25}i$

Comparing real & imaginary parts

$a = \frac{3}{25}$, $b = \frac{4}{25}$ حقیقی اور امیجنری حصوں کا موازنہ کرنے سے

QNo:10 Solve for x & y

$(3-2i)(x+yi) = 2(x-2yi) + 2i - 1$

$3(x+yi) - 2i(x+yi) = 2x - 4yi + 2i - 1$

$3x + 3yi - 2xi - 2yi^2 = 2x - (4y-2)i - 1$

$3x + (3y-2x)i - 2y(-1) = (2x-1) - (4y-2)i$

$3x + (3y-2x)i + 2y = (2x-1) - (4y-2)i$

$(3x+2y) + (3y-2x)i = (2x-1) - (4y-2)i$

Comparing real & imaginary parts

حقیقی اور امیجنری حصوں کا موازنہ کرنے سے

$3x+2y = 2x-1$ & $3y-2x = -(4y-2)$

$3x-2x+2y = -1$ $3y-2x = -4y+2$

$x+2y = -1 \xrightarrow{} (i)$ $3y+4y-2x = 2$

Multiplying eq (i) by 2 & adding eq (i) & (ii) $7y - 2x = 2 \xrightarrow{} (ii)$

مساوات (i) کو 2 سے ضرب دینے اور مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$\begin{aligned} \cancel{2x} + 4y &= -\cancel{2} \\ -\cancel{2x} + 7y &= \cancel{2} \\ \hline 11y &= 0 \end{aligned}$$

$y = \frac{0}{11} \Rightarrow \boxed{y=0}$

Putting value of y in eq (i)

y کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$x + 2y = -1$

$x + 2(0) = -1$

$x + 0 = -1$

$\boxed{x = -1}$

0300-7335154
0313-7335154

CamScanner

CamScanner

Muhammad Ijaz Ahmad M.Sc Math
GHS NouranaShah
0300,0313 7335154

Muhammad Ammar Yasir Madni
BS Math $12\frac{04}{26}$
03000 831454

Exercise 2.1

QNo:1 Write in standard form معیاری شکل میں لکھیں۔

i) $3x-1=2x^2$
$0=2x^2-3x+1$
$2x^2-3x+1=0$

ii) $2x(x+1)=4(2x+3)$
$2x^2+2x=8x+12$
$2x^2+2x-8x-12=0$
$2x^2-6x-12=0$
Dividing by 2 ۲ پر تقسیم کرنے سے
$x^2-3x-6=0$

iii) $2x^2-4x=4x+7$
$2x^2-4x-4x-7=0$
$2x^2-8x-7=0$

iv) $4(3x-2)=9x^2$
$12x-8=9x^2$
$0=9x^2-12x+8$
$9x^2-12x+8=0$

v) $2x+\frac{1}{x}=5-\frac{1}{x}$
Multiplying by x — x سے ضرب دینے سے
$2x^2+1=5x-1$
$2x^2-5x+1+1=0$
$2x^2-5x+2=0$

vi) $\frac{6x+6}{20-x}=\frac{1}{x}$
$(6x+6)x=1(20-x)$
$6x^2+6x=20-x \Rightarrow 6x^2+6x+x-20=0$
$6x^2+7x-20=0$

QNo:2 Solve by factorization بذریعہ تجزی حل کریں

i) $x^2-x-6=0$ 6×1, $\boxed{-3\times2}$
$x^2-3x+2x-6=0$
$x(x-3)+2(x-3)=0$
$(x-3)(x+2)=0$
$x-3=0$ or $x+2=0$
$x=3$ $x=-2$
S.set $=\{3,-2\}$

ii) $x^2+3x-28=0$ 28×1, 14×2, $\boxed{+7\times4}$
$x^2+7x-4x-28=0$
$x(x+7)-4(x+7)=0$
$(x+7)(x-4)=0$
$x+7=0$ or $x-4=0$
$x=-7$ $x=4$
S.set $=\{-7,4\}$

iii) $6x^2+13x-5=0$ 30×1, $\boxed{15\times2}$
$6x^2+15x-2x-5=0$
$3x(2x+5)-1(2x+5)=0$
$(2x+5)(3x-1)=0$
$2x+5=0$ or $3x-1=0$
$2x=-5$ $3x=1$
$x=-\frac{5}{2}$ $x=\frac{1}{3}$
S.Set $=\{-\frac{5}{2},\frac{1}{3}\}$

iv) $x^2-\frac{3}{2}x=\frac{9}{2}$
Multiplying by 2 ۲ سے ضرب دینے سے
$2x^2-3x=9$
$2x^2-3x-9=0$ 18×1, 9×2, $\boxed{-6\times3}$
$2x^2-6x+3x-9=0$
$2x(x-3)+3(x-3)=0$
$(x-3)(2x+3)=0$
$x-3=0$ or $2x+3=0$
$x=3$ $2x=-3$
$x=-3/2$
S.Set $=\{3,-3/2\}$

v) $\frac{3x-8}{x-2}=\frac{5x-2}{x+5}$
$(3x-8)(x+5)=(5x-2)(x-2)$
$3x^2+15x-8x-40=5x^2-10x-2x+4$
$3x^2+7x-40=5x^2-12x+4$
$0=5x^2-3x^2-12x-7x+4+40$
$2x^2-19x+44=0$ 88×1, 44×2, 22×4, $\boxed{-11\times8}$
$2x^2-11x-8x+44=0$
$x(2x-11)-4(2x-11)=0$
$(2x-11)(x-4)=0$
$2x-11=0$ or $x-4=0$
$2x=11$ $x=4$
$x=\frac{11}{2}$ S.Set $=\{\frac{11}{2},4\}$

vi) $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+3}=\frac{1}{35}$
$\frac{x+3-(x-1)}{(x-1)(x+3)}=\frac{1}{35}$
$\frac{x+3-x+1}{x^2+3x-x-3}=\frac{1}{35}$
$\frac{4}{x^2+2x-3}=\frac{1}{35}$
$x^2+2x-3=4(35)$
$x^2+2x-3=140$
$x^2+2x-3-140=0$
$x^2+2x-143=0$ 143×1, $\boxed{+13\times11}$
$x^2+13x-11x-143=0$
$x(x+13)-11(x+13)=0$
$(x+13)(x-11)=0$
$x+13=0$ or $x-11=0$
$x=-13$ $x=11$
S.Set $=\{-13,11\}$

QNo:3 Solve by completing square تکمیل مربع سے حل کریں۔

i) $2x^2+5x+2=0$
$2x^2+5x=-2$
Dividing by 2 ۲ پر تقسیم کرنے سے
$\frac{2x^2}{2}+\frac{5x}{2}=\frac{-2}{2}$
$x^2+\frac{5}{2}x=-1$ $\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{4}$
$(x)^2+2(x)(\frac{5}{4})+(\frac{5}{4})^2=-1+(\frac{5}{4})^2$
$(x+\frac{5}{4})^2=-1+\frac{25}{16}=\frac{-16+25}{16}$
$(x+\frac{5}{4})^2=\frac{9}{16}$
Taking square root جذر المربع لینے سے
$\sqrt{(x+\frac{5}{4})^2}=\sqrt{\frac{9}{16}}$
$x+\frac{5}{4}=\pm\frac{3}{4}$
$x+\frac{5}{4}=\frac{3}{4}$ & $x+\frac{5}{4}=-\frac{3}{4}$
$x=\frac{3}{4}-\frac{5}{4}$ $x=-\frac{3}{4}-\frac{5}{4}$
$=\frac{3-5}{4}=\frac{-2}{4}$ $=\frac{-3-5}{4}=\frac{-8}{4}$
$=-1/2$ $=-2$
S.Set $=\{-\frac{1}{2},-2\}$

CamScanner

CamScanner

ii) $x^2 + x = 42$

$(x)^2 + 2(x)(\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})^2 = 42 + (\frac{1}{2})^2$ $\quad 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$(x+\frac{1}{2})^2 = 42 + \frac{1}{4} = \frac{168+1}{4}$

$(x+\frac{1}{2})^2 = \frac{169}{4}$

Taking square root جذرالمربع لینے سے

$\sqrt{(x+\frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{169}{4}}$

$x + \frac{1}{2} = \pm \frac{13}{2}$

$x+\frac{1}{2} = \frac{13}{2}$ & $x+\frac{1}{2} = -\frac{13}{2}$

$x = \frac{13}{2} - \frac{1}{2} = \frac{13-1}{2} = \frac{12}{2} = 6$ | $x = -\frac{13}{2} - \frac{1}{2} = \frac{-13-1}{2} = -\frac{14}{2} = -7$

S.set $= \{6, -7\}$

iii) $12x^2 + 7x = 12$

Dividing by 12 12 کو تقسیم کرنے سے

$\frac{12x^2}{12} + \frac{7x}{12} = \frac{12}{12}$

$x^2 + \frac{7}{12}x = 1$ $\quad \frac{7}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{24}$

$(x)^2 + 2(x)(\frac{7}{24}) + (\frac{7}{24})^2 = 1 + (\frac{7}{24})^2$

$(x+\frac{7}{24})^2 = 1 + \frac{49}{576} = \frac{576+49}{576}$

$(x+\frac{7}{24})^2 = \frac{625}{576}$

Taking square root جذرالمربع لینے سے

$\sqrt{(x+\frac{7}{24})^2} = \sqrt{\frac{625}{576}}$

$x + \frac{7}{24} = \pm \frac{25}{24}$

$x+\frac{7}{24} = \frac{25}{24}$ & $x+\frac{7}{24} = -\frac{25}{24}$

$x = \frac{25}{24} - \frac{7}{24} = \frac{25-7}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ | $x = -\frac{25}{24} - \frac{7}{24} = \frac{-25-7}{24} = -\frac{32}{24} = -\frac{4}{3}$

S.set $= \{\frac{3}{4}, -\frac{4}{3}\}$

iv) $\frac{x+3}{2x-7} = \frac{2x-1}{x-3}$

$(x+3)(x-3) = (2x-1)(2x-7)$

$(x)^2 - (3)^2 = 4x^2 - 14x - 2x + 7$

$x^2 - 9 = 4x^2 - 16x + 7$

$-9 - 7 = 4x^2 - x^2 - 16x \Rightarrow -16 = 3x^2 - 16x$

$3x^2 - 16x = -16$

Dividing by 3 3 کو تقسیم کرنے سے

$\frac{3x^2}{3} - \frac{16x}{3} = -\frac{16}{3}$

$x^2 - \frac{16}{3}x = -\frac{16}{3}$ $\quad \frac{16}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{8}{3}$

$(x)^2 - 2(x)(\frac{8}{3}) + (\frac{8}{3})^2 = -\frac{16}{3} + (\frac{8}{3})^2$

$(x - \frac{8}{3})^2 = -\frac{16}{3} + \frac{64}{9}$

$(x - \frac{8}{3})^2 = \frac{-48+64}{9} = \frac{16}{9}$

Taking square root جذرالمربع لینے سے

$\sqrt{(x-\frac{8}{3})^2} = \sqrt{\frac{16}{9}}$

$x - \frac{8}{3} = \pm \frac{4}{3}$

$x - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$ & $x - \frac{8}{3} = -\frac{4}{3}$

$x = \frac{4}{3} + \frac{8}{3} = \frac{4+8}{3} = \frac{12}{3} = 4$ | $x = -\frac{4}{3} + \frac{8}{3} = \frac{-4+8}{3} = \frac{4}{3}$

S.set $= \{4, \frac{4}{3}\}$

v) $\frac{1}{1+x} - \frac{1}{3-x} = \frac{6}{35}$

$\frac{3-x-(1+x)}{(1+x)(3-x)} = \frac{6}{35} \Rightarrow \frac{3-x-1-x}{3-x+3x-x^2} = \frac{6}{35}$

$\frac{2-2x}{3+2x-x^2} = \frac{6}{35} \Rightarrow 35(2-2x) = 6(3+2x-x^2)$

$70 - 70x = 18 + 12x - 6x^2$

$6x^2 - 70x - 12x = 18 - 70$

$6x^2 - 82x = -52$

Dividing by 6 6 کو تقسیم کرنے سے

$\frac{6x^2}{6} - \frac{82}{6}x = -\frac{52}{6}$

$x^2 - \frac{41}{3}x = -\frac{26}{3}$ $\quad \frac{41}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{41}{6}$

$(x)^2 - 2(x)(\frac{41}{6}) + (\frac{41}{6})^2 = -\frac{26}{3} + (\frac{41}{6})^2$

$(x - \frac{41}{6})^2 = -\frac{26}{3} + \frac{1681}{36} = \frac{-312+1681}{36} = \frac{1369}{36}$

Taking square root جذرالمربع لینے سے

$\sqrt{(x-\frac{41}{6})^2} = \sqrt{\frac{1369}{36}}$

$x - \frac{41}{6} = \pm \frac{37}{6}$

$x - \frac{41}{6} = \frac{37}{6}$ & $x - \frac{41}{6} = -\frac{37}{6}$

$x = \frac{37}{6} + \frac{41}{6} = \frac{37+41}{6} = \frac{78}{6} = 13$ | $x = -\frac{37}{6} + \frac{41}{6} = \frac{-37+41}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

S.Set $= \{13, \frac{2}{3}\}$

vi) $\frac{3x-1}{4x+7} = 1 - \frac{6}{x+7}$

$\frac{3x-1}{4x+7} = \frac{x+7-6}{x+7} \Rightarrow \frac{3x-1}{4x+7} = \frac{x+1}{x+7}$

$(3x-1)(x+7) = (x+1)(4x+7)$

$3x^2 + 21x - x - 7 = 4x^2 + 7x + 4x + 7$

$3x^2 + 20x - 7 = 4x^2 + 11x + 7$

$-7 - 7 = 4x^2 - 3x^2 + 11x - 20x$

$-14 = x^2 - 9x$

$x^2 - 9x = -14$

CamScanner
CamScanner

$$(x)^2 - 2(x)\left(\frac{9}{2}\right) + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = -14 + \left(\frac{9}{2}\right)^2$$ $\quad 9 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

$$\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 = -14 + \frac{81}{4} = \frac{-56+81}{4}$$

$$\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

Taking square root

جذر لینے سے.

$$\sqrt{\left(x - \frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$x - \frac{9}{2} = \pm \frac{5}{2}$$

$x - \frac{9}{2} = \frac{5}{2}$ & $x - \frac{9}{2} = -\frac{5}{2}$

$x = \frac{5}{2} + \frac{9}{2}$ | $x = -\frac{5}{2} + \frac{9}{2}$

$= \frac{5+9}{2} = \frac{14}{2}$ | $= \frac{-5+9}{2} = \frac{4}{2}$

$= 7$ | $= 2$

S.Set $= \{7, 2\}$

QNo:4 Use Quadratic Formula

دو درجی مساوات کو کلیہ سے حل کریں

i) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

compare with $ax^2+bx+c=0$

$a = 2,\ b = -5,\ c = 3$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{4}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{1}}{4}$$

$$= \frac{5 \pm 1}{4}$$

$x = \frac{5+1}{4}$ & $x = \frac{5-1}{4}$

$= \frac{6}{4}$ | $= \frac{4}{4}$

$= 3/2$ | $= 1$

S.Set $= \left\{\frac{3}{2}, 1\right\}$

ii) $2x^2 - 7x - 15 = 0$

compare with $ax^2+bx+c=0$

$a = 2,\ b = -7,\ c = -15$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(2)(-15)}}{2(2)}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{49+120}}{4}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{169}}{4}$$

$$= \frac{7 \pm 13}{4}$$

$x = \frac{7+13}{4}$ & $x = \frac{7-13}{4}$

$= \frac{20}{4}$ | $= -\frac{6}{4}$

$= 5$ | $= -3/2$

S.Set $= \{5, -3/2\}$

iii) $2x^2 + 7x = 15$

$2x^2 + 7x - 15 = 0$

Comparing with $ax^2+bx+c=0$

$a = 2,\ b = 7,\ c = -15$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4(2)(-15)}}{2(2)}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{49+120}}{4}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{169}}{4}$$

$$= \frac{-7 \pm 13}{4}$$

$x = \frac{-7+13}{4}$ & $x = \frac{-7-13}{4}$

$= \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ | $= \frac{-20}{4} = -5$

S.Set $= \left\{\frac{3}{2}, -5\right\}$

iv) $x^2 + 11 = 7x$

$x^2 - 7x + 11 = 0$

Comparing with $ax^2 + bx + c = 0$

$a = 1,\ b = -7,\ c = 11$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(11)}}{2(1)}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{49-44}}{2}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{5}}{2}$$

S.Set $= \left\{\frac{7 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$

12

v) $\frac{x+4}{x-4} + \frac{x-2}{x-3} = 6\frac{1}{3}$

$$\frac{(x+4)(x-3) + (x-2)(x-4)}{(x-4)(x-3)} = \frac{19}{3}$$

$$\frac{x^2 - 3x + 4x - 12 + x^2 - 4x - 2x + 8}{x^2 - 3x - 4x + 12} = \frac{19}{3}$$

$$\frac{2x^2 - 5x - 4}{x^2 - 7x + 12} = \frac{19}{3}$$

$3(2x^2 - 5x - 4) = 19(x^2 - 7x + 12)$

$6x^2 - 15x - 12 = 19x^2 - 133x + 228$

$0 = 19x^2 - 6x^2 - 133x + 15x + 228 + 12$

$13x^2 - 118x + 240 = 0$

Comparing with $ax^2+bx+c=0$

$a = 13,\ b = -118,\ c = 240$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-118) \pm \sqrt{(-118)^2 - 4(13)(240)}}{2(13)}$$

$$= \frac{118 \pm \sqrt{13924 - 12480}}{26} = \frac{118 \pm \sqrt{1444}}{26}$$

$$= \frac{118 \pm 38}{26}$$

$x = \frac{118+38}{26}$ & $x = \frac{118-38}{26}$

$x = \frac{156}{26} = 6$ | $x = \frac{80}{26} = \frac{40}{13}$

S. Set $= \left\{6, \frac{40}{13}\right\}$

vi) $\frac{3x-3}{x+1} = \frac{2x-1}{x-1}$

$(3x-3)(x-1) = (2x-1)(x+1)$

$3x^2 - 3x - 3x + 3 = 2x^2 + 2x - x - 1$

$3x^2 - 6x + 3 = 2x^2 + x - 1$

$3x^2 - 2x^2 - 6x - x + 3 + 1 = 0$

$x^2 - 7x + 4 = 0$

Comparing with $ax^2+bx+c=0$

$a = 1,\ b = -7,\ c = 4$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{49-16}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{33}}{2}$$

S.Set $= \left\{\frac{7 \pm \sqrt{33}}{2}\right\}$

QNo:5 Solve graphically

i) Let $y = x^2 - 3x - 18 = 0$

x	6	5	4	3	2	1	0	−1	−2	−3	−4
y	0	−8	−14	−18	−20	−20	−18	−14	−8	0	10

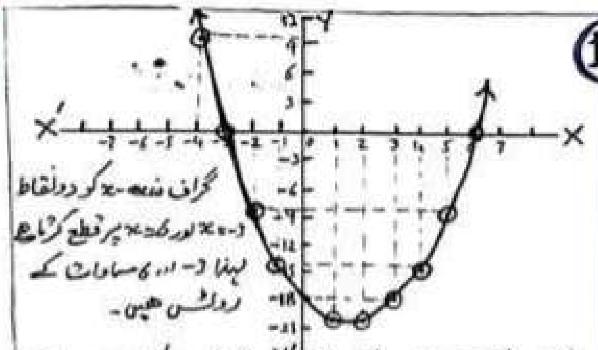
$y = 6\hat{}2 - 3(6) - 18 = 0$

$y = 5\hat{}2 - 3(5) - 18 = -8$

$y = 4\hat{}2 - 3(4) - 18 = -14$ ...... so on

CamScanner

CamScanner



گراف منحنی x-محور کو دو نقاط x=-3 اور x=6 پر قطع کرتا ہے لہذا 3- اور 6 مساوات کے روٹس ہیں۔

The graph intersects the x-axis at $x=-3$ & $x=6$. Therefore roots of quadratic equation $x^2-3x-18=0$ are -3 & 6.

