

Exercise 1.1

Rational Numbers

ناطق اعداد

السی اعداد جن کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔ اختتام پذیر کسر شماریہ

Terminating Decimal Numbers $\frac{2}{5} = 0.32$ ، $\frac{1}{4} = 0.25$ وغیرہ ناطق اعداد ہیں اسی طرح غیر اختتام پذیر

تکراری کسر شماریہ Non-terminating & recurring Decimal Numbers

مثلاً $\frac{1}{3} = 0.333\ldots$ اور $\frac{1}{7} = 0.142857142857\ldots$ وغیرہ بھی ناطق اعداد کی مثالیں ہیں۔

Irrational Numbers

غیر ناطق اعداد

السی اعداد جن کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے غیر ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔ غیر اختتام پذیر تکراری کسر شماریہ

Non-terminating & non-recurring Decimal Numbers

مثلاً $\pi = 3.1415926535297932\ldots$ اور $e = 2.71828182845904\ldots$ وغیرہ غیر ناطق اعداد کی مثالیں ہیں۔

Q No: 1 (rational) اور غیر ناطق (irrational) کے شناخت کریں۔

i) 2.353535 ii) 0.6 iii) 2.236067.....

ناطق اعداد (rational) ناطق (irrational) غیر ناطق (irrational)

iv) $\sqrt{7}$ v) e vi) π vii) $5 + \sqrt{11}$

غیر ناطق (irrational) غیر ناطق (irrational) غیر ناطق (irrational) غیر ناطق (irrational)

viii) $\sqrt{3} + \sqrt{13}$ ix) $\frac{15}{4}$ x) $(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})$

غیر ناطق (irrational) ناطق (rational) غیر ناطق (irrational)

Q No: 2

ممبر لائن پر ظاہر کریں۔

i) $\sqrt{2}$

ii) $\sqrt{3}$

iii) $\sqrt{3}$

iv) $\sqrt{3}$

v) $\sqrt{3}$

vi) $\sqrt{3}$

vii) $\sqrt{3}$

viii) $\sqrt{3}$

iii) $4\frac{1}{3}$

iv) $-2\frac{1}{7}$

v) $\frac{5}{8}$

vi) $2\frac{3}{4}$

vii) $2\frac{3}{4}$

viii) $2\frac{3}{4}$

Q No: 3 تکراری اعداد کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھیں

i) $0.\bar{4}$

Let $x = 0.\bar{4}$

$= 0.444\ldots$

طرفین کو 10 سے ضرب دینے سے

Multiplying both sides by 10

$10x = 10(0.444\ldots)$

$= 4.444\ldots$

ii) $0.\bar{37}$

Let $x = 0.\bar{37}$

$= 0.373737\ldots$

طرفین کو 100 سے ضرب دینے سے

Multiplying both sides by 100

$100x = 100(0.373737\ldots)$

$= 37.373737\ldots$

iii) $0.\bar{21}$

Let $x = 0.\bar{21}$

$= 0.212121\ldots$

طرفین کو 100 سے ضرب دینے سے

Multiplying both sides by 100

$100x = 100(0.212121\ldots)$

$= 21.212121\ldots$

iv) $0.\bar{21}$

Let $x = 0.\bar{21}$

QNo: 4 Name the property used (2) (ii) 3 & 4

i) $(a+4)+b = a+(b+4)$
Associative property w.r.t '+'

ii) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$
Commutative property w.r.t '+'

iii) $x - x = 0$
Additive inverse

iv) $a(b+c) = ab+ac$
Left distribution property

v) $16 + 0 = 16$
Additive identity

vi) $100 \times 1 = 100$
Multiplicative identity

vii) $4 \times (5 \times 8) = (4 \times 5) \times 8$
Associative property w.r.t 'x'

viii) $ab = ba$
Commutative property w.r.t 'x'