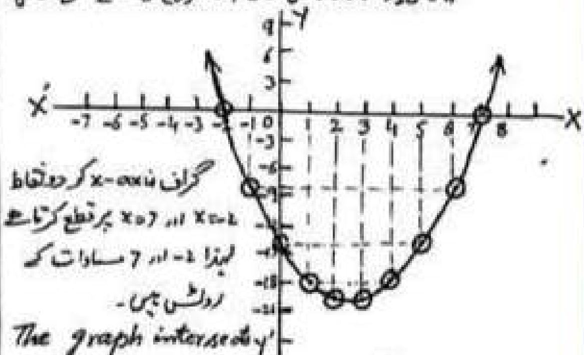
Hence S.Set $= \{-3, 6\}$

ii) Let $y = x^2-5x-14=0$

x	7	6	5	4	3	2	1	0	−1	−2
y	0	−8	−14	−18	−20	−20	−18	−14	−8	0

$y = 7^2 - 5(7) - 14 = 0$

$y = 6^2 - 5(6) - 14 = -8$ .... so on



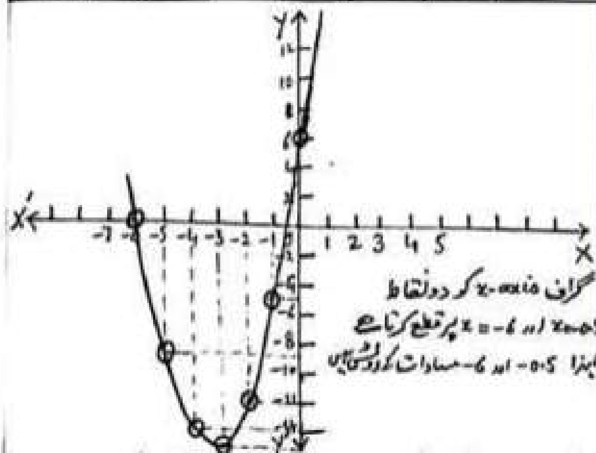
گراف منحنی x-محور کو دو نقاط x=-2 اور x=7 پر قطع کرتا ہے لہذا 2- اور 7 مساوات کے روٹس ہیں۔

The graph intersects the x-axis at $x=-2$ & $x=7$. Therefore roots of Quadratic eq. $x^2-5x-14=0$ are -2 & 7.

S.Set $= \{-2, 7\}$

iii) Let $y = 2x^2+13x+6=0$

x	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1
y	0	−9	−14	−15	−12	−5	6	21

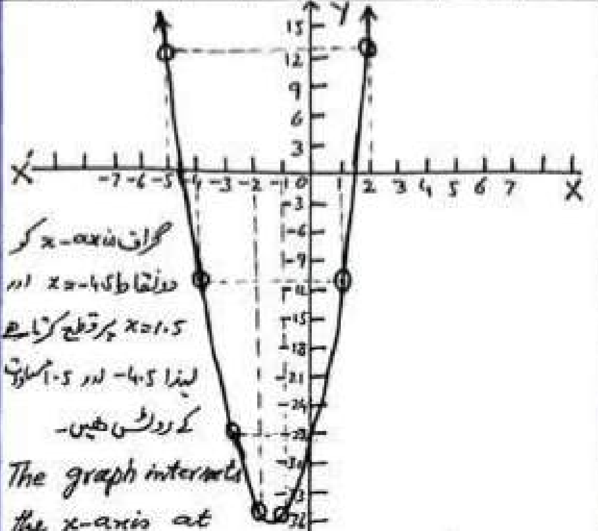


گراف منحنی x-محور کو دو نقاط x=-0.5 اور x=-6 پر قطع کرتا ہے لہذا 0.5- اور 6- مساوات کے روٹس ہیں۔

The graph intersects the x-axis at $x=-0.5$ & $x=-6$. Therefore roots of eq. $2x^2+13x+6=0$ are -0.5 & -6 S.Set $= \{-0.5, -6\}$

(iv) $y = 4x^2+12x-27=0$

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2
y	13	−11	−27	−35	−35	−27	−11	13



گراف x-محور کو دو نقاط x=-4.5 اور x=1.5 پر قطع کرتا ہے لہذا 4.5- اور 1.5 مساوات کے روٹس ہیں۔

The graph intersects the x-axis at $x=-4.5$ & $x=1.5$. Therefore roots of eq. $4x^2+12x-27=0$ are -4.5 & 1.5

S.Set $= \{-4.5, 1.5\}$

Exercise 2.2

QNo: 1 Find the points of intersection of linear equations with coordinate axes graphically. یک درجی مساواتوں کے متقاطع نقاط معلوم کریں

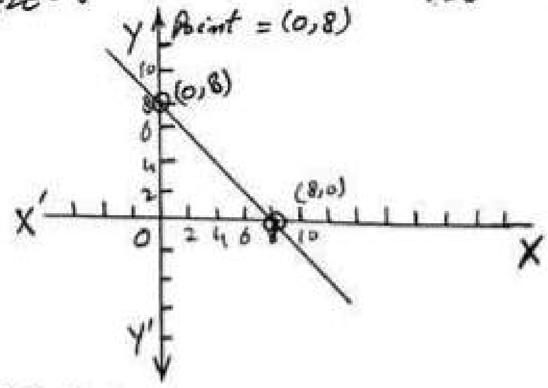
i) $x+y=8$

x-intercept (x-قاطع کریں) put $y=0$: $x+0=8$, $x=8$

Point (نقطہ) $= (8, 0)$

y-intercept (y-قاطع کریں) put $x=0$: $0+y=8$, $y=8$

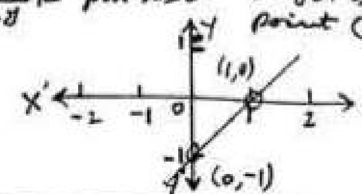
Point $= (0, 8)$



ii) $x-y=1$

x-intercept (x-قاطع کریں) put $y=0$: $x-0=1 \Rightarrow x=1$, Point $(1, 0)$

y-intercept (y-قاطع کریں) put $x=0$: $0-y=1 \Rightarrow y=-1$, Point $(0, -1)$



CamScanner

CamScanner

iii) $x-2y=1$

x-intercept (x-قطع کرنے کے لیے) put $y=0$

$x-2(0)=1$

$x-0=1$

$x=1$

Point $(1,0)$

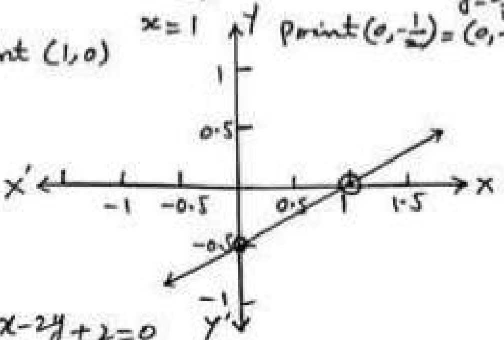
y-intercept (y-قطع کرنے کے لیے) put $x=0$

$0-2y=1$

$2y=-1$

$y=-\frac{1}{2}$

Point $(0,-\frac{1}{2})=(0,-0.5)$



iv) $x-2y+2=0$

x-intercept (x-قطع کرنے کے لیے) put $y=0$

$x-2(0)+2=0$

$x-0+2=0$

$x=-2$

Point $(-2,0)$

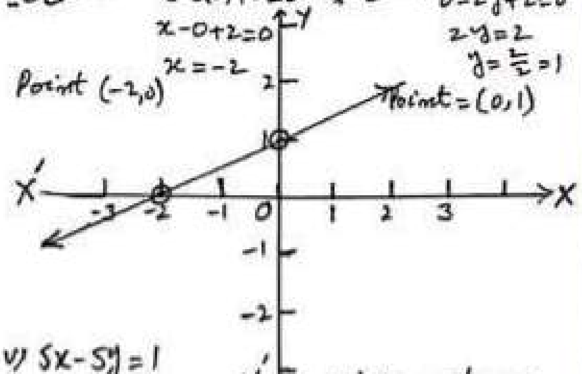
y-intercept (y-قطع کرنے کے لیے) put $x=0$

$0-2y+2=0$

$2y=2$

$y=\frac{2}{2}=1$

Point $=(0,1)$



v) $5x-5y=1$

x-intercept (x-قطع کرنے کے لیے) put $y=0$

$5x-5(0)=1$

$5x=1$

$x=\frac{1}{5}=0.2$

Point $(0.2,0)$

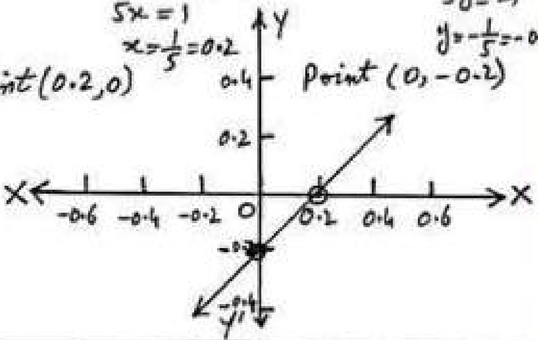
y-intercept (y-قطع کرنے کے لیے) put $x=0$

$5(0)-5y=1$

$5y=-1$

$y=-\frac{1}{5}=-0.2$

Point $(0,-0.2)$



QNo:2 Solve linear equations graphically. خطی مساواتوں کو گراف کی مدد سے حل کریں

i) $x+y=8 \rightarrow (i)$; $3x-y=4 \rightarrow (ii)$

$x+y=8$

x-intercept (x-قطع کرنے کے لیے)

Put $y=0$

$x+0=8$

$x=8$

Point $(8,0)$

y-intercept (y-قطع کرنے کے لیے)

Put $x=0$

$0+y=8$

$y=8$

Point $(0,8)$

$3x-y=4$

x-intercept (x-قطع کرنے کے لیے)

Put $y=0$

$3x-0=4$

$3x=4$

$x=\frac{4}{3}=1.3$

Point $(\frac{4}{3},0)$

y-intercept (y-قطع کرنے کے لیے)

put $x=0$

$3(0)-y=4$

$0-y=4$

$y=-4$

Point $(0,-4)$

For point of intersection (نقطہ قاطع کے لیے)

Adding eq (i) & (ii) مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرتے ہیں

$x+\cancel{y}=8$

$3x-\cancel{y}=4$

$4x=12$

$x=\frac{12}{4}$

$\boxed{x=3}$

Putting value of x in eq (i) x کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

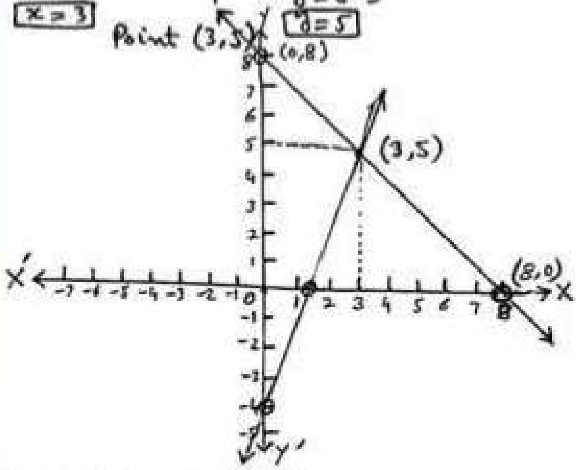
$x+y=8$

$3+y=8$

$y=8-3$

$\boxed{y=5}$

Point $(3,5)$



ii) $x-y=1 \rightarrow (i)$; $x+2y=7 \rightarrow (ii)$

$x-y=1$

x-intercept (x-قطع کرنے کے لیے)

Put $y=0$

$x-0=1$

$x=1$

Point $(1,0)$

y-intercept (y-قطع کرنے کے لیے)

Put $x=0$

$0-y=1$

$y=-1$

Point $(0,-1)$

$x+2y=7$

x-intercept (x-قطع کرنے کے لیے)

Put $y=0$

$x+2(0)=7$

$x+0=7$

$x=7$

Point $(7,0)$

y-intercept (y-قطع کرنے کے لیے)

Put $x=0$

$0+2y=7$

$2y=7$

$y=\frac{7}{2}=3.5$

Point $(0,3.5)$

نقطہ قاطع معلوم کرنے کے لیے

For point of intersection

subtracting eq (i) & (ii) مساوات (i) اور (ii) کو تفریق کرتے ہیں

$\cancel{x}-y=1$

$\pm\cancel{x}\pm2y=\pm7$

$-3y=-6$

$y=\frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{3}}$

$\boxed{y=2}$

Point $(3,2)$

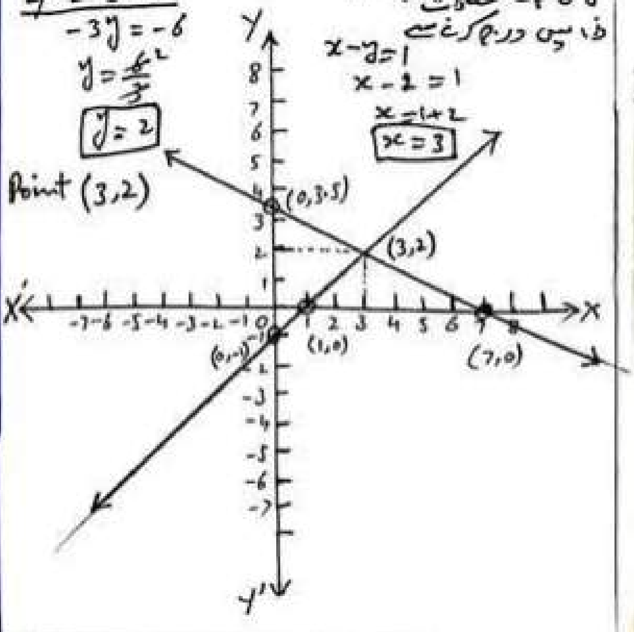
Putting value of y in eq (i) y کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$x-y=1$

$x-2=1$

$x=1+2$

$\boxed{x=3}$



CamScanner

CamScanner

iii) $x-2y=1 \longrightarrow (i)$; $2x+y=2 \longrightarrow (ii)$

$\underline{x-2y=1}$

x-intercept — x کا قطع کرنے کے لیے

Put $y=0$ — $x-2(0)=1$, $x-0=1$, $x=1$

Point $(1,0)$

y-intercept — y کا قطع کرنے کے لیے

Put $x=0$ — $0-2y=1$, $-2y=1$, $y=-\frac{1}{2}=-0.5$

Point $(0,-0.5)$

$\underline{2x+y=2}$

x-intercept — x کا قطع کرنے کے لیے

Put $y=0$ — $2x+0=2$, $2x=2$, $x=\frac{2}{2}=1$

Point $(1,0)$

y-intercept — y کا قطع کرنے کے لیے

Put $x=0$ — $2(0)+y=2$, $0+y=2$, $y=2$

Point $(0,2)$

For point of intersection — نقطہ قطع کرنے کے لیے

Multiplying eq (ii) by 2 & adding (i) & (ii)

مساوات (ii) کو 2 سے ضرب دینے اور (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$\begin{array}{r} 4x+2y=4 \\ x-2y=1 \\ \hline 5x\quad=5 \end{array}$$

$x=\frac{5}{5}$

$\boxed{x=1}$

Point $(1,0)$

Putting value of x in eq (ii)

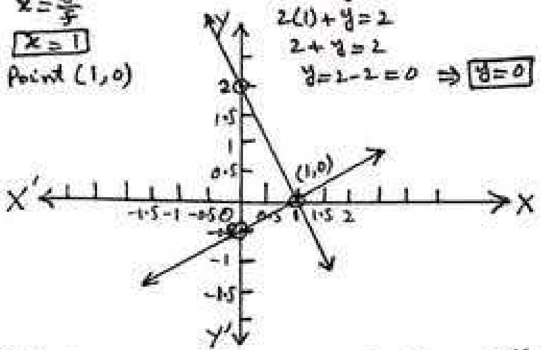
x کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$2x+y=2$

$2(1)+y=2$

$2+y=2$

$y=2-2=0 \Rightarrow \boxed{y=0}$



v) $3y=2x+8 \longrightarrow (i)$; $x+y=1 \longrightarrow (ii)$

$\underline{3y=2x+8}$

x-intercept — x کا قطع کرنے کے لیے

Put $y=0$ — $3(0)=2x+8$, $0=2x+8$, $2x=-8$, $x=-\frac{8}{2}=-4$

Point $(-4,0)$

y-intercept — y کا قطع کرنے کے لیے

Put $x=0$ — $3y=2(0)+8$, $3y=8$, $y=\frac{8}{3}=2.67$

Point $(0,2.67)$

$\underline{x+y=1}$

x-intercept — x کا قطع کرنے کے لیے

Put $y=0$ — $x+0=1$, $x=1$

Point $(1,0)$

y-intercept — y کا قطع کرنے کے لیے

Put $x=0$ — $0+y=1$, $y=1$

Point $(0,1)$

For point of intersection — نقطہ قطع کرنے کے لیے

Multiplying eq (ii) by 2 & sub. (i) & (ii)

مساوات (ii) کو 2 سے ضرب دینے اور (i) اور (ii) کو تفریق کرنے سے

$-8=2x-3y$

$$\begin{array}{r} \cancel{2x}-3y=-8 \\ \pm\cancel{2x}\pm2y=\pm2 \\ \hline -5y=-10 \end{array}$$

$y=\frac{10}{5}=2$

$\boxed{y=2}$

Point $(-1,2)$

Putting value of y in eq (ii)

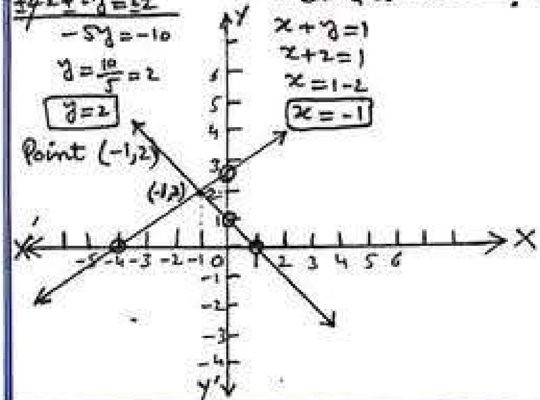
y کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$x+y=1$

$x+2=1$

$x=1-2$

$\boxed{x=-1}$



iv) $y=2x+2 \longrightarrow (i)$; $3x+2y=4 \longrightarrow (ii)$

$\underline{y=2x+2}$

x-intercept — x کا قطع کرنے کے لیے

Put $y=0$ — $0=2x+2$, $2x=-2$, $x=-\frac{2}{2}$, $x=-1$

Point $(-1,0)$

y-intercept — y کا قطع کرنے کے لیے

Put $x=0$ — $y=2(0)+2$, $y=0+2$, $y=2$

Point $(0,2)$

$\underline{3x+2y=4}$

x-intercept — x کا قطع کرنے کے لیے

Put $y=0$ — $3x+2(0)=4$, $3x+0=4$, $3x=4$, $x=\frac{4}{3}=1.3$

Point $(1.3,0)$

y-intercept — y کا قطع کرنے کے لیے

Put $x=0$ — $3(0)+2y=4$, $0+2y=4$, $y=\frac{4}{2}=2$

Point $(0,2)$

For point of intersection — نقطہ قطع کرنے کے لیے

Multiplying eq (i) by 2 & sub. (i) & (ii)

مساوات (i) کو 2 سے ضرب دینے اور (i) اور (ii) کو تفریق کرنے سے

$y-2x=2$

$$\begin{array}{r} 2y-4x=4 \\ \pm2y\pm3x=\pm4 \\ \hline -7x=0 \end{array}$$

$\boxed{x=0}$

Point $=(0,2)$

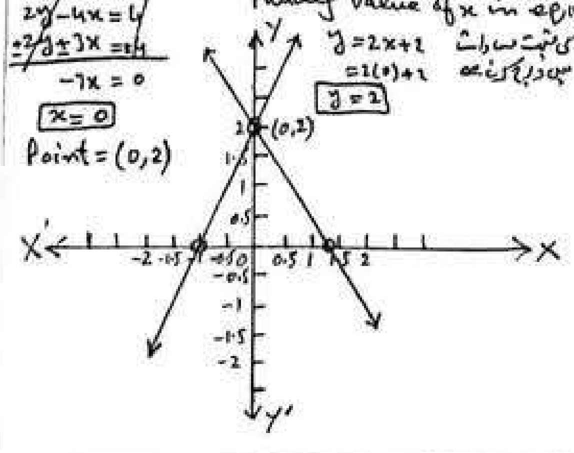
Putting value of x in eq (i)

x کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$y=2x+2$

$=2(0)+2$

$\boxed{y=2}$



QNo:3 Solve equations graphically

گراف کی مدد سے مساواتوں کو حل کریں

i) $y=8x-32 \longrightarrow (i)$

$y=x^2-6x+8 \longrightarrow (ii)$

From eq (i) $y=8x-32$

x-intercept — x کا قطع کرنے کے لیے

Put $y=0$ — $0=8x-32$, $8x=32$, $x=\frac{32}{8}=4$

Point $(4,0)$

y-intercept — y کا قطع کرنے کے لیے

Put $x=0$ — $y=8(0)-32$, $y=0-32$, $y=-32$

Point $(0,-32)$

From eq. (ii) $y=x^2-6x+8$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
y	35	24	15	8	3	0	-1	0	3	8	15

Putting value of y in eq (i)