QNo: 5 Name the property used

i) $-3 < -1 \Rightarrow 0 < 2$
Additive property

ii) If $a < b$ then $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
Reciprocal property

iii) If $a < b$ then $a+c < b+c$
Additive property

iv) If $ac < bc$ & $c > 0$ then $a < b$
Multiplicative property

v) If $ac < bc$ & $c < 0$ then $a > b$
Multiplicative property

vi) Either $a < b$ or $a = b$ or $a > b$
Trichotomy property

QNo: 6 Insert two rational numbers b/w

i) $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$

ii) $\frac{1}{3} \& \frac{1}{4}$
$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{4+3}{12} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{7}{12} \right)$$

$$= \frac{7}{24}$$

iii) $\frac{1}{3} \& \frac{7}{24}$
$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{7}{24} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{8+7}{24} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{15}{24} \right) = \frac{15}{48}$$

$$= \frac{1}{2} (3+4)$$

$$= \frac{1}{2} (7) = \frac{7}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{3}{1} + \frac{7}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{6+7}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{13}{2} \right)$$

$$= \frac{13}{4}$$

iii) $\frac{3}{5} \& \frac{4}{5}$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{3+4}{5} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{7}{5} \right)$$

$$= \frac{7}{10}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{10} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{6+7}{10} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{13}{10} \right)$$

$$= \frac{13}{20}$$

Exercise 1.2

QNo: 1 Rationalize denominator

(i) $\frac{13}{4+\sqrt{3}}$

$$= \frac{13}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{13(4-\sqrt{3})}{(4)^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{13(4-\sqrt{3})}{16-3}$$

$$= \frac{13(4-\sqrt{3})}{13} = 4-\sqrt{3}$$

ii) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

$$= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(\sqrt{2} \times \sqrt{3}) + (\sqrt{5} \times \sqrt{3})}{(\sqrt{3} \times \sqrt{3})}$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{15}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{15}}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad & \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{(\sqrt{2} \times \sqrt{5}) - (1 \times \sqrt{5})}{(\sqrt{5} \times \sqrt{5})} \\ &= \frac{\sqrt{10} - \sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad & \frac{6-4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}} \quad \text{مخرج 6+4\sqrt{2} کے کا جوگٹ 6-4\sqrt{2} سے ضرب اور تقسیم کرنے سے} \\ &= \frac{6-4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}} \times \frac{6-4\sqrt{2}}{6-4\sqrt{2}} \\ &= \frac{6(6-4\sqrt{2}) - 4\sqrt{2}(6-4\sqrt{2})}{(6)^2 - (4\sqrt{2})^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} (4\sqrt{2})^2 \\ = (4)^2 (\sqrt{2})^2 \\ = 16(2) \\ = 32 \end{array} \right. \\ &= \frac{36 - 24\sqrt{2} - 24\sqrt{2} + 16(\sqrt{2})^2}{36 - 16(2)} \\ &= \frac{36 - 48\sqrt{2} + 16(2)}{36 - 32} = \frac{36 - 48\sqrt{2} + 32}{4} \\ &= \frac{68 - 48\sqrt{2}}{4} = \frac{4(17 - 12\sqrt{2})}{4} \\ &= 17 - 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(v)} \quad & \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{2}}{3-2} \quad \because (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \\ &= \frac{3+2-2\sqrt{6}}{1} = 5-2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(vi)} \quad & \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{7-5} = \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{2} \\ &= 2\sqrt{3}(\sqrt{7}-\sqrt{5}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{پارٹ (v) کو (iv) سے ضرب کیا جاسکتا ہے} \\ & \frac{6-4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}} \times \frac{6-4\sqrt{2}}{6-4\sqrt{2}} = \frac{(6-4\sqrt{2})^2}{(6)^2 - (4\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{(6)^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2(6)(4\sqrt{2})}{36 - 16(2)} = \frac{36 + 16(2) - 48\sqrt{2}}{36 - 32} \\ &= \frac{36 + 32 - 48\sqrt{2}}{4} = \frac{68 - 48\sqrt{2}}{4} = \frac{4(17 - 12\sqrt{2})}{4} \\ &= 17 - 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