$8x-32=x^2-6x+8$

$x^2-6x-8x+8+32=0$

$x^2-14x+40=0$

$x^2-10x-4x+40=0$

$x(x-10)-4(x-10)=0$

$(x-10)(x-4)=0$

$x-10=0$ or $x-4=0$

$\boxed{x=10}$ or $\boxed{x=4}$

Putting value of x in eq (i)

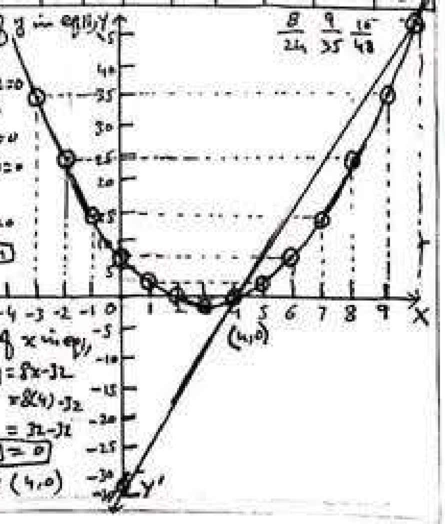
$y=8x-32$ & $y=8x-32$

$y=8(10)-32$ $=8(4)-32$

$=80-32$ $=32-32$

$\boxed{y=48}$ $\boxed{y=0}$

Point $(10,48)$ & $(4,0)$



CamScanner

CamScanner

QNo:4

If α, β are roots of eq. $x^2+2x+4=0$ Find eq. whose roots are ... اگر α، β مساوات کے روٹس ہوں تو ان روٹس کی مساوات معلوم کریں

Given $x^2+2x+4=0$ $\qquad a=1, b=2, c=4$

Sum of roots (روٹس کا مجموعہ) $= \alpha+\beta = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{1} = -2$

Product of roots (روٹس کا حاصل ضرب) $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{4}{1} = 4$

i) $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

$S=$ Sum of roots (روٹس کا مجموعہ) $= \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta} = \frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}$

$= \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$P =$ Product of roots (روٹس کا حاصل ضرب) $= \left(\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{1}{\beta}\right) = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{4}$

Required eq. $x^2 - Sx + P = 0$ مطلوبہ مساوات

$x^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 0$

Multiplying by 4 ۴ سے ضرب دینے سے

$4x^2+2x+1=0$

ii) $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$

$S=$ Sum of roots (روٹس کا مجموعہ) $= \frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$

$= \frac{\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{(-2)^2-2(4)}{4} = \frac{4-8}{4} = -\frac{4}{4} = -1$

$P =$ Product of roots (روٹس کا حاصل ضرب) $= \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) = 1$

Required eq. $x^2 - Sx + P = 0$ مطلوبہ مساوات

$x^2 - (-1)x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0$

iii) $2\alpha - \frac{1}{\beta}, 2\beta - \frac{1}{\alpha}$

$S=$ Sum of roots (روٹس کا مجموعہ) $= 2\alpha - \frac{1}{\beta} + 2\beta - \frac{1}{\alpha}$

$= 2\alpha + 2\beta - \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} = 2(\alpha+\beta) - \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$

$= 2(-2) - \frac{-2}{4} = -4 + \frac{2}{4} = \frac{-16+2}{4} = -\frac{14}{4} = -\frac{7}{2}$

$P =$ Product of roots (روٹس کا حاصل ضرب) $= \left(2\alpha - \frac{1}{\beta}\right)\left(2\beta - \frac{1}{\alpha}\right)$

$= 4\alpha\beta - 2 - 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4\alpha\beta - 4 + \frac{1}{\alpha\beta}$

$= 4(4) - 4 + \frac{1}{4} = 16 - 4 + \frac{1}{4} = 12 + \frac{1}{4} = \frac{48+1}{4} = \frac{49}{4}$

Required eq. $x^2 - Sx + P = 0$ مطلوبہ مساوات

$x^2 - \left(-\frac{7}{2}\right)x + \frac{49}{4} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{49}{4} = 0$

Multiplying by 4 ۴ سے ضرب دینے سے

$4x^2 + 14x + 49 = 0$

iv) α^2, β^2

$S=$ Sum of roots (روٹس کا مجموعہ) $= \alpha^2+\beta^2 = \alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta$

$= (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = (-2)^2 - 2(4) = 4 - 8 = -4$

$P =$ Product of roots (روٹس کا حاصل ضرب) $= (\alpha^2)(\beta^2) = (\alpha\beta)^2$

$= (4)^2 = 16$

Required eq. $x^2 - Sx + P = 0$ مطلوبہ مساوات

$x^2 - (-4)x + 16 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 16 = 0$

v) $2\alpha - 1, 2\beta - 1$

$S=$ Sum of roots (روٹس کا مجموعہ) $= 2\alpha - 1 + 2\beta - 1 = 2\alpha + 2\beta - 2$

$= 2(\alpha+\beta) - 2 = 2(-2) - 2 = -4 - 2 = -6$

$P =$ Product of roots (روٹس کا حاصل ضرب) $= (2\alpha-1)(2\beta-1)$

$= 4\alpha\beta - 2\alpha - 2\beta + 1 = 4\alpha\beta - 2(\alpha+\beta) + 1$

$= 4(4) - 2(-2) + 1 = 16 + 4 + 1 = 21$

Required eq. $x^2 - Sx + P = 0$ مطلوبہ مساوات

$x^2 - (-6)x + 21 = 0$

$x^2 + 6x + 21 = 0$

QNo:5

Find the condition that roots of $ax^2+bx+c=0$ should be reciprocals of each other. شرط معلوم کریں کہ $ax^2+bx+c=0$ کے روٹس ایک دوسرے کے معکوس ہوں

Let α be one root then other root will be $\frac{1}{\alpha}$

فرض کریں α ایک روٹ ہے تو دوسرا روٹ $\frac{1}{\alpha}$ ہوگا۔

$S=$ Sum of roots (روٹس کا مجموعہ) $= \alpha + \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha^2+1}{\alpha} = -\frac{b}{a}$

$P =$ Product of roots (روٹس کا حاصل ضرب) $= (\alpha)\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{c}{a}$

$1 = \frac{c}{a} \Rightarrow \boxed{a = c}$ is required condition

QNo:6

Find value of K if one root is 3 of $x^2 - (2K+4)x + (7K+1) = 0$ k کی قیمت معلوم کریں اگر مساوات کا ایک روٹ 3 ہو

Given $x^2 - (2K+4)x + (7K+1) = 0$ چونکہ 3 مساوات کا روٹ ہے لہذا

Because '3' is root so put $x=3$ $x=3$ درج کرنے سے

$(3)^2 - (2K+4)3 + (7K+1) = 0$

$9 - 6K - 12 + 7K + 1 = 0$

$K - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{K=2}$

QNo:7

Find value of m in eq $2x^2+3x+m=0$ when sum of its roots is equal to double product of its roots. m کی قیمت معلوم کریں اگر روٹس کا مجموعہ روٹس کے حاصل ضرب کے دوگنا کے برابر ہو۔

Given $2x^2+3x+m=0$ $\qquad a=2, b=3, c=m$

$S=$ Sum of roots (روٹس کا مجموعہ) $= \frac{-b}{a} = \frac{-3}{2}$

$P =$ Product of roots (روٹس کا حاصل ضرب) $= \frac{c}{a} = \frac{m}{2}$

Condition شرط کے مطابق $S = 2P$

$-\frac{3}{2} = 2\left(\frac{m}{2}\right) \Rightarrow \boxed{m = -\frac{3}{2}}$

QNo:8

If α, β are roots of $x^2+ax+b=0$ and α^2, β^2 are roots of $x^2+Ax+B=0$ then prove that $A = 2b - a^2$, $B = b^2$ اگر α، β مساوات $x^2+ax+b=0$ کے روٹس ہوں اور α^2, β^2 مساوات $x^2+Ax+B=0$ کے روٹس ہوں تو ثابت کریں ......

Given $x^2+ax+b=0$

$a=1, b=a, c=b$

Sum of roots (روٹس کا مجموعہ)

$S = \alpha+\beta = -\frac{b}{a} = \frac{-a}{1} = -a$

$\boxed{\alpha+\beta = -a}$

$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{b}{1}$

$\boxed{\alpha\beta = b}$

Given $x^2+Ax+B=0$

$a=1, b=A, c=B$

$S = \alpha^2+\beta^2 = \frac{-b}{a} = -\frac{A}{1}$

$\boxed{\alpha^2+\beta^2 = -A}$

$P = \alpha^2\beta^2 = \frac{c}{a} = \frac{B}{1}$

$\boxed{\alpha^2\beta^2 = B}$

Now $\alpha^2+\beta^2 = -A \Rightarrow A = -(\alpha^2+\beta^2)$

$A = -(\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta)$

$= -[(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta]$

$= -[(a)^2 - 2(b)]$

$A = -a^2 + 2b \Rightarrow \boxed{A = 2b - a^2}$ proved

Now $\alpha^2\beta^2 = B$

$B = (\alpha\beta)^2 = (b)^2$

$\boxed{B = b^2}$ proved

CamScanner

CamScanner

QNo:9 If α,β are roots of $x^2+px+q=0$ then find condition i) $\alpha=\beta$ ii) $\alpha=\frac{1}{\beta}$

اگر α,β مساوات $x^2+px+q=0$ کے روٹس ہوں تو شرط معلوم کریں ......

Given $x^2+px+q=0$ $a=1,\ b=p,\ c=q$

$S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=\frac{-p}{1} \Rightarrow \boxed{\alpha+\beta=-p} \longrightarrow (i)$

$P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{q}{1} \Rightarrow \boxed{\alpha\beta=q} \longrightarrow (ii)$

i) $\alpha=\beta$

Put in eq (i) $\alpha+\beta=-p$

$\alpha+\alpha=-p$

$2\alpha=-p \Rightarrow \boxed{\alpha=-\frac{p}{2}}$

From eq (ii) $\alpha\beta=q \Rightarrow \alpha\cdot\alpha=q$

$q=\alpha^2$ Putting value of α

$q=\left(-\frac{p}{2}\right)^2=\frac{p^2}{4} \Rightarrow \boxed{p^2=4q}$ Required condition

ii) $\alpha=\frac{1}{\beta}$

$\alpha\beta=1$ From eq (ii) $\alpha\beta=q$

$\boxed{q=1}$ Required condition

Exercise 2.4

QNo:1 Examine nature of roots روٹس کی اقسام بتائیں

i) $3x^2-9x-2=0$

$a=3,\ b=-9,\ c=-2$

Disc. = فرق کنندہ $=b^2-4ac$

$=(-9)^2-4(3)(-2)$

$=81+24$

$=125>0$

Not a perfect square نامکمل مربع

Roots are unequal and irrational.

روٹس نابرابر اور غیر ناطق ہیں

ii) $x^2+6x+9=0$

$a=1,\ b=6,\ c=9$

Disc = فرق کنندہ $=b^2-4ac$

$=(6)^2-4(1)(9)$

$=36-36$

$=0$

Roots are equal & rational (real)

روٹس برابر اور ناطق (حقیقی) ہیں

iii) $2x^2+4x+5=0$

$a=2,\ b=4,\ c=5$

Disc = فرق کنندہ $=b^2-4ac$

$=(4)^2-4(2)(5)$

$=16-40$

$=-24<0$

Roots are unequal & imaginary روٹس نابرابر اور امیجنری ہیں۔

iv) $7x^2-6x-1=0$

$a=7,\ b=-6,\ c=-1$

Disc. = فرق کنندہ $=b^2-4ac$

$=(-6)^2-4(7)(-1)$

$=36+28$

$=64=(8)^2>0$

Perfect square مکمل مربع ہے

Roots are unequal and rational روٹس نابرابر اور ناطق ہیں

v) $5x^2-2x+10=0$

$a=5,\ b=-2,\ c=10$

Disc. = فرق کنندہ $=b^2-4ac$

$=(-2)^2-4(5)(10)$

$=4-200$

$=-196<0$

Roots are unequal & imaginary.

روٹس نابرابر اور امیجنری ہیں۔

vi) $x^2-8x+16=0$

$a=1,\ b=-8,\ c=16$

Disc = فرق کنندہ $=b^2-4ac$

$=(-8)^2-4(1)(16)$

$=64-64$

$=0$

Roots are equal & rational (real)

روٹس برابر اور ناطق (حقیقی) ہیں

(18)

QNo:2 For what value of t, the roots of $3x^2+x+9t=0$ are real & unequal?

t کی کس قیمت کے لیے روٹس حقیقی اور نابرابر ہیں

$3x^2+x+9t=0$ $a=3,\ b=1,\ c=9t$

Disc = فرق کنندہ $=b^2-4ac$

$=(1)^2-4(3)(9t)$

$=1-108t$

Roots will be real & unequal if Disc >0

روٹس حقیقی اور نابرابر ہوں گے اگر Disc >0

$1-108t>0$

$1>108t \Rightarrow \frac{1}{108}>t$

$\boxed{t<\frac{1}{108}}$

QNo:3 If $16x^2+7px+49=0$ has equal roots then find value of p.

اگر مساوات کے روٹس برابر ہوں تو p کی قیمت معلوم کریں۔

Given $16x^2+7px+49=0$ $a=16,\ b=7p,\ c=49$

Disc = فرق کنندہ $=b^2-4ac$

Since roots are equal so چونکہ روٹس برابر ہیں لہٰذا

Disc $=b^2-4ac=0$

$(7p)^2-4(16)(49)=0$

$49p^2-3136=0 \Rightarrow 49p^2=3136$

$p^2=\frac{3136}{49}=64 \Rightarrow p^2=64$

$p=\sqrt{64} \Rightarrow \boxed{p=\pm 8}$

QNo:4 Quadratic eq $4u^2+8u+q=0$ has unequal & real roots. Find value of q.

دودرجی مساوات کے روٹس نابرابر اور حقیقی ہیں q کی قیمت معلوم کریں

Given $4u^2+8u+q=0$

$a=4,\ b=8,\ c=q$

Roots are unequal & real, so روٹس نابرابر اور حقیقی ہیں لہٰذا

Disc = فرق کنندہ $=b^2-4ac>0$

$(8)^2-4(4)(q)>0$

$64-16q>0 \Rightarrow 64>16q$

$16q<64 \Rightarrow q<\frac{64}{16} \Rightarrow \boxed{q<4}$

QNo:5 Find value of m if $mx^2-8x+1=0$ has equal & real roots.

m کی قیمت معلوم کریں اگر روٹس حقیقی اور برابر ہوں۔

Given $mx^2-8x+1=0$ $a=m,\ b=-8,\ c=1$

Since roots are real & equal چونکہ روٹس برابر اور حقیقی ہیں لہٰذا

Disc = فرق کنندہ $=b^2-4ac=0$

$(-8)^2-4(m)(1)=0$

$64-4m=0$

$4m=64$

$m=\frac{64}{4} \Rightarrow \boxed{m=16}$

CamScanner

CamScanner

Exercise 2.5

QNo:1 Solve following inequalities

i) $x^2+3x-4>0$ متعلقہ مساوات

Associated eq $x^2+3x-4=0$

$x^2+4x-x-4=0$

$x(x+4)-1(x+4)=0$

$(x+4)(x-1)=0$

$x+4=0$ or $x-1=0$

$\boxed{x=-4}$ or $\boxed{x=1}$

So, the solutions are $x=-4$ & $x=1$ لہٰذا حل ہیں

Here critical point $(-4,0)$ & $(1,0)$ کریٹیکل پوائنٹ

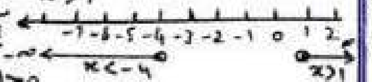
The line is divided into three intervals لائن کو تین حصوں میں تقسیم کرتے ہیں

Interval 1: پہلا وقفہ : $x<-4$

— 2: دوسرا وقفہ : $-4<x<1$

— 3: تیسرا وقفہ : $x>1$

Test point آزمائشی نقطہ



For $x=-5$ $(x+4)(x-1)>0$

$(-5+4)(-5-1)=(-1)(-6)=6>0$ (satisfy)

For $x=0$ $(0+4)(0-1)=(4)(-1)=-4<0$ (not satisfy)

For $x=2$ $(2+4)(2-1)=(6)(1)=6>0$ (satisfy)

Hence solution is $x\in(-\infty,-4)\cup(1,\infty)$

ii) $2x^2-8x+6>0$

Associated eq $2x^2-8x+6=0$ متعلقہ مساوات

Dividing by 2 ؛ 2 پر تقسیم کرنے

$x^2-4x+3=0$

$x^2-3x-x+3=0$

$x(x-3)-1(x-3)=0$

$(x-3)(x-1)=0$

$x-3=0$ or $x-1=0$

$\boxed{x=3}$ $\boxed{x=1}$

So, the solutions are $x=3$ & $x=1$ لہٰذا حل ہیں

Here critical points $(3,0)$ & $(1,0)$ کریٹیکل پوائنٹ

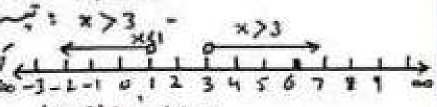
The line is divided into three intervals لائن کو تین وقفوں میں تقسیم کرتے ہیں

Interval 1: پہلا وقفہ : $x<1$

— 2: دوسرا : $1<x<3$

— 3: تیسرا : $x>3$

Test Point آزمائشی نقطہ



$(x-3)(x-1)>0$

For $x=0$ $(0-3)(0-1)=(-3)(-1)=3>0$ (satisfy)

For $x=2$ $(2-3)(2-1)=(-1)(1)=-1<0$ (not satisfy)

For $x=4$ $(4-3)(4-1)=(1)(3)=3>0$ (satisfy)

Hence solution is $x\in(-\infty,1)\cup(3,\infty)$

iii) $x^2+x-6<0$

Associated eq. $x^2+x-6=0$ متعلقہ مساوات

$x^2+3x-2x-6=0$

$x(x+3)-2(x+3)=0$

$(x+3)(x-2)=0$

$x+3=0$ or $x-2=0$

$\boxed{x=-3}$ or $\boxed{x=2}$

So, the solutions are $x=-3$ & $x=2$ لہٰذا حل ہیں

Here Critical point $(-3,0)$ & $(2,0)$ کریٹیکل پوائنٹ

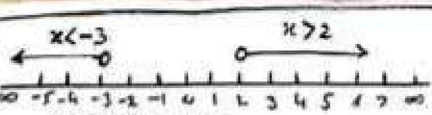
The line is divided into three intervals لائن کو تین وقفوں میں تقسیم کرتے ہیں

Interval 1: پہلا وقفہ : $x<-3$

— 2: دوسرا : $-3<x<2$

— 3: تیسرا : $x>2$

آزمائشی نقطہ Test point



For $x=-4$ $(x+3)(x-2)<0$

$(-4+3)(-4-2)=(-1)(-6)=6>0$ (not satisfy)

For $x=0$ $(0+3)(0-2)=(3)(-2)=-6<0$ satisfy

For $x=3$ $(3+3)(3-2)=(6)(1)=6>0$ (not satisfy)

Hence solution is $x\in(-3,2)$

iv) $x^2-6x+9<0$

Associated eq $x^2-6x+9=0$ متعلقہ مساوات

$x^2-3x-3x+9=0$

$x(x-3)-3(x-3)=0$

$(x-3)(x-3)=0$

$(x-3)=0$ or $x-3=0$

$\boxed{x=3}$ or $\boxed{x=3}$

Now inequality becomes $(x-3)^2<0$ اب نابرابری یوں بن جاتی

But $(x-3)^2\geq 0$ $\forall x\in R$

Therefore $(x-3)^2$ can never be less than '0'

لہٰذا $(x-3)^2$ کبھی بھی صفر سے کم نہیں ہو سکتا

It is always greater than or equal to zero

یہ ہمیشہ زیرو کے برابر یا بڑا ہوتا ہے۔ پس اس کا کوئی حل نہیں ہے

Hence there is No solution.

v) $4x^2-16x+15\leq 0$

Associated eq. $4x^2-16x+15=0$ متعلقہ مساوات

$4x^2-10x-6x+15=0$

$2x(2x-5)-3(2x-5)=0$

$(2x-5)(2x-3)=0$

$2x-5=0$ or $2x-3=0$

$2x=5$ | $2x=3$

$\boxed{x=5/2}$ $\boxed{x=3/2}$

So, the solutions are $x=5/2$ & $x=3/2$ لہٰذا حل ہیں

Here critical point $(\frac{5}{2},0)$ & $(\frac{3}{2},0)$ کریٹیکل پوائنٹ

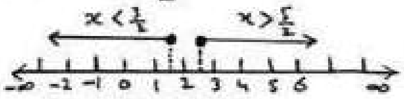
Line is divided into three intervals لائن کو تین وقفوں میں تقسیم کرتے ہیں

Interval 1: پہلا وقفہ : $x<\frac{3}{2}$

— 2: دوسرا : $\frac{3}{2}<x<\frac{5}{2}$

— 3: تیسرا : $x>\frac{5}{2}$

آزمائشی نقطہ Test point.