3 Q No: 2 Simplify

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & \left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} \\ &= \left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{3}{4}} \\ &= \left(\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}\right)^{\frac{3}{4}} \\ &= \left(\frac{2^4}{3^4}\right)^{\frac{3}{4}} \\ &= \frac{2^4 \times \frac{3}{4}}{3^4 \times \frac{3}{4}} \\ &= \frac{2^3}{3^3} \\ &= \frac{8}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad & \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{9}\right)^3 \times \frac{16}{27} \\ &= \left(\frac{4}{3}\right)^2 \times \left(\frac{9}{4}\right)^3 \times \left(\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3}\right) \\ &= \left(\frac{2 \cdot 2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 2}\right)^3 \times \left(\frac{2^4}{3^3}\right) \\ &= \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3^2}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^4}{3^3}\right) \\ &= \frac{2^4}{3^2} \times \frac{3^6}{2^6} \times \frac{2^4}{3^3} \\ &= \frac{2^4 \times 2^4 \times 2^{-6}}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{2^{4+4-6}}{2^4 \times 3^4} \\ &= \frac{2^2 \times 3^1}{2^4 \times 3^4} \\ &= \frac{2 \times 3}{2^2 \times 3^3} = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad & (0.027)^{-\frac{1}{3}} \\ &= \left(\frac{27}{1000}\right)^{-\frac{1}{3}} \\ &= \left(\frac{1000}{27}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= \left(\frac{10 \times 10 \times 10}{3 \times 3 \times 3}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= \left(\frac{10^3}{3^3}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= \frac{10^{\frac{3}{3}}}{3^{\frac{3}{3}}} \\ &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad & \sqrt[7]{\frac{x^{14} \cdot y^{21} \cdot z^{35}}{y^{14} \cdot z^7}} \\ &= \left(\frac{x^{14} \cdot y^{21} \cdot z^{35}}{y^{14} \cdot z^7}\right)^{\frac{1}{7}} \\ &= (x^{14} \cdot y^{21-14} \cdot z^{35-7})^{\frac{1}{7}} \\ &= (x^{14} \cdot y^7 \cdot z^{28})^{\frac{1}{7}} \\ &= (x^{14 \times \frac{1}{7}} \cdot y^{7 \times \frac{1}{7}} \cdot z^{28 \times \frac{1}{7}})^{\frac{1}{7}} \\ &= x^2 y z^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{v)} \quad & 5 \cdot (25)^{n+1} - (25) \cdot (5)^{2n} \\ &= \frac{5 \cdot (5)^{2n+2} - (25) \cdot (5)^{2n}}{5 \cdot 5^{2n+2+1} - 5^{2(n+1)}} = \frac{5 \cdot 5^{2n+2} - 5^{2n+2}}{5 \cdot 5^{2n+3} - 5^{2n+2}} \\ &= \frac{5^{2n+2}(5-1)}{5^{2n+2}(5 \cdot 5 - 1)} \\ &= \frac{4}{25-1} = \left(\frac{4}{24}\right) = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(vi)} \quad & (16)^{x+1} + 20(4^{2x}) \quad \because 16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 \\ &= \frac{2^{4(x+1)} + (2 \cdot 2 \cdot 5) \left(\frac{2}{2}\right)^{2x}}{\frac{2^{x-3}}{2} \cdot \frac{3(x+2)}{2}} \\ &= \frac{2^{4x+4} + 2 \cdot 5 \cdot 2^{4x}}{\frac{2^{x-3} \cdot 3^{x+2}}{2}} \end{aligned}$$