$(2x-5)(2x-3)\leq 0$

For $x=1$ $(2(1)-5)(2(1)-3)=(-3)(-1)=3>0$ (not satisfy)

For $x=2$ $(2(2)-5)(2(2)-3)=(-1)(1)=-1<0$ (satisfy)

For $x=3$ $(2(3)-5)(2(3)-3)=(1)(3)=3>0$ (not satisfy)

Hence solution is $x\in\left[\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right]$

vi) $-x^2+3x-2\geq 0$ multiplying by (-1) سے ضرب دینے (-1)

$x^2-3x+2\leq 0$

Associated eq. $x^2-3x+2=0$ متعلقہ مساوات

$x^2-2x-x+2=0$

$x(x-2)-1(x-2)=0$

$(x-2)(x-1)=0$

$x-2=0$ or $x-1=0$

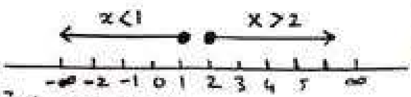
$\boxed{x=2}$ or $\boxed{x=1}$

So, the solutions are $x=2$ & $x=1$ لہٰذا حل ہیں

Here critical point $(2,0)$ & $(1,0)$ کریٹیکل پوائنٹ

Line is divided into three intervals لائن کو تین وقفوں میں تقسیم کرتے ہیں

CamScanner
CamScanner



Interval 1: پہلا وقفہ : $x < 1$

— " — 2 : " دوسرا : $1 < x < 2$

— " — 3 : " تیسرا : $x > 2$

Test point آزمائشی نقطہ $(x-2)(x-1) \leq 0$

For $x = 0$ $(0-2)(0-1) = (-2)(-1) = 2 \geq 0$ (Not satisfy)

For $x = 1.5$ $(1.5-2)(1.5-1) = (-0.5)(0.5) = -0.25 < 0$ (Satisfy)

For $x = 3$ $(3-2)(3-1) = (1)(2) = 2 > 0$ (Not satisfy)

Hence the solution is $x \in [1, 2]$

Exercise 2.6

QNo:1 Make 'F' the subject of formula

$C = \frac{5}{9}(F - 32)$

Multiplying by $\frac{9}{5}$ سے ضرب دینے $\frac{9}{5}$

$\frac{9}{5}C = \frac{9}{5} \times \frac{5}{9}(F - 32)$

$\frac{9}{5}C = F - 32$

$\frac{9}{5}C + 32 = F$

$F = \frac{9}{5}C + 32$

QNo:2 Formula for simple interest $I = PRT$

a) Make 'P' subject of formula

Given $I = PRT$

$\frac{I}{RT} = P$

$P = \frac{I}{RT}$

b) Make 'T' subject of formula

Given $I = PRT$

$\frac{I}{PR} = T$

$T = \frac{I}{PR}$

QNo:3 Make 'a' the subject of formula

Given $S = 2a + (n-1)d$

$S - (n-1)d = 2a$

$\frac{S - (n-1)d}{2} = a$

$a = \frac{S - (n-1)d}{2}$

QNo:4 Make 'h' the subject of formula

Given $V = \pi r^2 h$

$\frac{V}{\pi r^2} = h$

$h = \frac{V}{\pi r^2}$

QNo:5 Make 'h' the subject of formula

Given $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$

$2A = h(b_1 + b_2)$

$\frac{2A}{b_1 + b_2} = h$

$h = \frac{2A}{b_1 + b_2}$

QNo:6 Make 'x' the subject of formula

Given $y = mx + c$

$y - c = mx$

$\frac{y - c}{m} = x$

$x = \frac{y - c}{m}$

QNo:7 Make 'l' the subject of formula

Given $P = 2(l + w)$

$\frac{P}{2} = l + w$

$\frac{P}{2} - w = l$

$\frac{P - 2w}{2} = l$

$l = \frac{P - 2w}{2}$

QNo:8 Make 'x' the subject of formula

Given $y^2 = 4ax$

$\frac{y^2}{4a} = x$

$x = \frac{y^2}{4a}$

QNo:9 Make 'S' as subject of equation

Given $P = S - C$

$P + C = S$

$S = P + C$

QNo:10 Make 'h' as subject of formula

Given $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$3V = \pi r^2 h$

$\frac{3V}{\pi r^2} = h$

$h = \frac{3V}{\pi r^2}$

Exercise 2.7

QNo:1 A town's population is $P(t) = -2t^2 + 40t + 800$. Find year when population will be at least 1000, with 2020.

ایک قصبے کی آبادی $P(t) = -2t^2 + 40t + 800$ کے مطابق ہے۔ وہ سال معلوم کریں جب قصبے کی آبادی کم از کم 1000 ہو۔

Given modeled eq is دی گئی مساوات

$P(t) = -2t^2 + 40t + 800$

We have to find year when population will be at least 1000. i.e وہ سال معلوم کرنا ہے جب کم از کم آبادی 1000 ہو یعنی

$P(t) \geq 1000$

$-2t^2 + 40t + 800 \geq 1000$

$-2t^2 + 40t + 800 - 1000 \geq 0$

$-2t^2 + 40t - 200 \geq 0$ Dividing by '-2' 2- پر تقسیم کرنے سے

$t^2 - 20t + 100 \leq 0$

$(t)^2 - 2(t)(10) + (10)^2 \leq 0 \Rightarrow (t - 10)^2 \leq 0$

This will be true only when یہ درست ہوگا جب

$t - 10 = 0 \Rightarrow \boxed{t = 10}$ years

Required year (مطلوبہ سال) $= 2020 + 10$

when population will be at least 1000. $= 2030$ year

QNo:2 A company models its profit P by eq $P(x) = -5x^2 + 150x - 1000$. Find price that gives max. profit.

ایک کمپنی اپنے منافع کو مساوات $P(x) = -5x^2 + 150x - 1000$ سے ماڈل کرتی ہے وہ قیمت معلوم کریں جو زیادہ سے زیادہ منافع دیتی ہے۔

Given $P(x) = -5x^2 + 150x - 1000$

Here $a = -5$, $b = 150$, $c = -1000$

Since (چونکہ) $-5 < 0$, the parabola opens in downward & vertex gives the max. point.

پیرابولا نیچے کی سمت میں کھلتا ہے اور راس میکسیمم نقطہ دیتا ہے۔

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-150}{2(-5)} = \frac{-150}{-10} = 15$

Hence price that gives max. profit is Rs 15

پس جو قیمت زیادہ سے زیادہ منافع دیتی ہے وہ 15 روپے ہے۔

QNo:3 A toy car rolls down & covers distance $d = t^2 - 0.5t$ m. Find time when car has travelled distance 12.5m.

ایک کھلونا کار نیچے لڑھکتی ہے اور ..... فاصلہ طے کرتی ہے۔ وہ وقت معلوم کریں جب کار نے 12.5m کا فاصلہ طے کر لیا ہے۔

Given $d = t^2 - 0.5t$ as $d = 12.5$

$12.5 = t^2 - 0.5t \Rightarrow t^2 - 0.5t - 12.5 = 0$

Using Quadratic formula دو درجی فارمولا سے $a = 1, b = -0.5, c = -12.5$

$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-0.5) \pm \sqrt{(-0.5)^2 - 4(1)(-12.5)}}{2(1)}$

$= \frac{0.5 \pm \sqrt{0.25 + 50}}{2} = \frac{0.5 \pm \sqrt{50.25}}{2}$

CamScanner

CamScanner

$t = \frac{0.5 \pm 7.0887}{2} \Rightarrow t = \frac{0.5+7.0887}{2}$ & $t = \frac{0.5-7.0887}{2}$

$t = \frac{7.5887}{2}$ & $t = \frac{-6.5887}{2}$

$t = 3.79\,s$ & $t = -3.29\,s$ — time can not be negative. وقت منفی نہیں ہو سکتا

Hence $t = 3.79\,s$

QNo:4

A ball's height is $h(t) = -4t^2+24t$. For what time interval ball is at least 20m above ground.

ایک گیند کی بلندی ... وقت کے کس دورانیہ میں گیند زمین سے کم از کم 20m اوپر ہوگی

Given $h(t) = -4t^2+24t$

According to condition (شرط کے مطابق) $-4t^2+24t \geq 20$

$-4t^2+24t-20 \geq 0$

Dividing by '−4' (−4 پر تقسیم کرنے سے) $t^2-6t+5 \leq 0$

Associated eq (متعلقہ مساوات)

$t^2-6t+5=0$

$t^2-5t-t+5=0$

$t(t-5)-1(t-5)=0$

$(t-5)(t-1)=0$

$t-5=0$ or $t-1=0$

$\boxed{t=5}$ or $\boxed{t=1}$

Since $(t-5)(t-1) \leq 0$

Hence the ball is at least 20m above ground when $1 \leq t \leq 5$

پس گیند زمین سے 20m کی بلندی پر ہوگی جب

QNo:5

A ball is thrown upward with initial velocity of $40ms^{-1}$. Calculate max. height it reach above ground level.

ایک بال $40ms^{-1}$ کی ابتدائی ولاسٹی سے اوپر پھینکی گئی ہے زمین سے زیادہ سے زیادہ بلندی

Given: Initial velocity (ابتدائی ولاسٹی) $= V_i = 40ms^{-1}$

Final velocity (آخری ولاسٹی) $= V_f = 0ms^{-1}$

Gravitational acceleration (گریویٹیشنل ایکسلریشن) $= g = -10ms^{-2}$

height (distance) $= S = h = ?$

$2gh = V_f^2 - V_i^2$

$2(-10)h = (0)^2 - (40)^2$

$-20h = -1600 \Rightarrow h = \frac{1600}{20} = 80\,m$

QNo:6

A freelancer's earnings follow model $E(h) = -2h^2+40h$. What is max. number of hours he should work to maximize earning.

ایک فری لانسر کی آمدنی کا ماڈل $E(h)=-2h^2+40h$ ہے وہ اپنی آمدنی کو زیادہ سے زیادہ کرنے کے لیے زیادہ سے زیادہ کتنے گھنٹے کام کرے۔

Given $E(h) = -2h^2+40h$

Here $a=-2,\ b=40$

Since $-2<0$ the parabola opens downward & vertex gives the max point.

چونکہ $-2<0$ پیرابولا نیچے کی سمت میں کھلتا ہے اور راس max پوائنٹ کو ظاہر کرتا ہے۔

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-40}{2(-2)} = \frac{-40}{-4} = 10$

So number of hours that maximize earning

$\therefore x = 10$ hours per week

لہٰذا آمدنی کو maximize کرنے کے لیے گھنٹوں کی تعداد $x=10$ گھنٹے فی ہفتہ ہے۔

21 R.Exercise 2 اعادہ مشق

QNo:2 Solve $8x^2 = x+7$

a) By factorization — بذریعہ تجزی

$8x^2 = x+7$

$8x^2-x-7=0$

$8x^2-8x+7x-7=0$

$8x(x-1)+7(x-1)=0$

$(x-1)(8x+7)=0$

$x-1=0$ or $8x+7=0$

$\boxed{x=1}$ $\quad 8x=-7$

$S.Set = \{1, -7/8\}$ $\quad \boxed{x=-7/8}$

b) By Completing Square — بذریعہ تکمیل مربع

$\frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

$8x^2 = x+7$

$8x^2 - x = 7$

$\frac{8x^2}{8} - \frac{x}{8} = \frac{7}{8} \Rightarrow x^2 - \frac{1}{8}x = \frac{7}{8}$

$(x)^2 - 2(x)\left(\frac{1}{16}\right) + \left(\frac{1}{16}\right)^2 = \frac{7}{8} + \left(\frac{1}{16}\right)^2$

$\left(x - \frac{1}{16}\right)^2 = \frac{7}{8} + \frac{1}{256}$

$= \frac{224+1}{256} = \frac{225}{256}$

Taking square root — جذر المربع لینے سے

$\sqrt{\left(x-\frac{1}{16}\right)^2} = \sqrt{\frac{225}{256}}$

$x - \frac{1}{16} = \pm \frac{15}{16}$

$x - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$ & $x - \frac{1}{16} = -\frac{15}{16}$

$x = \frac{15}{16} + \frac{1}{16} = \frac{15+1}{16} = \frac{16}{16}$, $\quad x = -\frac{15}{16} + \frac{1}{16} = \frac{-15+1}{16} = \frac{-14}{16}$

$x = 1$ $\quad x = -7/8$

$S.Set = \{1, -\frac{7}{8}\}$

c) By Quadratic formula — بذریعہ دودرجی فارمولا

$8x^2 = x+7$

$8x^2 - x - 7 = 0$ $\quad a=8,\ b=-1,\ c=-7$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2-4(8)(-7)}}{2(8)} = \frac{1 \pm \sqrt{1+224}}{16}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{225}}{16} = \frac{1 \pm 15}{16}$

$x = \frac{1+15}{16} = \frac{16}{16} = 1$ & $x = \frac{1-15}{16} = \frac{-14}{16} = -7/8$

$S.Set = \{1, -7/8\}$

CamScanner

CamScanner

ii) $2x^2 - x - 10 = 0$

a) By factorization — بذریعہ تجزی

$2x^2 - x - 10 = 0$

$2x^2 - 5x + 4x - 10 = 0$

$x(2x-5) + 2(2x-5) = 0$

$(2x-5)(x+2) = 0$

20×1, 10×2, $\boxed{-5 \times 4}$

$2x - 5 = 0$ or $x + 2 = 0$

$2x = 5$ | $x = -2$

$x = 5/2$

S.Set $= \{-2, 5/2\}$

b) By Completing square — بذریعہ تکمیل مربع

$2x^2 - x - 10 = 0$

$2x^2 - x = 10$

$\frac{2x^2}{2} - \frac{x}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow x^2 - \frac{1}{2}x = 5$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$(x)^2 - 2(x)(\frac{1}{4}) + (\frac{1}{4})^2 = 5 + (\frac{1}{4})^2$

$(x - \frac{1}{4})^2 = 5 + \frac{1}{16} = \frac{80+1}{16} = \frac{81}{16}$

Taking square root — جذر المربع لینے سے

$\sqrt{(x-\frac{1}{4})^2} = \sqrt{\frac{81}{16}}$

$x - \frac{1}{4} = \pm \frac{9}{4}$

$x - \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ & $x - \frac{1}{4} = -\frac{9}{4}$

$x = \frac{9}{4} + \frac{1}{4}$ | $x = -\frac{9}{4} + \frac{1}{4}$

$= \frac{9+1}{4} = \frac{10}{4}$ | $= \frac{-9+1}{4} = -\frac{8}{4}$

$= 5/2$ | $= -2$

S.Set $= \{-2, 5/2\}$

c) By Quadratic formula — دو درجی فارمولہ سے

$2x^2 - x - 10 = 0$ $a = 2, b = -1, c = -10$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(2)(-10)}}{2(2)}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{1+80}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{1 \pm 9}{4}$

$x = \frac{1+9}{4} = \frac{10}{4}$ & $x = \frac{1-9}{4} = -\frac{8}{4}$

$= 5/2$ | $= -2$

S.Set $= \{-2, 5/2\}$

QNo:3 Form Quadratic eq. whose roots are $6, \frac{3}{2}$

دیے گئے روٹس سے دو درجی مساوات بنائیں

S = Sum of roots (روٹس کا مجموعہ) $= 6 + \frac{3}{2} = \frac{12+3}{2} = \frac{15}{2}$

P = Product of roots (روٹس کا حاصل ضرب) $= (6)(\frac{3}{2}) = 9$

Required eq. $x^2 - Sx + P = 0$ مطلوبہ مساوات

$x^2 - \frac{15}{2}x + 9 = 0$ Multiplying by 2 — 2 سے ضرب دینے سے

$2x^2 - 15x + 18 = 0$

QNo:4 Examine nature of roots

روٹس کی اقسام بتائیں

i) $15x^2 + 11x + 2 = 0$

$a = 15, b = 11, c = 2$

Disc = فرق کنندہ $= b^2 - 4ac$

$= (11)^2 - 4(15)(2)$

$= 121 - 120$

$= 1 = (1)^2 > 0$

Positive & complete sq.

فرق کنندہ مثبت اور مکمل مربع ہے

roots are rational (real) & unequal

روٹس نا برابر اور ناطق ہیں۔

ii) $x^2 - x - 1 = 0$

$a = 1, b = -1, c = -1$

Disc = فرق کنندہ $= b^2 - 4ac$

$= (-1)^2 - 4(1)(-1)$

$= 1 + 4$

$= 5 > 0$

Positive & not complete square

فرق کنندہ مثبت اور نا مکمل مربع ہے

Roots are unequal & irrational

روٹس نا برابر اور غیر ناطق ہیں۔

QNo:5 If a ball is thrown upward with velocity v...... make v as subject.

Given formula $h = \frac{v^2}{2g}$ دیا گیا فارمولا

$h \times 2g = v^2 \Rightarrow v^2 = 2gh$

$\sqrt{v^2} = \sqrt{2gh}$

$v = \sqrt{2gh}$

QNo:6 If the equation $x^2 + 2(1+k)x + k^2 = 0$ has equal roots. Find value of k

اگر روٹس مساوی ہوں تو k کی قیمت معلوم کریں۔

Given $x^2 + 2(1+k)x + k^2 = 0$

$a = 1$, $b = 2(1+k)$, $c = k^2$

Since roots are equal چونکہ روٹس برابر ہیں لہٰذا

Disc = فرق کنندہ $= b^2 - 4ac = 0$

$[2(1+k)]^2 - 4(1)(k^2) = 0$

$4(1 + k^2 + 2k) - 4k^2 = 0$

$4 + \cancel{4k^2} + 8k - \cancel{4k^2} = 0$

$8k + 4 = 0$

$8k = -4$

$k = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$ $\boxed{k = -\frac{1}{2}}$

محمد اعجاز احمد ایم ایس سی میتھ، ایم ایڈ

گورنمنٹ ہائی سکول چک نورنگ شاہ کبیروالا

0300-733 5154
0313-733 5154

CamScanner

CamScanner

Easy Math Notes

Unit #3 Matrices & Det...

New 10th

Muhammad Ijaz Ahmad M.Sc Math
GHS Nourang Shah

0300,0313 7335154

Muhammad Ammar Yasir Madni
BS Math $24\frac{04}{26}$

03000 831454

Exercise 3.1

QNo:1 Write number of rows & columns قطاروں اور کالموں کی تعداد لکھیں

i) $A=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$ ii) $B=\begin{bmatrix}3\\4\\7\end{bmatrix}$ iii) $C=\begin{bmatrix}8&-10&11\end{bmatrix}$

Rows قطاریں $=2$, Column کالم $=2$; قطاریں $R=3$, کالم $C=1$; Rows قطاریں $=1$, C کالم $=3$

iv) $D=\begin{bmatrix}3&2&1\\1&0&3\\4&5&6\end{bmatrix}$ v) $E=\begin{bmatrix}5&9&-2\\-3&4&5\end{bmatrix}$

R قطاریں $=3$, C کالم $=3$; R قطاریں $=2$, C کالم $=3$

QNo:2 Write Order مرتبہ لکھیں

$A=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ $R=2$, $C=1$, Order مرتبہ 2-by-1

$B=\begin{bmatrix}3&4\end{bmatrix}$ $R=1$, $C=2$, Order مرتبہ 1-by-2

$C=\begin{bmatrix}3&5\\5&6\end{bmatrix}$ $R=2$, $C=2$, Order مرتبہ 2-by-2

$D=\begin{bmatrix}0&3&4\\5&0&9\end{bmatrix}$ $R=2$, $C=3$, Order مرتبہ 2-by-3

$E=\begin{bmatrix}0&1\\3&4\\5&6\end{bmatrix}$ $R=3$, $C=2$, Order مرتبہ 3-by-2

$F=\begin{bmatrix}5\end{bmatrix}$ $R=1$, $C=1$, Order مرتبہ 1-by-1

QNo:3 Which matrices are equal مساوی قالب بتائیں

$A=\begin{bmatrix}0&3\\4&1\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}9\\-7\end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix}2\times3&2-1\\2\times2&4-2\\4+4&3+0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&1\\4&2\\8&3\end{bmatrix}$

$D=\begin{bmatrix}5+4\\-8+1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9\\-7\end{bmatrix}$ $E=\begin{bmatrix}6&1\\4&2\\8&3\end{bmatrix}$

$F=\begin{bmatrix}3-3&3\\3+1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&3\\4&1\end{bmatrix}$

i) مرتبہ Order برابر ہو
ii) متناظرہ ارکان برابر ہوں Corresponding entries

$A=F$; $B=D$; $C=E$

QNo:4 If $\begin{bmatrix}a+2&c-3\\b-1&d+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5&8\\6&4\end{bmatrix}$ Find a, b, c, d

$a+2=5 \rightarrow$ i) $c-3=8 \rightarrow$ ii)
$b-1=6 \rightarrow$ iii) $d+4=4 \rightarrow$ iv)

From i) $a+2=5$, $a=5-2$, $\boxed{a=3}$
From ii) $c-3=8$, $c=8+3$, $\boxed{c=11}$
From iii) $b-1=6$, $b=6+1$, $\boxed{b=7}$
From iv) $d+4=4$, $d=4-4$, $\boxed{d=0}$

QNo:5 If $\begin{bmatrix}2x+1&4\\7&5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9&4\\7&y\end{bmatrix}$ Find x & y

$2x+1=9$ & $5=y$
$2x=9-1$ $\boxed{y=5}$
$2x=8$
$x=8/2=4 \Rightarrow \boxed{x=4}$

QNo:6 If $\begin{bmatrix}a+2b&2d-1\\3b+2&4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10&5\\11&c\end{bmatrix}$

$a+2b=10 \rightarrow$ (i) $2d-1=5 \rightarrow$ (ii)
$3b+2=11 \rightarrow$ (iii) $4=c \rightarrow$ iv)

From (iii) $3b+2=11$
$3b=11-2$
$3b=9$
$b=9/3$
$\boxed{b=3}$

From (ii) $2d-1=5$
$2d=5+1$
$2d=6$
$d=6/2$
$\boxed{d=3}$

Putting value of b in eq i) b کی قیمت مساوات i) میں درج کرنے سے
$a+2b=10$
$a+2(3)=10$
$a+6=10$
$a=10-6$
$\boxed{a=4}$

From (iv) $4=c$
$\boxed{c=4}$

QNo:7 If $\begin{bmatrix}p+q&5\\11&p-2q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&5\\11&0\end{bmatrix}$

$p+q=6 \rightarrow$ (i) & $p-2q=0 \rightarrow$ (ii)

Subtracting eq (i) & (ii) مساوات i) اور ii) کو تفریق کرنے سے

$\cancel{p}+q=6$
$\cancel{\pm p}\mp 2q=0$
$3q=6$
$q=6/3$
$\boxed{q=2}$

Putting value of q in eq i) q کی قیمت مساوات i) میں درج کرنے سے
$p+q=6$
$p+2=6$
$p=6-2=4 \Rightarrow \boxed{p=4}$

Exercise 3.2

QNo:1 Identify unit matrix وحدانی قالب, row matrix قطاری قالب, column matrix کالمی قالب & null matrix صفری قالب

$A=\begin{bmatrix}5&7&8\end{bmatrix}$ Row matrix قطاری قالب

$B=\begin{bmatrix}0\end{bmatrix}$ Null matrix صفری قالب

$C=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ Unit matrix وحدانی قالب

$D=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$ Null matrix صفری قالب

$E=\begin{bmatrix}6\\0\\8\end{bmatrix}$ Column Matrix کالمی قالب

$F=\begin{bmatrix}7\\9\end{bmatrix}$ Column Matrix کالمی قالب

CamScanner

CamScanner

QNo:2 Identify Unit Matrix وحدانی قالب

Row matrix قطاری قالب, Column کالمی, Square مربعی & Rectangular مستطیلی قالب matrices.

$A=\begin{bmatrix}5\\3\\4\end{bmatrix}$ Colum Matrix & Rectangular کالمی اور مستطیلی قالب

$B=\begin{bmatrix}1&6\\4&1\end{bmatrix}$ Square Matrix مربعی قالب

$C=\begin{bmatrix}3&5&8\\0&4&-2\end{bmatrix}$ Rectangular Matrix مستطیلی قالب

$D=\begin{bmatrix}5&-5\\2&7\end{bmatrix}$ Square Matrix مربعی قالب

$E=\begin{bmatrix}3&2\\4&1\\5&0\end{bmatrix}$ Rectangular Matrix مستطیلی قالب

$F=\begin{bmatrix}5&-3&7\end{bmatrix}$ Row & Rectangular Matrix قطاری اور مستطیلی قالب

$G=\begin{bmatrix}3&0&1\\1&3&4\\-5&2&-3\end{bmatrix}$ Square Matrix مربعی قالب

$H=\begin{bmatrix}3&5\\4&4\\5&2\end{bmatrix}$ Rectangular Matrix مستطیلی قالب

QNo:3 Identify diagonal وتری, Scalar سکیلر & Unit وحدانی matrices.

$A=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ Unit Matrix وحدانی قالب

$B=\begin{bmatrix}5&0\\0&5\end{bmatrix}$ Scalar Matrix سکیلر قالب

$C=\begin{bmatrix}3&0\\0&0\end{bmatrix}$ Diagonal Matrix وتری قالب

$D=\begin{bmatrix}7&0\\0&6\end{bmatrix}$ Diagonal Matrix وتری قالب

$E=\begin{bmatrix}2&0\\0&2\end{bmatrix}$ Scalar Matrix سکیلر قالب

QNo:4 Find transpose ٹرانسپوز معلوم کریں

$A=\begin{bmatrix}2&3\\4&5\end{bmatrix}$

$A^t=\begin{bmatrix}2&3\\4&5\end{bmatrix}^t$

$=\begin{bmatrix}2&4\\3&5\end{bmatrix}$

$B=\begin{bmatrix}3\\7\\6\end{bmatrix}$

$B^t=\begin{bmatrix}3\\7\\6\end{bmatrix}^t$

$=\begin{bmatrix}3&7&6\end{bmatrix}$

$C=\begin{bmatrix}5&-2&4\end{bmatrix}$

$C^t=\begin{bmatrix}5&-2&4\end{bmatrix}^t$

$=\begin{bmatrix}5\\-2\\4\end{bmatrix}$

$D=\begin{bmatrix}2&5\\3&6\\4&7\end{bmatrix}$

$D^t=\begin{bmatrix}2&5\\3&6\\4&7\end{bmatrix}^t$

$=\begin{bmatrix}2&3&4\\5&6&7\end{bmatrix}$

QNo:5 Find negative منفی قالب معلوم کریں

$A=\begin{bmatrix}-3&0\\5&-6\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}-3&3\\-2&2\end{bmatrix}$

$-A=\begin{bmatrix}3&0\\-5&6\end{bmatrix}$ $-B=\begin{bmatrix}3&-3\\2&-2\end{bmatrix}$

$C=\begin{bmatrix}-9&1\\1&-7\end{bmatrix} \Rightarrow -C=\begin{bmatrix}9&-1\\-1&7\end{bmatrix}$

QNo:6 If $A=\begin{bmatrix}2&3\\4&5\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}7&6\\5&8\end{bmatrix}$ verify

i) $(A^t)^t=A$ ii) $(B^t)^t=B$

$A=\begin{bmatrix}2&3\\4&5\end{bmatrix}$

$A^t=\begin{bmatrix}2&3\\4&5\end{bmatrix}^t=\begin{bmatrix}2&4\\3&5\end{bmatrix}$

$(A^t)^t=\begin{bmatrix}2&4\\3&5\end{bmatrix}^t$

$=\begin{bmatrix}2&3\\4&5\end{bmatrix}$

$(A^t)^t=A$

$B=\begin{bmatrix}7&6\\5&8\end{bmatrix}$

$B^t=\begin{bmatrix}7&6\\5&8\end{bmatrix}^t=\begin{bmatrix}7&5\\6&8\end{bmatrix}$

$(B^t)^t=\begin{bmatrix}7&5\\6&8\end{bmatrix}^t$

$=\begin{bmatrix}7&6\\5&8\end{bmatrix}$

$(B^t)^t=B$

QNo:7 Show $L=\begin{bmatrix}2&3&4\\3&-2&5\\4&5&0\end{bmatrix}$ is symmetric

ثابت کریں کہ L سیمیٹرک قالب ہے

If $L^t=L$ then L is symmetric matrix.

اگر $L^t=L$ ہو تو L سیمیٹرک قالب ہے

$L^t=\begin{bmatrix}2&3&4\\3&-2&5\\4&5&0\end{bmatrix}^t$

$=\begin{bmatrix}2&3&4\\3&-2&5\\4&5&0\end{bmatrix}$

$L^t=L$ Hence symmetric matrix

Exercise 3.3

QNo:1 Which can be added & subtracted

کن قالبوں کو جمع یا تفریق کر سکتے ہیں

Matrices of same order can be added or subtracted. ایک جیسے مرتبہ والے قالب جمع یا تفریق کیے جا سکتے ہیں

$A=\begin{bmatrix}3&4\\-2&1\end{bmatrix}$ 2-by-2

$B=\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}$ 2-by-1

$C=\begin{bmatrix}5&2\end{bmatrix}$ 1-by-2

$D=\begin{bmatrix}1&7\\2&5\end{bmatrix}$ 2-by-2

$E=\begin{bmatrix}2\end{bmatrix}$ 1-by-1

$F=\begin{bmatrix}7&11\end{bmatrix}$ 1-by-2

$G=\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ 2-by-1

$H=\begin{bmatrix}3\end{bmatrix}$ 1-by-1

$M=\begin{bmatrix}l\\m\end{bmatrix}$ 2-by-1

A & D, B, G & M, C & F, E & H can be added or subtracted

QNo:2 $X=\begin{bmatrix}1&-1\\-2&2\end{bmatrix}$, $Y=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$, $Z=\begin{bmatrix}3&0\\0&-2\end{bmatrix}$ then find

i) $X+Y=\begin{bmatrix}1&-1\\-2&2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+1&-1+2\\-2+3&2+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&1\\1&6\end{bmatrix}$

ii) $Y+7Z=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}+7\begin{bmatrix}3&0\\0&-2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}21&0\\0&-14\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+21&2+0\\3+0&4-14\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}22&2\\3&-10\end{bmatrix}$

iii) $4X-Z=4\begin{bmatrix}1&-1\\-2&2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3&0\\0&-2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}4&-4\\-8&8\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3&0\\0&-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4-3&-4-0\\-8-0&8+2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&-4\\-8&10\end{bmatrix}$

iv) $X+2Y+3Z=\begin{bmatrix}1&-1\\-2&2\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}+3\begin{bmatrix}3&0\\0&-2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}1&-1\\-2&2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2&4\\6&8\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}9&0\\0&-6\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}1+2+9&-1+4+0\\-2+6+0&2+8-6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12&3\\4&4\end{bmatrix}$

v) $X-4Y+Z=\begin{bmatrix}1&-1\\-2&2\end{bmatrix}-4\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3&0\\0&-2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}1&-1\\-2&2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4&8\\12&16\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3&0\\0&-2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}1-4+3&-1-8+0\\-2-12+0&2-16-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&-9\\-14&-16\end{bmatrix}$

vi) $Z-Z=\begin{bmatrix}3&0\\0&-2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3&0\\0&-2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}3-3&0-0\\0-0&-2+2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$

QNo:3 Find additive inverse جمعی معکوس معلوم کریں

i) $P=\begin{bmatrix}5\\-7\end{bmatrix}$

Additive inverse of P $=\begin{bmatrix}-5\\7\end{bmatrix}$ P کا جمعی معکوس

ii) $Q=\begin{bmatrix}9&-3\end{bmatrix}$

Additive inverse of Q, Q کا جمعی معکوس $=\begin{bmatrix}-9&3\end{bmatrix}$

iii) $R=\begin{bmatrix}2&-1\\-2&3\end{bmatrix}$

Additive inverse of R, R کا جمعی معکوس $=\begin{bmatrix}-2&1\\2&-3\end{bmatrix}$

iv) $S=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

Additive inverse of S, S کا جمعی معکوس $=\begin{bmatrix}-1&0\\0&-1\end{bmatrix}$

QNo:4 If $A=\begin{bmatrix}2&3\\-1&2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}3&4\\5&6\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}1&-2\\0&5\end{bmatrix}$ then verify

i) $A+B=B+A$

CamScanner

CamScanner

$$\begin{bmatrix}2&3\\-3&2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3&4\\5&6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3&4\\5&6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2&3\\-3&2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2+3&3+4\\-3+5&2+6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3+2&4+3\\5-3&6+2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}5&7\\2&8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5&7\\2&8\end{bmatrix} \qquad LHS = RHS$$

ii) $(A+B)+C = A+(B+C)$

$LHS = (A+B)+C$

$$=\left(\begin{bmatrix}2&3\\-3&2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3&4\\5&6\end{bmatrix}\right)+\begin{bmatrix}1&-2\\0&5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}2+3&3+4\\-3+5&2+6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&-2\\0&5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}5&7\\2&8\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&-2\\0&5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}5+1&7-2\\2+0&8+5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}6&5\\2&13\end{bmatrix}$$

$RHS = A+(B+C)$

$$=\begin{bmatrix}2&3\\-3&2\end{bmatrix}+\left(\begin{bmatrix}3&4\\5&6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&-2\\0&5\end{bmatrix}\right)$$
$$=\begin{bmatrix}2&3\\-3&2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3+1&4-2\\5+0&6+5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}2&3\\-3&2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4&2\\5&11\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}2+4&3+2\\-3+5&2+11\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}6&5\\2&13\end{bmatrix}$$

LHS = RHS

iii) $(2A+B)+C = 2A+(B+C)$

$LHS = (2A+B)+C$

$$=\left(2\begin{bmatrix}2&3\\-3&2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3&4\\5&6\end{bmatrix}\right)+\begin{bmatrix}1&-2\\0&5\end{bmatrix}$$
$$=\left(\begin{bmatrix}4&6\\-6&4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3&4\\5&6\end{bmatrix}\right)+\begin{bmatrix}1&-2\\0&5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}4+3&6+4\\-6+5&4+6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&-2\\0&5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}7&10\\-1&10\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&-2\\0&5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}7+1&10-2\\-1+0&10+5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}8&8\\-1&15\end{bmatrix}$$

$RHS = 2A+(B+C)$

$$=2\begin{bmatrix}2&3\\-3&2\end{bmatrix}+\left(\begin{bmatrix}3&4\\5&6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&-2\\0&5\end{bmatrix}\right)$$
$$=\begin{bmatrix}4&6\\-6&4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3+1&4-2\\5+0&6+5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}4&6\\-6&4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4&2\\5&11\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}4+4&6+2\\-6+5&4+11\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}8&8\\-1&15\end{bmatrix}$$

LHS = RHS

iv) $3(A+B) = 3A+3B$

$LHS = 3(A+B)$

$$=3\left(\begin{bmatrix}2&3\\-3&2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3&4\\5&6\end{bmatrix}\right)$$
$$=3\begin{bmatrix}2+3&3+4\\-3+5&2+6\end{bmatrix}$$
$$=3\begin{bmatrix}5&7\\2&8\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}15&21\\6&24\end{bmatrix}$$

$RHS = 3A+3B$

$$=3\begin{bmatrix}2&3\\-3&2\end{bmatrix}+3\begin{bmatrix}3&4\\5&6\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}6&9\\-9&6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}9&12\\15&18\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}6+9&9+12\\-9+15&6+18\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}15&21\\6&24\end{bmatrix}$$

LHS = RHS

QNo:5 If $A=\begin{bmatrix}5&6\\7&-2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-5&-6\\-7&2\end{bmatrix}$ then show B is Additive inverse of A & A is Additive inverse of B. ثابت کریں کہ A، B کا جمعی معکوس ہے اور B، A کا جمعی معکوس ہے

Sol: We have to show that $B+A = O = A+B$

$$B+A=\begin{bmatrix}-5&-6\\-7&2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5&6\\7&-2\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}-5+5&-6+6\\-7+7&2-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}=O$$

$$A+B=\begin{bmatrix}5&6\\7&-2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-5&-6\\-7&2\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}5-5&6-6\\7-7&-2+2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}=O$$

Hence proved پس ثابت ہوا کہ A، B کا اور B، A کا جمعی معکوس ہے

QNo:6 If $A=\begin{bmatrix}6&-2\\0&3\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}8&-1\\3&0\end{bmatrix}$ verify

i) $(A+B)^t = A^t + B^t$

$LHS = (A+B)^t$

$$=\left(\begin{bmatrix}6&-2\\0&3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}8&-1\\3&0\end{bmatrix}\right)^t$$
$$=\begin{bmatrix}6+8&-2-1\\0+3&3+0\end{bmatrix}^t$$
$$=\begin{bmatrix}14&-3\\3&3\end{bmatrix}^t$$
$$=\begin{bmatrix}14&3\\-3&3\end{bmatrix}$$

$RHS = A^t + B^t$

$$=\begin{bmatrix}6&-2\\0&3\end{bmatrix}^t+\begin{bmatrix}8&-1\\3&0\end{bmatrix}^t$$
$$=\begin{bmatrix}6&0\\-2&3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}8&3\\-1&0\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}6+8&0+3\\-2-1&3+0\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}14&3\\-3&3\end{bmatrix}$$

LHS = RHS

ii) $(A-B)^t = A^t - B^t$

$LHS = (A-B)^t$

$$=\left(\begin{bmatrix}6&-2\\0&3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}8&-1\\3&0\end{bmatrix}\right)^t$$
$$=\begin{bmatrix}6-8&-2+1\\0-3&3-0\end{bmatrix}^t$$
$$=\begin{bmatrix}-2&-1\\-3&3\end{bmatrix}^t$$
$$=\begin{bmatrix}-2&-3\\-1&3\end{bmatrix}$$

$RHS = A^t - B^t$

$$=\begin{bmatrix}6&-2\\0&3\end{bmatrix}^t-\begin{bmatrix}8&-1\\3&0\end{bmatrix}^t$$
$$=\begin{bmatrix}6&0\\-2&3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}8&3\\-1&0\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}6-8&0-3\\-2+1&3-0\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}-2&-3\\-1&3\end{bmatrix}$$

LHS = RHS

Exercise 3.4

QNo:1 Find AB & BA if possible

i) $A=\begin{bmatrix}1&2\\-1&0\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}3&2\\1&-1\end{bmatrix}$

$$AB=\begin{bmatrix}1&2\\-1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3&2\\1&-1\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}(1)(3)+(2)(1)&(1)(2)+(2)(-1)\\(-1)(3)+(0)(1)&(-1)(2)+(0)(-1)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}3+2&2-2\\-3+0&-2-0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5&0\\-3&-2\end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix}3&2\\1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&2\\-1&0\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}(3)(1)+(2)(-1)&(3)(2)+(2)(0)\\(1)(1)+(-1)(-1)&(1)(2)+(-1)(0)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}3-2&6+0\\1+1&2-0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&6\\2&2\end{bmatrix}$$

ii) $A=\begin{bmatrix}1&-2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}3\\-4\end{bmatrix}$

$$AB=\begin{bmatrix}1&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\-4\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}(1)(3)+(-2)(-4)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}3+8\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}11\end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix}3\\-4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&-2\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}(3)(1)&(3)(-2)\\(-4)(1)&(-4)(-2)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}3&-6\\-4&8\end{bmatrix}$$

iii) $A=\begin{bmatrix}4\\4\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2&5\end{bmatrix}$

$$AB=\begin{bmatrix}4\\4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&5\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}(4)(2)&(4)(5)\\(4)(2)&(4)(5)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}8&20\\8&20\end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix}2&5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\4\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}(2)(4)+(5)(4)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}8+20\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}28\end{bmatrix}$$

iv) $A=\begin{bmatrix}1&2\\-1&1\\3&0\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-1&4&1\\2&3&1\end{bmatrix}$

$$AB=\begin{bmatrix}1&2\\-1&1\\3&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&4&1\\2&3&1\end{bmatrix}$$

CamScanner

CamScanner

$$AB=\begin{bmatrix}(1)(-1)+(2)(2) & (1)(4)+(2)(3) & (1)(1)+(2)(1)\\(-1)(-1)+(1)(2) & (-1)(4)+(1)(3) & (-1)(1)+(1)(1)\\(3)(-1)+(0)(2) & (3)(4)+(0)(3) & (3)(1)+(0)(1)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-1+4 & 4+6 & 1+2\\1+2 & -4+3 & -1+1\\-3+0 & 12+0 & 3+0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 10 & 3\\3 & -1 & 0\\-3 & 12 & 3\end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix}-1 & 4 & 1\\2 & 3 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\-1 & 1\\3 & 0\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(-1)(1)+(4)(-1)+(1)(3) & (-1)(2)+(4)(1)+(1)(0)\\(2)(1)+(3)(-1)+(1)(3) & (2)(2)+(3)(1)+(1)(0)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-1-4+3 & -2+4+0\\2-3+3 & 4+3+0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 2\\2 & 7\end{bmatrix}$$

v) $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\3 & 1 & 1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & 5\\2 & 4\\1 & 6\end{bmatrix}$

$$AB=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\3 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 5\\2 & 4\\1 & 6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(1)(1)+(2)(2)+(2)(1) & (1)(5)+(2)(4)+(2)(6)\\(3)(1)+(1)(2)+(1)(1) & (3)(5)+(1)(4)+(1)(6)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1+4+2 & 5+8+12\\3+2+1 & 15+4+6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7 & 25\\6 & 25\end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix}1 & 5\\2 & 4\\1 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\3 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(1)(1)+(5)(3) & (1)(2)+(5)(1) & (1)(2)+(5)(1)\\(2)(1)+(4)(3) & (2)(2)+(4)(1) & (2)(2)+(4)(1)\\(1)(1)+(6)(3) & (1)(2)+(6)(1) & (1)(2)+(6)(1)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1+15 & 2+5 & 2+5\\2+12 & 4+4 & 4+4\\1+18 & 2+6 & 2+6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}16 & 7 & 7\\14 & 8 & 8\\19 & 8 & 8\end{bmatrix}$$