QNo:5 Simplify

$$(i) (25)^{3/2} \times (243)^{2/5} = \frac{(5 \cdot 5)^{3/2} \times (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)^{2/5}}{(16)^{5/4} \times (8)^{4/3}} = \frac{(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)^{5/4} \times (2 \cdot 2 \cdot 2)^{4/3}}{(5^2)^{3/2} \times (3^5)^{2/5}} = \frac{5^{2 \times \frac{3}{2}} \cdot 3^{5 \times \frac{2}{5}}}{(2^4)^{5/4} \times (2^3)^{4/3}} = \frac{5^3 \times 3^2}{2^5 \times 2^4} = \frac{125 \times 27}{32 \times 16} = \frac{3375}{512}$$

$$(ii) \frac{54 \times 3 \sqrt{(27)^{2x}}}{9^{x+1} + 216(3^{2x-1})} = \frac{54 \times 3 \sqrt{(3 \cdot 3 \cdot 3)^{2x}}}{(3 \cdot 3)^{x+1} + 216(3^{2x-1})} = \frac{54 \times 3 \cdot (3^{3 \times 2x})^{1/3}}{3^{2(x+1)} + 216(3^{2x-1})} = \frac{54 \times 3^{3 \times 2x \times \frac{1}{3}}}{3^{2x+2} + 216(3^{2x-1})} = \frac{54 \times 3^{2x}}{3^{2x+2} + 216(3^{2x-1})} = \frac{54 \times 3^{2x}}{3^{2x} \cdot 3^2 + 216(3^{2x}) \cdot (\frac{1}{3})} = \frac{54 \times 3^{2x}}{3^{2x} (3 + 72)} = \frac{54}{9 + 72} = \frac{54}{81} = \frac{2}{3}$$

$$(iii) \sqrt{\frac{(216)^{2/3} \times (25)^{1/2}}{(0.04)^{-3/2}}} = \sqrt{\frac{(6 \cdot 6 \cdot 6)^{2/3} \cdot (5 \cdot 5)^{1/2}}{(\frac{4}{100})^{-3/2}}} = \sqrt{\frac{(6^3)^{2/3} \cdot (5^2)^{1/2}}{(\frac{25}{1})^{-3/2}}} = \sqrt{\frac{6^2 \cdot 5^1}{5^{3-1}}} = \sqrt{\frac{6^2 \cdot 5^1}{5^2}} = \sqrt{\frac{6^2}{5^2}} = \frac{6}{5}$$

$$(iv) (a^{1/3} + b^{2/3}) \times (a^{2/3} - a^{1/3} b^{2/3} + b^{4/3})$$

Using formula

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$= (a^{1/3} + b^{2/3}) \times ((a^{1/3})^2 - (a^{1/3})(b^{2/3}) + (b^{2/3})^2)$$

$$= (a^{1/3})^3 + (b^{2/3})^3$$

$$= a^{1/3 \times 3} + b^{2/3 \times 3}$$

$$= a + b^2$$

$$\frac{54 \times 3 \sqrt{(27)^{2x}}}{9^{x+1} + 216(3^{2x-1})} = \frac{(2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) [(3 \cdot 3 \cdot 3)^{2x}]^{1/3}}{(3 \cdot 3)^{x+1} + (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)(3^{2x-1})} = \frac{2 \cdot 3^3 \cdot 3^{3(2x)(\frac{1}{3})}}{3^{2(x+1)} + 2 \cdot 3 \cdot 3^{2x-1}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3^{2x}}{3^{2x+2} + 2 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3^{2x}}{3^{2x+2} + 2 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3^{2x}}{3^{2x+2} + 2 \cdot 3} = \frac{6}{1+8} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Exercise 1.3

QNo:1 Sum of three consecutive integers is forty two. Find integers.