QNo:2 $A=\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2 & -1\\0 & 3\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}5 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}$

verify

i) $AB \neq BA$

$$AB=\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & -1\\0 & 3\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(5)(2)+(1)(0) & (5)(-1)+(1)(3)\\(-1)(2)+(4)(0) & (-1)(-1)+(4)(3)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}10+0 & -5+3\\-2+0 & 1+12\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10 & -2\\-2 & 13\end{bmatrix}\longrightarrow (i)$$

$$BA=\begin{bmatrix}2 & -1\\0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(2)(5)+(-1)(-1) & (2)(1)+(-1)(4)\\(0)(5)+(3)(-1) & (0)(1)+(3)(4)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}10+1 & 2-4\\0-3 & 0+12\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}11 & -2\\-3 & 12\end{bmatrix}\longrightarrow (ii)$$

From (i) & (ii) $AB \neq BA$

ii) $A(B-C)=AB-AC$

LHS $=A(B-C)$

$$=\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix}2 & -1\\0 & 3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}\right)$$

$$=\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2-5 & -1-1\\0-1 & 3-4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-3 & -2\\-1 & -1\end{bmatrix}$$

$$A(B-C)=\begin{bmatrix}(5)(-3)+(1)(-1) & (5)(-2)+(1)(-1)\\(-1)(-3)+(4)(-1) & (-1)(-2)+(4)(-1)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-15-1 & -10-1\\3-4 & 2-4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-16 & -11\\-1 & -2\end{bmatrix}\longrightarrow (i)$$

RHS $=AB-AC$

$$=\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & -1\\0 & 3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(5)(2)+(1)(0) & (5)(-1)+(1)(3)\\(-1)(2)+(4)(0) & (-1)(-1)+(4)(3)\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}(5)(5)+(1)(1) & (5)(1)+(1)(4)\\(-1)(5)+(4)(1) & (-1)(1)+(4)(4)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}10+0 & -5+3\\-2+0 & 1+12\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}25+1 & 5+4\\-5+4 & -1+16\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}10 & -2\\-2 & 13\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}26 & 9\\-1 & 15\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}10-26 & -2-9\\-2+1 & 13-15\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-16 & -11\\-1 & -2\end{bmatrix}\longrightarrow (ii)$$

From (i) & (ii) LHS = RHS

iii) $A(BC)=(AB)C$

LHS $=A(BC)$

$$=\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix}2 & -1\\0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}\right)$$

$$=\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}(2)(5)+(-1)(1) & (2)(1)+(-1)(4)\\(0)(5)+(3)(1) & (0)(1)+(3)(4)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}10-1 & 2-4\\0+3 & 0+12\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}9 & -2\\3 & 12\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(5)(9)+(1)(3) & (5)(-2)+(1)(12)\\(-1)(9)+(4)(3) & (-1)(-2)+(4)(12)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}45+3 & -10+12\\-9+12 & 2+48\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}48 & 2\\3 & 50\end{bmatrix}\longrightarrow (i)$$

RHS $=(AB)C$

$$=\left(\begin{bmatrix}5 & 1\\-1 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & -1\\0 & 3\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}5 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(5)(2)+(1)(0) & (5)(-1)+(1)(3)\\(-1)(2)+(4)(0) & (-1)(-1)+(4)(3)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}10+0 & -5+3\\-2+0 & 1+12\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}10 & -2\\-2 & 13\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(10)(5)+(-2)(1) & (10)(1)+(-2)(4)\\(-2)(5)+(13)(1) & (-2)(1)+(13)(4)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}50-2 & 10-8\\-10+13 & -2+52\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}48 & 2\\3 & 50\end{bmatrix}\longrightarrow (ii)$$

From (i) & (ii) LHS = RHS

iv) $(BC)^t = C^tB^t$

LHS $=(BC)^t=\left(\begin{bmatrix}2 & -1\\0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}\right)^t$

$$=\begin{bmatrix}(2)(5)+(-1)(1) & (2)(1)+(-1)(4)\\(0)(5)+(3)(1) & (0)(1)+(3)(4)\end{bmatrix}^t$$

$$=\begin{bmatrix}10-1 & 2-4\\0+3 & 0+12\end{bmatrix}^t=\begin{bmatrix}9 & -2\\3 & 12\end{bmatrix}^t=\begin{bmatrix}9 & 3\\-2 & 12\end{bmatrix}\longrightarrow (i)$$

RHS $=C^tB^t$

$$=\begin{bmatrix}5 & 1\\1 & 4\end{bmatrix}^t\begin{bmatrix}2 & -1\\0 & 3\end{bmatrix}^t$$

CamScanner

CamScanner

$$C^tB^t = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (5)(2)+(1)(-1) & (5)(0)+(1)(3) \\ (1)(2)+(4)(-1) & (1)(0)+(4)(3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10-1 & 0+3 \\ 2-4 & 0+12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ -2 & 12 \end{bmatrix} \longrightarrow (ii)$$

From (i) & (ii) LHS = RHS

v) $(B+C)A = BA + CA$

LHS $= (B+C)A$

$$= \left(\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+5 & -1+1 \\ 0+1 & 3+4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (7)(5)+(0)(-1) & (7)(1)+(0)(4) \\ (1)(5)+(7)(-1) & (1)(1)+(7)(4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 35+0 & 7+0 \\ 5-7 & 1+28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 & 7 \\ -2 & 29 \end{bmatrix} \longrightarrow (i)$$

RHS $= BA + CA$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (2)(5)+(-1)(-1) & (2)(1)+(-1)(4) \\ (0)(5)+(3)(-1) & (0)(1)+(3)(4) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (5)(5)+(1)(-1) & (5)(1)+(1)(4) \\ (1)(5)+(4)(-1) & (1)(1)+(4)(4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10+1 & 2-4 \\ 0-3 & 0+12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 25-1 & 5+4 \\ 5-4 & 1+16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & -2 \\ -3 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 24 & 9 \\ 1 & 17 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 11+24 & -2+9 \\ -3+1 & 12+17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 & 7 \\ -2 & 29 \end{bmatrix} \longrightarrow (ii)$$

From (i) & (ii) LHS = RHS

QNo:3 If $\begin{bmatrix} 4 & a \\ b & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ Find a & b

$$\begin{bmatrix} (4)(6)+(a)(6) \\ (b)(6)+(3)(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 24+6a \\ 6b+18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow 24+6a=6 \rightarrow (i),\ 6b+18=3 \rightarrow (ii)$$

From eq (i) $24+6a=6$

$6a = 6-24 \Rightarrow 6a = -18$

$a = -\cancel{18}^{3}/\cancel{6} \Rightarrow \boxed{a=-3}$

From eq (ii) $6b+18=3$

$6b = 3-18 \Rightarrow 6b = -15$

$a=-3, b=-5/2$ $\quad b = -\cancel{15}^{5}/\cancel{6}_{2} \Rightarrow \boxed{b=-5/2}$

QNo:4 If $\begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ Find x & y

$$\begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (x)(1)+(1)(3) & (x)(0)+(1)(-1) \\ (y)(1)+(2)(3) & (y)(0)+(2)(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x+3 & 0-1 \\ y+6 & 0-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x+3 & -1 \\ y+6 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$x+3=7 \longrightarrow (i)$ & $y+6=4 \longrightarrow (ii)$

$x=7-3 \qquad y=4-6$

$\boxed{x=4} \qquad \boxed{y=-2}$

0300-733 5154
0313-733 5154

Exercise 3.5

QNo:1 Find values قیمت معلوم کریں

i) $\begin{vmatrix} 10 & 5 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$
$= (10)(6)-(5)(4)$
$= 60-20$
$= 40$

ii) $\begin{vmatrix} -5 & 8 \\ -3 & -7 \end{vmatrix}$
$= (-5)(-7)-(8)(-3)$
$= 35+24$
$= 59$

iii) $\begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$
$= (3)(2)-(8)(0)$
$= 6-0$
$= 6$

QNo:2 Whether Singular or non-singular نادر یا غیر نادر

$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$
$= (5)(2)-(3)(3)$
$= 10-9$
$= 1$
$\neq 0$

Non-Singular غیر نادر قالب

$B = \begin{bmatrix} 7 & 21 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

$|B| = \begin{vmatrix} 7 & 21 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$
$= (7)(6)-(21)(2)$
$= 42-42$
$= 0$

Singular نادر قالب

$C = \begin{bmatrix} 13 & 5 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$

$|C| = \begin{vmatrix} 13 & 5 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$
$= (13)(3)-(5)(7)$
$= 39-35$
$= 4$
$\neq 0$

Non-Singular غیر نادر قالب

$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$|D| = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$
$= (2)(0)-(0)(0)$
$= 0-0$
$= 0$

Singular نادر قالب

QNo:3 Find x when $A = \begin{bmatrix} x & 6 \\ 5 & 15 \end{bmatrix}$ is a singular matrix

$|A| = \begin{vmatrix} x & 6 \\ 5 & 15 \end{vmatrix}$ A is singular so $|A| = 0$

$\begin{vmatrix} x & 6 \\ 5 & 15 \end{vmatrix} = 0$

$(x)(15)-(6)(5) = 0$
$15x-30=0$
$15x=30$
$x = \cancel{30}^{2}/\cancel{15}$
$\boxed{x=2}$

QNo:4 Find Adjoint ایڈجائنٹ معلوم کریں

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$\text{Adj}A = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

$\text{Adj}B = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

$\text{Adj}C = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$

QNo:5 Find multiplicative inverse ضربی معکوس معلوم کریں

i) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

Let $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}$
$= (5)(5)-(0)(0)$
$= 25-0 = 25 \neq 0$

$\text{Adj}A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\text{adj}A = \frac{1}{25}\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5/25 & 0/25 \\ 0/25 & 5/25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/5 & 0 \\ 0 & 1/5 \end{bmatrix}$

ii) $\begin{bmatrix} -4 & 8 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$

Let $A = \begin{bmatrix} -4 & 8 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} -4 & 8 \\ 7 & 2 \end{vmatrix}$
$= (-4)(2)-(8)(7)$
$= -8-56 = -64 \neq 0$

$\text{Adj}A = \begin{bmatrix} 2 & -8 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\text{adj}A = \frac{1}{-64}\begin{bmatrix} 2 & -8 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2/-64 & -8/-64 \\ -7/-64 & -4/-64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/32 & -1/8 \\ 7/64 & 1/16 \end{bmatrix}$

CamScanner

CamScanner

iii) $\begin{bmatrix} 40 & 8 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

Let $A = \begin{bmatrix} 40 & 8 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 40 & 8 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$

$= (40)(2) - (8)(5)$

$= 80 - 40$

$= 40 \neq 0$

$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} 2 & -8 \\ -5 & 40 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj } A = \frac{1}{40}\begin{bmatrix} 2 & -8 \\ -5 & 40 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2/40 & -8/40 \\ -5/40 & 40/40 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1/20 & -1/5 \\ -1/8 & 1 \end{bmatrix}$

iv) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$

Let $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}$

$= (3)(-3) - (5)(5)$

$= -9 - 25$

$= -34 \neq 0$

$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj } A = \frac{1}{-34}\begin{bmatrix} -3 & -5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -3/-34 & -5/-34 \\ -5/-34 & 3/-34 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3/34 & 5/34 \\ 5/34 & -3/34 \end{bmatrix}$

v) $\begin{bmatrix} 10 & 8 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

Let $A = \begin{bmatrix} 10 & 8 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 10 & 8 \\ 3 & 3 \end{vmatrix}$

$= (10)(3) - (8)(3)$

$= 30 - 24$

$= 6 \neq 0$

$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} 3 & -8 \\ -3 & 10 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj } A = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 3 & -8 \\ -3 & 10 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3/6 & -8/6 \\ -3/6 & 10/6 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1/2 & -4/3 \\ -1/2 & 5/3 \end{bmatrix}$

vi) $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

Let $A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$

$= (-2)(5) - (-3)(4)$

$= -10 + 12$

$= 2 \neq 0$

$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj } A = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5/2 & 3/2 \\ -4/2 & -2/2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 5/2 & 3/2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

QNo:6 If $A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ find A^{-1} & prove $AA^{-1} = A^{-1}A = I$

$A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$

$= (5)(-1) - (-3)(2)$

$= -5 + 6$

$= 1 \neq 0$

$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj} A$

$= \frac{1}{1}\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$

$AA^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (5)(-1)+(-3)(-2) & (5)(3)+(-3)(5) \\ (2)(-1)+(-1)(-2) & (2)(3)+(-1)(5) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -5+6 & 15-15 \\ -2+2 & 6-5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \longrightarrow (i)$

$A^{-1}A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (-1)(5)+(3)(2) & (-1)(-3)+(3)(-1) \\ (-2)(5)+(5)(2) & (-2)(-3)+(5)(-1) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -5+6 & 3-3 \\ -10+10 & 6-5 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \longrightarrow (ii)$

From (i) & (ii)

$AA^{-1} = A^{-1}A = I$

(28) QNo:7 Show matrices are multiplicative inverse of each other

ثابت کریں قالب ایک دوسرے کا ضربی معکوس ہیں۔

i) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

Let $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ & $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (2)(2)+(-1)(3) & (2)(1)+(-1)(2) \\ (-3)(2)+(2)(3) & (-3)(1)+(2)(2) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 4-3 & 2-2 \\ -6+6 & -3+4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \longrightarrow (i)$

Now $BA = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (2)(2)+(1)(-3) & (2)(-1)+(1)(2) \\ (3)(2)+(2)(-3) & (3)(-1)+(2)(2) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 4-3 & -2+2 \\ 6-6 & -3+4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \longrightarrow (ii)$

From (i) & (ii)

$AB = BA = I$

Hence A & B are multiplicative inverse of each other. پس A اور B ایک دوسرے کے ضربی معکوس ہیں۔

ii) $\begin{bmatrix} 4 & 15 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & -15/2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

Let $A = \begin{bmatrix} 4 & 15 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$ & $B = \begin{bmatrix} 4 & -15/2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} 4 & 15 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & -15/2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (4)(4)+(15)(-1) & (4)(-\frac{15}{2})+(15)(2) \\ (2)(4)+(8)(-1) & (2)(-\frac{15}{2})+(8)(2) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 16-15 & -30+30 \\ 8-8 & -15+16 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \longrightarrow (i)$

Now $BA = \begin{bmatrix} 4 & -\frac{15}{2} \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 15 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (4)(4)+(-\frac{15}{2})(2) & (4)(15)+(-\frac{15}{2})(8) \\ (-1)(4)+(2)(2) & (-1)(15)+(2)(8) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 16-15 & 60-60 \\ -4+4 & -15+16 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \longrightarrow (ii)$

From (i) & (ii)

$AB = BA = I$

Hence A & B are multiplicative inverse of each other. پس A اور B ایک دوسرے کے ضربی معکوس ہیں۔

QNo:8 Prove $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ if $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} (-3)(2)+(-2)(-3) & (-3)(-1)+(-2)(2) \\ (5)(2)+(6)(-3) & (5)(-1)+(6)(2) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -6+6 & 3-4 \\ 10-18 & -5+12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -8 & 7 \end{bmatrix}$

$|AB| = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -8 & 7 \end{vmatrix}$

$= (0)(7) - (-1)(-8)$

$= 0 - 8 = -8 \neq 0$

$\text{Adj}(AB) = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$

$(AB)^{-1} = \frac{1}{|AB|} \text{adj } AB = \frac{1}{-8}\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 7/-8 & 1/-8 \\ 8/-8 & 0/-8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7/8 & -1/8 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow (i)$

$B^{-1} = ?$

$|B| = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$

$= (2)(2) - (-1)(-3)$

$= 4 - 3 = 1$

$\text{Adj } B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \text{adj} B = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = ?$

$|A| = \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$

$= (-3)(6) - (-2)(5)$

$= -18 + 10 = -8$

$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj} A = \frac{1}{-8}\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$

$B^{-1}A^{-1} = \frac{1}{1} \times \frac{1}{-8}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{-8}\begin{bmatrix} (2)(6)+(1)(-5) & (2)(2)+(1)(-3) \\ (3)(6)+(2)(-5) & (3)(2)+(2)(-3) \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{-8}\begin{bmatrix} 12-5 & 4-3 \\ 18-10 & 6-6 \end{bmatrix} = \frac{1}{-8}\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7/-8 & 1/-8 \\ 8/-8 & 0/-8 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} -7/8 & -1/8 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow (ii)$ From (i) & (ii) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

CamScanner

CamScanner

ii) $A=\begin{bmatrix}1&2\\8&0\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0&-1\\5&2\end{bmatrix}$ $\quad (AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$

$AB=\begin{bmatrix}1&2\\8&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&-1\\5&2\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}(1)(0)+(2)(5) & (1)(-1)+(2)(2)\\(8)(0)+(0)(5) & (8)(-1)+(0)(2)\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}0+10 & -1+4\\0+0 & -8+0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10&3\\0&-8\end{bmatrix}$

$|AB|=\begin{vmatrix}10&3\\0&-8\end{vmatrix}$

$=(10)(-8)-(3)(0)=-80-0=-80\neq 0$

$Adj(AB)=\begin{bmatrix}-8&-3\\0&10\end{bmatrix}$

$(AB)^{-1}=\frac{1}{|AB|}adj(AB)=\frac{1}{-80}\begin{bmatrix}-8&-3\\0&10\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-8/-80 & -3/-80\\0/-80 & 10/-80\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1/10 & 3/80\\0 & -1/8\end{bmatrix}\longrightarrow (i)$

$B^{-1}=?$

$|B|=\begin{vmatrix}0&-1\\5&2\end{vmatrix}$

$=(0)(2)-(-1)(5)$

$=0+5=5\neq 0$

$Adj B=\begin{bmatrix}2&1\\-5&0\end{bmatrix}$

$B^{-1}=\frac{1}{|B|}adj B=\frac{1}{5}\begin{bmatrix}2&1\\-5&0\end{bmatrix}$

$A^{-1}=?$

$|A|=\begin{vmatrix}1&2\\8&0\end{vmatrix}$

$=(1)(0)-(2)(8)$

$=0-16=-16\neq 0$

$Adj A=\begin{bmatrix}0&-2\\-8&1\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{1}{|A|}adj A=\frac{1}{-16}\begin{bmatrix}0&-2\\-8&1\end{bmatrix}$

$B^{-1}A^{-1}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{-16}\begin{bmatrix}2&1\\-5&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&-2\\-8&1\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{-80}\begin{bmatrix}(2)(0)+(1)(-8) & (2)(-2)+(1)(1)\\(-5)(0)+(0)(-8) & (-5)(-2)+(0)(1)\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{-80}\begin{bmatrix}0-8 & -4+1\\0-0 & 10+0\end{bmatrix}=\frac{1}{-80}\begin{bmatrix}-8&-3\\0&10\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-8/-80 & -3/-80\\0/-80 & 10/-80\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1/10 & 3/80\\0&-1/8\end{bmatrix}\longrightarrow (ii)$

From (i) & (ii) $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$

Exercise 3.6

QNo:1 Solve by Matrix inversion method

مکرس کے ذریعے سے حل کریں

i) $2x+5y=19$
$4x-3y=-1$

In matrix form $\begin{bmatrix}2&5\\4&-3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}19\\-1\end{bmatrix}$ قالبی شکل میں لکھنے سے

Let $AX=B$

$A=\begin{bmatrix}2&5\\4&-3\end{bmatrix}, X=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}19\\-1\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}2&5\\4&-3\end{vmatrix}=(2)(-3)-(5)(4)$

$=-6-20=-26\neq 0$

$Adj A=\begin{bmatrix}-3&-5\\-4&2\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{1}{|A|}adj A=\frac{1}{-26}\begin{bmatrix}-3&-5\\-4&2\end{bmatrix}$

$X=A^{-1}B$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{-26}\begin{bmatrix}-3&-5\\-4&+2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}19\\-1\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{-26}\begin{bmatrix}(-3)(19)+(-5)(-1)\\(-4)(19)+(2)(-1)\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{-26}\begin{bmatrix}-57+5\\-76-2\end{bmatrix}=\frac{1}{-26}\begin{bmatrix}-52\\-78\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-52/-26\\-78/-26\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$

$\boxed{x=2}, \boxed{y=3}$

ii) $3x+2y=7$
$5x-y=16$

In matrix form $\begin{bmatrix}3&2\\5&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\16\end{bmatrix}$ قالبی شکل میں لکھنے سے

Let $AX=B$

$A=\begin{bmatrix}3&2\\5&-1\end{bmatrix}, X=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}7\\16\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}3&2\\5&-1\end{vmatrix}=(3)(-1)-(2)(5)$

$=-3-10=-13\neq 0$

$Adj A=\begin{bmatrix}-1&-2\\-5&3\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{1}{|A|}adj A=\frac{1}{-13}\begin{bmatrix}-1&-2\\-5&3\end{bmatrix}$

$X=A^{-1}B$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{-13}\begin{bmatrix}-1&-2\\-5&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}7\\16\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{-13}\begin{bmatrix}(-1)(7)+(-2)(16)\\(-5)(7)+(3)(16)\end{bmatrix}=\frac{1}{-13}\begin{bmatrix}-7-32\\-35+48\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{-13}\begin{bmatrix}-39\\13\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-39/-13\\13/-13\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\-1\end{bmatrix}$

$\boxed{x=3}, \boxed{y=-1}$

iii) $x-2y=9$
$2x+7y=-4$

In matrix form $\begin{bmatrix}1&-2\\2&7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9\\-4\end{bmatrix}$ قالبی شکل میں لکھنے سے

Let $AX=B$

$A=\begin{bmatrix}1&-2\\2&7\end{bmatrix}, X=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}9\\-4\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}1&-2\\2&7\end{vmatrix}=(1)(7)-(-2)(2)$

$=7+4=11\neq 0$

$Adj A=\begin{bmatrix}7&2\\-2&1\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{1}{|A|}adj A=\frac{1}{11}\begin{bmatrix}7&2\\-2&1\end{bmatrix}$

$X=A^{-1}B$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{11}\begin{bmatrix}7&2\\-2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}9\\-4\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{11}\begin{bmatrix}(7)(9)+(2)(-4)\\(-2)(9)+(1)(-4)\end{bmatrix}=\frac{1}{11}\begin{bmatrix}63-8\\-18-4\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{11}\begin{bmatrix}55\\-22\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}55/11\\-22/11\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\-2\end{bmatrix}$

$\boxed{x=5}, \boxed{y=-2}$

iv) $3x+2y=2$
$x-2y=-2$

In matrix form $\begin{bmatrix}3&2\\1&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}$ قالبی شکل میں لکھنے سے

Let $AX=B$

$A=\begin{bmatrix}3&2\\1&-2\end{bmatrix}, X=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}3&2\\1&-2\end{vmatrix}=(3)(-2)-(2)(1)$

$=-6-2=-8\neq 0$

$Adj A=\begin{bmatrix}-2&-2\\-1&3\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{1}{|A|}adj A=\frac{1}{-8}\begin{bmatrix}-2&-2\\-1&3\end{bmatrix}$

$X=A^{-1}B$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{-8}\begin{bmatrix}-2&-2\\-1&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}$

CamScanner

CamScanner

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-8}\begin{bmatrix} (-3)(2)+(-2)(-3) \\ (-1)(2)+(3)(-2) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-8}\begin{bmatrix} -6+6 \\ -2-6 \end{bmatrix} = \frac{1}{-8}\begin{bmatrix} 0 \\ -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/-8 \\ -8/-8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \boxed{x=0}, \boxed{y=1}$$

QNo: 2 Use Cramer's rule کریمر رول سے حل کریں

i) $x+4y=4$
$2x-y=5$

In matrix form $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

Let $AX = B$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $A_x = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$, $A_y = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (1)(-1)-(4)(2)$
$= -1-8 = -9 \neq 0$

$|A_x| = \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 5 & -1 \end{vmatrix}$
$= (4)(-1)-(4)(5)$
$= -4-20$
$= -24$

$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{-24}{-9}$

$\boxed{x = \frac{8}{3}}$

$|A_y| = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$
$= (1)(5)-(4)(2)$
$= 5-8$
$= -3$

$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{-3}{-9}$

$\boxed{y = \frac{1}{3}}$

ii) $x+2y=7$
$3x-2y=-3$

In matrix form $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

Let $AX = B$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$, $A_x = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$, $A_y = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = (1)(-2)-(2)(3)$
$= -2-6 = -8 \neq 0$

$|A_x| = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ -3 & -2 \end{vmatrix}$
$= (7)(-2)-(2)(-3)$
$= -14+6 = -8$

$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{-8}{-8}$

$\boxed{x=1}$

$|A_y| = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -3 \end{vmatrix}$
$= (1)(-3)-(7)(3)$
$= -3-21 = -24$

$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{-24}{-8}$

$\boxed{y=3}$

iii) $2x-5y=-6$
$4x-3y=-12$

In matrix form $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -12 \end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

Let $AX = B$

$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$, $A_x = \begin{bmatrix} -6 & -5 \\ -12 & -3 \end{bmatrix}$, $A_y = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 4 & -12 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = (2)(-3)-(-5)(4)$
$= -6+20 = 14 \neq 0$

$|A_x| = \begin{vmatrix} -6 & -5 \\ -12 & -3 \end{vmatrix}$
$= (-6)(-3)-(-5)(-12)$
$= 18-60 = -42$

$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{-42}{14}$

$\boxed{x=-3}$

$|A_y| = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ 4 & -12 \end{vmatrix}$
$= (2)(-12)-(-6)(4)$
$= -24+24 = 0$

$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{0}{14}$

$\boxed{y=0}$

iv) $3x+2y=-1$
$5x+6y=5$

In matrix form $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

let $AX = B$

$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$, $A_x = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$, $A_y = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = (3)(6)-(2)(5)$
$= 18-10 = 8 \neq 0$

$|A_x| = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$
$= (-1)(6)-(2)(5)$
$= -6-10$
$= -16$

$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{-16}{8}$

$\boxed{x=-2}$

$|A_y| = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 5 \end{vmatrix}$
$= (3)(5)-(-1)(5)$
$= 15+5$
$= 20$

$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{20}{8}$

$\boxed{y = 5/2}$

QNo: 3

An electrical engineer wants to determine the current in two branches A & B. system of eq. is $x+y=7$, $2x-y=2$ Find x & y

ایک الیکٹریکل انجینئر دو برانچز A اور B میں کرنٹ دیکھنا چاہتا ہے......

In matrix form

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix}$ Let $AX=B$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $A_x = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $A_y = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (1)(-1)-(1)(2)$
$= -1-2 = -3 \neq 0$

یہ سوال معکوس کے طریقہ سے بھی حل کیا جا سکتا ہے

$|A_x| = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$
$= (7)(-1)-(1)(2)$
$= -7-2 = -9$

$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{-9}{-3}$

$\boxed{x=3}$

$|A_y| = \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$
$= (1)(2)-(7)(2)$
$= 2-14 = -12$

$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{-12}{-3}$

$\boxed{y=4}$

QNo: 4

Three forces act on a particle & must be equilibrium i.e $F_1+F_2+F_3=0$ where $F_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ x \end{bmatrix}$, $F_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -7 \end{bmatrix}$, $F_3 = \begin{bmatrix} y \\ -1 \end{bmatrix}$ Find x & y

تین فورسز ایک پارٹیکل پر عمل کر رہی ہیں اور یہ توازن (ایکوی لبریم) کی حالت میں ہیں یعنی $F_1+F_2+F_3=0$

Sol Since $F_1+F_2+F_3=0$

$$\begin{bmatrix} 8 \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8-2+y \\ x-7-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 6+y \\ x-8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$6+y=0$ & $x-8=0$

$\boxed{y=-6}$ $\boxed{x=8}$

QNo: 5

Two support beams A & B are holding up a combined load of 100KN. Twice the load on beam A & three times load on beam B equals 240KN. Find load on beam A & B.

دو سپورٹ بیم A اور B 100KN کا وزن اٹھائے ہوئے ہیں۔ بیم A پر لوڈ کا دگنا اور بیم B پر لوڈ کا تگنا کرنے سے 240KN ہو جاتا ہے۔ بیم A اور B پر لوڈ معلوم کریں۔

Sol

Let x be the load on beam A & y be the load on beam B. فرض کیا بیم A پر لوڈ x اور بیم B پر لوڈ y ہے

1^{st} condition پہلی شرط $x+y=100$

2^{nd} condition دوسری شرط $2x+3y=240$

In matrix form $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 240 \end{bmatrix}$

CamScanner

CamScanner

$A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 2 & 3\end{bmatrix}$, $A_x=\begin{bmatrix}100 & 1\\ 240 & 3\end{bmatrix}$, $A_y=\begin{bmatrix}1 & 100\\ 2 & 240\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & 3\end{vmatrix}=(1)(3)-(1)(2)$
$=3-2=1\neq 0$

$|A_x|=\begin{vmatrix}100 & 1\\ 240 & 3\end{vmatrix}$
$=(100)(3)-(1)(240)$
$=300-240$
$=60$

$x=\dfrac{|A_x|}{|A|}=\dfrac{60}{1}$

$\boxed{x=60kN}$

$|A_y|=\begin{vmatrix}1 & 100\\ 2 & 240\end{vmatrix}$
$=(1)(240)-(100)(2)$
$=240-200$
$=40$

$y=\dfrac{|A_y|}{|A|}=\dfrac{40}{1}$

$\boxed{y=40kN}$

بیم A پر لوڈ 60kN اور بیم B پر لوڈ 40kN ہے

QNo:6 In a 2D game world, two characters are moving along straight paths ....

Sol let horizontal position (افقی پوزیشن) $= x$
let vertical position (عمودی پوزیشن) $= y$

1st condition (پہلی شرط): Total of twice of horizontal position & vertical position is 5
افقی حالت کے دگنے اور عمودی حالت کا مجموعہ 5 ہے۔

$2x+y=5 \longrightarrow (i)$

2nd condition (دوسری شرط): horizontal position is one more than vertical position
افقی حالت عمودی حالت سے ایک زیادہ ہے

$x=y+1 \Rightarrow x-y=1 \longrightarrow (ii)$

Solving eq (i) & (ii) مساوات (i) اور (ii) کو میٹرکس کی شکل میں لکھتے ہیں
In matrix form $\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ 1\end{bmatrix} \Rightarrow AX=B$

$A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$, $A_x=\begin{bmatrix}5 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$, $A_y=\begin{bmatrix}2 & 5\\ 1 & 1\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}=(2)(-1)-(1)(1)$
$=-2-1=-3\neq 0$

$|A_x|=\begin{vmatrix}5 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}$
$=(5)(-1)-(1)(1)$
$=-5-1$
$=-6$

$x=\dfrac{|A_x|}{|A|}=\dfrac{-6}{-3}$

$\boxed{x=2}$

$|A_y|=\begin{vmatrix}2 & 5\\ 1 & 1\end{vmatrix}$
$=(2)(1)-(5)(1)$
$=2-5$
$=-3$

$y=\dfrac{|A_y|}{|A|}=\dfrac{-3}{-3}$

$\boxed{y=1}$

Point of intersection $=(x,y)=(2,1)$

QNo:7 Two years ago man was 5 times as old as his son was. After 6 years he will be 3 times. Find present ages.

دو سال پہلے ایک آدمی اپنے بیٹے کی عمر کا 5 گنا تھا۔ 6 سال بعد وہ 3 گنا ہوگا۔ ان کی موجودہ عمریں معلوم کریں

Sol Let age of man فرض کیا آدمی کی عمر $= x$ years
" — " — " — son — " بیٹے " — " $= y$ "

Two years ago, age of man دو سال پہلے آدمی کی عمر $= x-2$
" — " — " — " — son — " بیٹے " $= y-2$

Condition شرط کے مطابق
$x-2=5(y-2)$
$x-2=5y-10$
$x-5y=-10+2$
$x-5y=-8 \longrightarrow (i)$

After 6 years, age of man 6 سال بعد آدمی کی عمر $= x+6$
" — " — " — son " بیٹے " " $= y+6$

Condition شرط کے مطابق
$x+6=3(y+6)$
$x+6=3y+18$
$x-3y=18-6$
$x-3y=12 \longrightarrow (ii)$

Solving eq i & ii مساوات (i) اور (ii) کو میٹرکس کی شکل میں لکھتے ہیں

$\begin{bmatrix}1 & -5\\ 1 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-8\\ 12\end{bmatrix}$ Let $AX=B$

$A=\begin{bmatrix}1 & -5\\ 1 & -3\end{bmatrix}$, $A_x=\begin{bmatrix}-8 & -5\\ 12 & -3\end{bmatrix}$, $A_y=\begin{bmatrix}1 & -8\\ 1 & +12\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}1 & -5\\ 1 & -3\end{vmatrix}=(1)(-3)-(-5)(1)$
$=-3+5=2\neq 0$

$|A_x|=\begin{vmatrix}-8 & -5\\ 12 & -3\end{vmatrix}$
$=(-8)(-3)-(-5)(12)$
$=24+60$
$=84$

$x=\dfrac{|A_x|}{|A|}=\dfrac{84}{2}$

$\boxed{x=42}$

$|A_y|=\begin{vmatrix}1 & -8\\ 1 & 12\end{vmatrix}$
$=(1)(12)-(-8)(1)$
$=12+8$
$=20$

$y=\dfrac{|A_y|}{|A|}=\dfrac{20}{2}$

$\boxed{y=10}$

Age of man (آدمی کی عمر) $= x = 42Y$ Age of son (بیٹے کی عمر) $= y = 10Y$

QNo:8 Two cyclists are 44 km apart & start...... Find their speeds.

دو سائیکل سوار 44 کلومیٹر کے فاصلے پر ہیں .... ان کی سپیڈ معلوم کریں

Sol
Let speed of faster cyclist فرض کیا تیز رفتار سائیکل سوار کی سپیڈ $= V_1$
" — " — slower — " — " — آہستہ رفتار — " $= V_2$

Going towards each other ایک دوسرے کی طرف حرکت کرتے ہوئے

$V_1+V_2=\dfrac{44}{2} \Rightarrow V_1+V_2=22 \longrightarrow (i)$ $\quad \because S=Vt,\ V=\dfrac{S}{t}$

Going in same direction ایک ہی سمت میں حرکت کرتے ہوئے

$V_1-V_2=\dfrac{44}{15/2} \Rightarrow V_1-V_2=\dfrac{44\times 2}{15}$
$V_1-V_2=\dfrac{88}{15}$
$15V_1-15V_2=88 \longrightarrow (ii)$

Solving eq (i) & (ii) مساوات (i) اور (ii) کو میٹرکس کی شکل میں لکھنے سے

$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 15 & -15\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\ V_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}22\\ 88\end{bmatrix}$ $\quad AV=B$

$A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 15 & -15\end{bmatrix}$, $A_{V_1}=\begin{bmatrix}22 & 1\\ 88 & -15\end{bmatrix}$, $A_{V_2}=\begin{bmatrix}1 & 22\\ 15 & 88\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 15 & -15\end{vmatrix}=(1)(-15)-(1)(15)$
$=-15-15=-30\neq 0$

$|A_{V_1}|=\begin{vmatrix}22 & 1\\ 88 & -15\end{vmatrix}$
$=(22)(-15)-(1)(88)$
$=-330-88$
$=-418$

$V_1=\dfrac{|A_{V_1}|}{|A|}=\dfrac{-418}{-30}$

$\boxed{V_1=13.93}$

$|A_{V_2}|=\begin{vmatrix}1 & 22\\ 15 & 88\end{vmatrix}$
$=(1)(88)-(22)(15)$
$=88-330$
$=-242$

$V_2=\dfrac{|A_{V_2}|}{|A|}=\dfrac{-242}{-30}$

$\boxed{V_2=8.07}$

Speed of faster cyclist (تیز رفتار سائیکل سوار کی سپیڈ) $= 13.9\ Kmh^{-1}$
Speed of slower cyclist (آہستہ رفتار سائیکل سوار کی سپیڈ) $= 8.07\ Kmh^{-1}$

QNo:9 The Numerator of fraction is 7 less than the denominator........

ایک کسر کا شمار کنندہ مخرج سے 7 کم ہے ....

Sol
Let Numerator of fraction فرض کیا کسر کا شمار کنندہ $= x$
Denominator — " — مخرج — " — $= y$
Fraction کسر $= \dfrac{x}{y}$
Condition شرط: Numerator is 7 less شمار کنندہ 7 کم ہے
$x=y-7 \Rightarrow x-y=-7 \longrightarrow (i)$

CamScanner

CamScanner

Condition for ii: Numerator increase by 3, new fraction is $\frac{3}{4}$.
شمار کنندہ 3 زیادہ ہو جاتا ہے اور کسر $\frac{3}{4}$ بن جاتی ہے

$$\frac{x+3}{y}=\frac{3}{4} \Rightarrow 4(x+3)=3y$$
$$4x+12=3y$$
$$4x-3y=-12 \longrightarrow (ii)$$

Solving eq (i) & (ii)
مساوات (i) اور (ii) کو قالبی شکل میں لکھیں

$$\begin{bmatrix}1 & -1\\ 4 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-7\\ -12\end{bmatrix} \qquad \text{let } AX=B$$

$$A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 4 & -3\end{bmatrix},\quad A_x=\begin{bmatrix}-7 & -1\\ -12 & -3\end{bmatrix},\quad A_y=\begin{bmatrix}1 & -7\\ 4 & -12\end{bmatrix}$$

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & -1\\ 4 & -3\end{vmatrix}=(1)(-3)-(-1)(4)$$
$$=-3+4=1\neq 0$$

$$|A_x|=\begin{vmatrix}-7 & -1\\ -12 & -3\end{vmatrix}$$
$$=(-7)(-3)-(-1)(-12)$$
$$=21-12$$
$$=9$$
$$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{9}{1}$$
$$\boxed{x=9}$$

$$|A_y|=\begin{vmatrix}1 & -7\\ 4 & -12\end{vmatrix}$$
$$=(1)(-12)-(-7)(4)$$
$$=-12+28$$
$$=16$$
$$y=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{16}{1}$$
$$\boxed{y=16}$$

$$\text{Fraction}=\frac{x}{y}=\frac{9}{16}$$

R.Exercise 3 اعادہ مشق

QNo:2 If $A=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 7 & 6\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}5 & 5\\ 8 & 8\end{bmatrix}$ then find

i) $(A-B)^t$
$$=\left(\begin{bmatrix}4 & 2\\ 7 & 6\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5 & 5\\ 8 & 8\end{bmatrix}\right)^t$$
$$=\begin{bmatrix}4-5 & 2-5\\ 7-8 & 6-8\end{bmatrix}^t$$
$$=\begin{bmatrix}-1 & -3\\ -1 & -2\end{bmatrix}^t$$
$$=\begin{bmatrix}-1 & -1\\ -3 & -2\end{bmatrix}$$

ii) B^t-A^t
$$=\begin{bmatrix}5 & 5\\ 8 & 8\end{bmatrix}^t-\begin{bmatrix}4 & 2\\ 7 & 6\end{bmatrix}^t$$
$$=\begin{bmatrix}5 & 8\\ 5 & 8\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4 & 7\\ 2 & 6\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}5-4 & 8-7\\ 5-2 & 8-6\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}$$

iii) $2A+3B$
$$=2\begin{bmatrix}4 & 2\\ 7 & 6\end{bmatrix}+3\begin{bmatrix}5 & 5\\ 8 & 8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8 & 4\\ 14 & 12\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}15 & 15\\ 24 & 24\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}8+15 & 4+15\\ 14+24 & 12+24\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}23 & 19\\ 28 & 36\end{bmatrix}$$

QNo:3 If $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}5 & 6\\ 2 & 1\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}$ then

i) $2(A+B)=2A+2B$
$$2\left(\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5 & 6\\ 2 & 1\end{bmatrix}\right)=2\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}5 & 6\\ 2 & 1\end{bmatrix}$$
$$2\begin{bmatrix}2+5 & 3+6\\ 4+2 & 5+1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4 & 6\\ 8 & 10\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}10 & 12\\ 4 & 2\end{bmatrix}$$
$$2\begin{bmatrix}7 & 9\\ 6 & 6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4+10 & 6+12\\ 8+4 & 10+2\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}14 & 18\\ 12 & 12\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}14 & 18\\ 12 & 12\end{bmatrix}$$
LHS = RHS

ii) $(A+B)+C=A+(B+C)$
$$\left(\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5 & 6\\ 2 & 1\end{bmatrix}\right)+\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}+\left(\begin{bmatrix}5 & 6\\ 2 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}\right)$$
$$\begin{bmatrix}2+5 & 3+6\\ 4+2 & 5+1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5+3 & 6+2\\ 2+1 & 1+7\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}7 & 9\\ 6 & 6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}8 & 8\\ 3 & 8\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}7+3 & 9+2\\ 6+1 & 6+7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2+8 & 3+8\\ 4+3 & 5+8\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}10 & 11\\ 7 & 13\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10 & 11\\ 7 & 13\end{bmatrix}$$
LHS = RHS

iii) $(A+B)C=AC+BC$

LHS $=(A+B)C$
$$=\left(\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5 & 6\\ 2 & 1\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}2+5 & 3+6\\ 4+2 & 5+1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7 & 9\\ 6 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}(7)(3)+(9)(1) & (7)(2)+(9)(7)\\ (6)(3)+(6)(1) & (6)(2)+(6)(7)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}21+9 & 14+63\\ 18+6 & 12+42\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}30 & 77\\ 24 & 54\end{bmatrix}\longrightarrow (i)$$

RHS $=AC+BC$
$$=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5 & 6\\ 2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}(2)(3)+(3)(1) & (2)(2)+(3)(7)\\ (4)(3)+(5)(1) & (4)(2)+(5)(7)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}(5)(3)+(6)(1) & (5)(2)+(6)(7)\\ (2)(3)+(1)(1) & (2)(2)+(1)(7)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}6+3 & 4+21\\ 12+5 & 8+35\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}15+6 & 10+42\\ 6+1 & 4+7\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}9 & 25\\ 17 & 43\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}21 & 52\\ 7 & 11\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9+21 & 25+52\\ 17+7 & 43+11\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}30 & 77\\ 24 & 54\end{bmatrix}\longrightarrow (ii)$$
From (i) & (ii) LHS = RHS

iv) $C(A-B)=CA-CB$

LHS $=C(A-B)$
$$=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5 & 6\\ 2 & 1\end{bmatrix}\right)$$
$$=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2-5 & 3-6\\ 4-2 & 5-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-3 & -3\\ 2 & 4\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}(3)(-3)+(2)(2) & (3)(-3)+(2)(4)\\ (1)(-3)+(7)(2) & (1)(-3)+(7)(4)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}-9+4 & -9+8\\ -3+14 & -3+28\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5 & -1\\ 11 & 25\end{bmatrix}\longrightarrow (i)$$

RHS $=CA-CB$
$$=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 6\\ 2 & 1\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}(3)(2)+(2)(4) & (3)(3)+(2)(5)\\ (1)(2)+(7)(4) & (1)(3)+(7)(5)\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}(3)(5)+(2)(2) & (3)(6)+(2)(1)\\ (1)(5)+(7)(2) & (1)(6)+(7)(1)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}6+8 & 9+10\\ 2+28 & 3+35\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}15+4 & 18+2\\ 5+14 & 6+7\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}14 & 19\\ 30 & 38\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}19 & 20\\ 19 & 13\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}14-19 & 19-20\\ 30-19 & 38-13\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}-5 & -1\\ 11 & 25\end{bmatrix}\longrightarrow (ii)$$
From (i) & (ii) LHS = RHS

v) $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$
$$AB=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & 6\\ 2 & 1\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}(2)(5)+(3)(2) & (2)(6)+(3)(1)\\ (4)(5)+(5)(2) & (4)(6)+(5)(1)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}10+6 & 12+3\\ 20+10 & 24+5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}16 & 15\\ 30 & 29\end{bmatrix}$$
$$|AB|=\begin{vmatrix}16 & 15\\ 30 & 29\end{vmatrix}=(16)(29)-(15)(30)$$
$$=464-450=14\neq 0$$

CamScanner
CamScanner

$$Adj(AB) = \begin{bmatrix} 29 & -15 \\ -30 & 16 \end{bmatrix}$$

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{|AB|}\,adj(AB) = \frac{1}{14}\begin{bmatrix} 29 & -15 \\ -30 & 16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 29/14 & -15/14 \\ -30/14 & 16/14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29/14 & -15/14 \\ -15/7 & 8/7 \end{bmatrix} \longrightarrow (i)$$

$B^{-1} = ?$

$$|B| = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (5)(1)-(6)(2) = 5-12 = -7 \neq 0$$

$$adj\,B = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|}adj B = \frac{1}{-7}\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

$A^{-1} = ?$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = (2)(5)-(3)(4) = 10-12 = -2 \neq 0$$

$$adj\,A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}adj A = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1}A^{-1} = \frac{1}{-7}\times\frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{14}\begin{bmatrix} (1)(5)+(-6)(-4) & (1)(-3)+(-6)(2) \\ (-2)(5)+(5)(-4) & (-2)(-3)+(5)(2) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{14}\begin{bmatrix} 5+24 & -3-12 \\ -10-20 & 6+10 \end{bmatrix} = \frac{1}{14}\begin{bmatrix} 29 & -15 \\ -30 & 16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 29/14 & -15/14 \\ -30/14 & 16/14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29/14 & -15/14 \\ -15/7 & 8/7 \end{bmatrix} \longrightarrow (ii)$$

From (i) & (ii) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

vi) $AA^{-1} = A^{-1}A = I$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = (2)(5)-(3)(4) = 10-12 = -2 \neq 0$$

$$adj A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}adj\,A = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AA^{-1} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} (2)(5)+(3)(-4) & (2)(-3)+(3)(2) \\ (4)(5)+(5)(-4) & (4)(-3)+(5)(2) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 10-12 & -6+6 \\ 20-20 & -12+10 \end{bmatrix} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2/-2 & 0/-2 \\ 0/-2 & -2/-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \longrightarrow (i)$$

$$A^{-1}A = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} (5)(2)+(-3)(4) & (5)(3)+(-3)(5) \\ (-4)(2)+(2)(4) & (-4)(3)+(2)(5) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} 10-12 & 15-15 \\ -8+8 & -12+10 \end{bmatrix} = \frac{1}{-2}\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2/-2 & 0/-2 \\ 0/-2 & -2/-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \longrightarrow (ii)$$

From (i) & (ii) $AA^{-1} = A^{-1}A = I$

vii) $(AB)^t = B^tA^t$

LHS $= (AB)^t$

$$= \left(\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\right)^t$$

$$= \begin{bmatrix} (2)(5)+(3)(2) & (2)(6)+(3)(1) \\ (4)(5)+(5)(2) & (4)(6)+(5)(1) \end{bmatrix}^t$$

$$= \begin{bmatrix} 10+6 & 12+3 \\ 20+10 & 24+5 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 16 & 15 \\ 30 & 29 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 16 & 30 \\ 15 & 29 \end{bmatrix}$$

RHS $= B^tA^t$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^t\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (5)(2)+(2)(3) & (5)(4)+(2)(5) \\ (6)(2)+(1)(3) & (6)(4)+(1)(5) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10+6 & 20+10 \\ 12+3 & 24+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 30 \\ 15 & 29 \end{bmatrix}$$

LHS = RHS

viii) $(AB)C = A(BC)$

LHS $= (AB)C$

$$= \left(\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (2)(5)+(3)(2) & (2)(6)+(3)(1) \\ (4)(5)+(5)(2) & (4)(6)+(5)(1) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10+6 & 12+3 \\ 20+10 & 24+5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 16 & 15 \\ 30 & 29 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (16)(3)+(15)(1) & (16)(2)+(15)(7) \\ (30)(3)+(29)(1) & (30)(2)+(29)(7) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 48+15 & 32+105 \\ 90+29 & 60+203 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63 & 137 \\ 119 & 263 \end{bmatrix}$$

RHS $= A(BC)$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}\right)$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} (5)(3)+(6)(1) & (5)(2)+(6)(7) \\ (2)(3)+(1)(1) & (2)(2)+(1)(7) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 15+6 & 10+42 \\ 6+1 & 4+7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 21 & 52 \\ 7 & 11 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (2)(21)+(3)(7) & (2)(52)+(3)(11) \\ (4)(21)+(5)(7) & (4)(52)+(5)(11) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 42+21 & 104+33 \\ 84+35 & 208+55 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63 & 137 \\ 119 & 263 \end{bmatrix}$$

LHS = RHS

QNo:4 If $A = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ then find

i) $$|B| = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = (5)(4)-(3)(2) = 20-6 = 14$$

ii) $$adj\,B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

iii) $A^{-1} = ?$

$$|A| = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = (7)(1)-(3)(2) = 7-6 = 1 \neq 0$$

$$adj\,A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}adj\,A = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$$

iv) $A^{-1}A$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1)(7)+(-3)(2) & (1)(3)+(-3)(1) \\ (-2)(7)+(7)(2) & (-2)(3)+(7)(1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7-6 & 3-3 \\ -14+14 & -6+7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

v) $(AB)^t$

$$= \left(\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}\right)^t$$

$$= \begin{bmatrix} (7)(5)+(3)(2) & (7)(3)+(3)(4) \\ (2)(5)+(1)(2) & (2)(3)+(1)(4) \end{bmatrix}^t$$

$$= \begin{bmatrix} 35+6 & 21+12 \\ 10+2 & 6+4 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 41 & 33 \\ 12 & 10 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 41 & 12 \\ 33 & 10 \end{bmatrix}$$

vi) $(B^t)^t$

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B^t = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(B^t)^t = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

CamScanner
CamScanner

QNo: 5 Use inversion method & Cramer's rule

میٹرکس اور کریمر رول سے حل کریں

i) $3x+4y=7$
$5x-y=2$

Matrix inversion method

In matrix form $\begin{bmatrix}3 & 4\\5 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\2\end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

Let $AX=B$

$A=\begin{bmatrix}3 & 4\\5 & -1\end{bmatrix}$, $X=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}7\\2\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}3 & 4\\5 & -1\end{vmatrix}=(3)(-1)-(4)(5)$
$=-3-20=-23\neq 0$

$\text{Adj}A=\begin{bmatrix}-1 & -4\\-5 & 3\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\text{adj}A=\frac{1}{-23}\begin{bmatrix}-1 & -4\\-5 & 3\end{bmatrix}$

$X=A^{-1}B$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{-23}\begin{bmatrix}-1 & -4\\-5 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}7\\2\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{-23}\begin{bmatrix}(-1)(7)+(-4)(2)\\(-5)(7)+(3)(2)\end{bmatrix}=\frac{1}{-23}\begin{bmatrix}-7-8\\-35+6\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{-23}\begin{bmatrix}-15\\-29\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-15/-23\\-29/-23\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}15/23\\29/23\end{bmatrix}$

$\boxed{x=15/23}$ & $\boxed{y=29/23}$

In matrix form $\begin{bmatrix}3 & 4\\5 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\2\end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

Let $AX=B$

$A=\begin{bmatrix}3 & 4\\5 & -1\end{bmatrix}$, $A_x=\begin{bmatrix}7 & 4\\2 & -1\end{bmatrix}$, $A_y=\begin{bmatrix}3 & 7\\5 & 2\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}3 & 4\\5 & -1\end{vmatrix}=(3)(-1)-(4)(5)$
$=-3-20=-23\neq 0$

$|A_x|=\begin{vmatrix}7 & 4\\2 & -1\end{vmatrix}$
$=(7)(-1)-(4)(2)$
$=-7-8$
$=-15$

$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{-15}{-23}$

$\boxed{x=15/23}$

$|A_y|=\begin{vmatrix}3 & 7\\5 & 2\end{vmatrix}$
$=(3)(2)-(7)(5)$
$=6-35$
$=-29$

$y=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{-29}{-23}$

$\boxed{y=29/23}$

ii) $x-6y=-15$
$2x+6y=-3$

In matrix form $\begin{bmatrix}1 & -6\\2 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-15\\-3\end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

Let $AX=B$

$A=\begin{bmatrix}1 & -6\\2 & 6\end{bmatrix}$, $X=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-15\\-3\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}1 & -6\\2 & 6\end{vmatrix}=(1)(6)-(-6)(2)$
$=6+12=18\neq 0$

$\text{Adj}A=\begin{bmatrix}6 & 6\\-2 & 1\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\text{adj}A=\frac{1}{18}\begin{bmatrix}6 & 6\\-2 & 1\end{bmatrix}$

$X=A^{-1}B$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{18}\begin{bmatrix}6 & 6\\-2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-15\\-3\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{18}\begin{bmatrix}(6)(-15)+(6)(-3)\\(-2)(-15)+(1)(-3)\end{bmatrix}=\frac{1}{18}\begin{bmatrix}-90-18\\30-3\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{18}\begin{bmatrix}-108\\27\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-108/18\\27/18\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-6\\3/2\end{bmatrix}$

$\boxed{x=-6}$ & $\boxed{y=3/2}$

In matrix form $\begin{bmatrix}1 & -6\\2 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-15\\-3\end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

Let $AX=B$

$A=\begin{bmatrix}1 & -6\\2 & 6\end{bmatrix}$, $A_x=\begin{bmatrix}-15 & -6\\-3 & 6\end{bmatrix}$, $A_y=\begin{bmatrix}1 & -15\\2 & -3\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}1 & -6\\2 & 6\end{vmatrix}=(1)(6)-(-6)(2)$
$=6+12=18\neq 0$

$|A_x|=\begin{vmatrix}-15 & -6\\-3 & 6\end{vmatrix}$
$=(-15)(6)-(-6)(-3)$
$=-90-18$
$=-108$

$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{-108}{18}$

$\boxed{x=-6}$

$|A_y|=\begin{vmatrix}1 & -15\\2 & -3\end{vmatrix}$
$=(1)(-3)-(-15)(2)$
$=-3+30$
$=27$

$y=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{27}{18}=\frac{3}{2}$

$\boxed{y=\frac{3}{2}}$

iii) $2x+y=5$
$x+3y=3$

In matrix form $\begin{bmatrix}2 & 1\\1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

Let $AX=B$

$A=\begin{bmatrix}2 & 1\\1 & 3\end{bmatrix}$, $X=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}2 & 1\\1 & 3\end{vmatrix}=(2)(3)-(1)(1)$
$=6-1=5\neq 0$

$\text{Adj}A=\begin{bmatrix}3 & -1\\-1 & 2\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\text{adj}A=\frac{1}{5}\begin{bmatrix}3 & -1\\-1 & 2\end{bmatrix}$

$X=A^{-1}B$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{5}\begin{bmatrix}3 & -1\\-1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}$

$=\frac{1}{5}\begin{bmatrix}(3)(5)+(-1)(3)\\(-1)(5)+(2)(3)\end{bmatrix}=\frac{1}{5}\begin{bmatrix}15-3\\-5+6\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\frac{1}{5}\begin{bmatrix}12\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12/5\\1/5\end{bmatrix}$

$\boxed{x=\frac{12}{5}}$ & $\boxed{y=\frac{1}{5}}$

In matrix form $\begin{bmatrix}2 & 1\\1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

Let $AX=B$

$A=\begin{bmatrix}2 & 1\\1 & 3\end{bmatrix}$, $A_x=\begin{bmatrix}5 & 1\\3 & 3\end{bmatrix}$, $A_y=\begin{bmatrix}2 & 5\\1 & 3\end{bmatrix}$

$|A|=\begin{vmatrix}2 & 1\\1 & 3\end{vmatrix}=(2)(3)-(1)(1)$
$=6-1=5\neq 0$

$|A_x|=\begin{vmatrix}5 & 1\\3 & 3\end{vmatrix}$
$=(5)(3)-(1)(3)$
$=15-3$
$=12$

$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{12}{5}$

$\boxed{x=\frac{12}{5}}$

$|A_y|=\begin{vmatrix}2 & 5\\1 & 3\end{vmatrix}$
$=(2)(3)-(5)(1)$
$=6-5$
$=1$

$y=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{1}{5}$

$\boxed{y=\frac{1}{5}}$

QNo: 6 Find two numbers such that twice the first ....

دو اعداد معلوم کریں کہ پہلے کا دوگنا

Sol Let 1st number فرض کریں پہلا عدد $=x$

2nd — " — " دوسرا — $=y$

1st condition پہلی شرط $2x+y=21$

2nd — " — دوسری $x+2y=27$

In matrix form $\begin{bmatrix}2 & 1\\1 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}21\\27\end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

Let $AX = B$

$A = \begin{bmatrix}2 & 1\\1 & 2\end{bmatrix}$, $A_x = \begin{bmatrix}21 & 1\\27 & 2\end{bmatrix}$, $A_y = \begin{bmatrix}2 & 21\\1 & 27\end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix}2 & 1\\1 & 2\end{vmatrix} = (2)(2) - (1)(1)$
$= 4 - 1 = 3 \neq 0$

یہ سوال معکوس کے طریقے سے بھی حل کر سکتے ہیں۔

$|A_x| = \begin{vmatrix}21 & 1\\27 & 2\end{vmatrix}$
$= (21)(2) - (1)(27)$
$= 42 - 27$
$= 15$

$x = \dfrac{|A_x|}{|A|} = \dfrac{15}{3}$

$\boxed{x = 5}$

$|A_y| = \begin{vmatrix}2 & 21\\1 & 27\end{vmatrix}$
$= (2)(27) - (21)(1)$
$= 54 - 21$
$= 33$

$y = \dfrac{|A_y|}{|A|} = \dfrac{33}{3}$

$\boxed{y = 11}$

QNo:7

4 knives & 6 forks cost Rs 136 where 6 — " — " 5 — " — " — " 164. Find cost of a knife & a fork.

4 چاقو اور 6 چمچ کی قیمت 136 روپے 6 چاقو اور 5 چمچ کی قیمت 164 روپے۔۔۔۔

Sol Let Cost of a knife ایک چاقو کی قیمت $= x$
— " — fork — چمچ " — $= y$

1st condition پہلی شرط $4x + 6y = 136$
2nd — " — دوسری $6x + 5y = 164$

In matrix form $\begin{bmatrix}4 & 6\\6 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}136\\164\end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

Let $AX = B$

$A = \begin{bmatrix}4 & 6\\6 & 5\end{bmatrix}$, $A_x = \begin{bmatrix}136 & 6\\164 & 5\end{bmatrix}$, $A_y = \begin{bmatrix}4 & 136\\6 & 164\end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix}4 & 6\\6 & 5\end{vmatrix} = (4)(5) - (6)(6)$
$= 20 - 36$
$= -16$
$\neq 0$

$|A_x| = \begin{vmatrix}136 & 6\\164 & 5\end{vmatrix}$
$= (136)(5) - (6)(164)$
$= 680 - 984$
$= -304$

$x = \dfrac{|A_x|}{|A|} = \dfrac{-304}{-16}$

$\boxed{x = 19}$ ایک چاقو کی قیمت $= 19$ روپے

$|A_y| = \begin{vmatrix}4 & 136\\6 & 164\end{vmatrix}$
$= (4)(164) - (136)(6)$
$= 656 - 816$
$= -160$

$y = \dfrac{|A_y|}{|A|} = \dfrac{-160}{-16}$

$\boxed{y = 10}$ ایک چمچ کی قیمت $= 10$ روپے

QNo:8

A shop employs, 5 men & 3 women pays total daily wages Rs 3500....

ایک دکان پر 5 آدمی اور 3 عورتیں ملازم ہیں ۔۔۔۔۔۔۔۔

Sol

Let daily wage of man $= x$
فرض کیا آدمی کی روزانہ کی اجرت
daily wage of woman $= y$
عورت کی روزانہ کی اجرت

1st condition پہلی شرط $5x + 3y = 3500$
2nd — " — — " — دوسری $2x + 6y = 5000$

In matrix form $\begin{bmatrix}5 & 3\\2 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3500\\5000\end{bmatrix}$ قالبوں کی شکل میں لکھنے سے

Let $AX = B$

$A = \begin{bmatrix}5 & 3\\2 & 6\end{bmatrix}$, $A_x = \begin{bmatrix}3500 & 3\\5000 & 6\end{bmatrix}$, $A_y = \begin{bmatrix}5 & 3500\\2 & 5000\end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix}5 & 3\\2 & 6\end{vmatrix} = (5)(6) - (3)(2)$
$= 30 - 6$
$= 24$
$\neq 0$

$|A_x| = \begin{vmatrix}3500 & 3\\5000 & 6\end{vmatrix}$
$= (3500)(6) - (5000)(3)$
$= 21000 - 15000$
$= 6000$

$x = \dfrac{|A_x|}{|A|} = \dfrac{6000}{24}$

$\boxed{x = 250}$

$|A_y| = \begin{vmatrix}5 & 3500\\2 & 5000\end{vmatrix}$
$= (5)(5000) - (3500)(2)$
$= 25000 - 7000$
$= 18000$

$y = \dfrac{|A_y|}{|A|} = \dfrac{18000}{24}$

$\boxed{y = 750}$

Cost of a man ایک آدمی کی اجرت $= x = 250$ روپے

Cost of a woman ایک عورت کی اجرت $= y = 750$ روپے

CamScanner
CamScanner