Let 1st integer = x
 2nd " = $x+1$
 3rd " = $x+2$

According to condition

$$x + x + 1 + x + 2 = 42$$

$$3x + 3 = 42$$

$$3x = 42 - 3$$

$$3x = 39$$

$$x = \frac{39}{3} \quad \boxed{x = 13}$$

$$1^{st} \text{ integer} = x = 13; \text{ 2nd integer} = x + 1 = 13 + 1 = 14$$

$$3^{rd} \text{ integer} = x + 2 = 13 + 2 = 15$$

QNo:2

ABC is a triangle with base AC and height AB. Find AB.

$$AC = \text{Base} = (1 + \sqrt{15}) \text{ cm}$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \times \text{Base} \times \text{Height} = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{15}) \times AB$$

$$(1 + \sqrt{15}) = \frac{1}{2} (\sqrt{3} + \sqrt{5}) \times AB$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{5}) AB = 2(1 + \sqrt{15})$$

$$AB = \frac{2(1 + \sqrt{15})}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{15})}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$$

$$= \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{45} - \sqrt{75})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2}$$

(continue)

QNo: 9 Find markup on Rs 375,000 for one year at the rate of 14% (Principal), P = 375,000
 وقت (Time) = T = 1 سال
 شرح (Rate) = R = 14% Markup = مارکاپ = ?
 مارکاپ = $P \times T \times R$
 $= 375,000 \times 1 \times 14\% = 375,000 \times \frac{14}{100}$
 $= 52500$ روپے

R. Exercise 1 اعادہ شدتی

QNo: 2 اگر $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{5}{3}$, $c = \frac{7}{5}$ تو تصدیق کریں (verify)

i) $a(b+c) = ab+ac$ ii) $(a+b)c = ac+bc$

i) LHS = $a(b+c)$
 $= \frac{3}{2} \left(\frac{5}{3} + \frac{7}{5} \right) = \frac{3}{2} \left(\frac{25+21}{15} \right)$
 $= \frac{3}{2} \left(\frac{46}{15} \right) = \left(\frac{23}{5} \right)$

RHS = $ab+ac$
 $= \frac{3}{2} \left(\frac{5}{3} \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{7}{5} \right) = \frac{5}{2} + \frac{21}{10}$
 $= \frac{25+21}{10} = \frac{46}{10} = \left(\frac{23}{5} \right)$

LHS = RHS

ii) LHS = $(a+b)c$ RHS = $ac+bc$
 $= \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{3} \right) \frac{7}{5} = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{7}{5} \right) + \left(\frac{5}{3} \right) \left(\frac{7}{5} \right)$
 $= \left(\frac{9+10}{6} \right) \frac{7}{5} = \frac{21}{10} + \frac{7}{3}$
 $= \left(\frac{19}{6} \right) \frac{7}{5} = \frac{63+70}{30}$
 $= \left(\frac{133}{30} \right) = \left(\frac{133}{30} \right)$
 LHS = RHS

QNo: 3 $a = \frac{4}{3}$, $b = \frac{5}{2}$, $c = \frac{7}{4}$ خاصیت تلازم بلحاظ جمع اور ضرب کی تصدیق کریں

Associative property
 $a+(b+c) = (a+b)+c$

LHS = $a+(b+c)$ R.H.S = $(a+b)+c$
 $= \frac{4}{3} + \left(\frac{5}{2} + \frac{7}{4} \right) = \left(\frac{4}{3} + \frac{5}{2} \right) + \frac{7}{4}$
 $= \frac{4}{3} + \frac{10+7}{4} = \frac{8+15}{6} + \frac{7}{4}$
 $= \frac{4}{3} + \frac{17}{4} = \frac{16+51}{12} = \left(\frac{67}{12} \right)$
 $= \frac{46+21}{12} = \left(\frac{67}{12} \right)$
 LHS = RHS

7 ii) Associative property
 $a(bc) = (ab)c$

LHS = $a(bc)$ RHS = $(ab)c$
 $= \frac{4}{3} \left(\frac{5}{2} \times \frac{7}{4} \right) = \left(\frac{4}{3} \times \frac{5}{2} \right) \frac{7}{4}$
 $= \frac{4}{3} \left(\frac{35}{8} \right) = \left(\frac{5}{3} \right) \frac{7}{2}$
 $= \left(\frac{35}{6} \right) = \left(\frac{35}{6} \right)$
 LHS = RHS

QNo: 4 کیا صفر ایک ناطق عدد ہے؟ وضاحت کریں۔
 Is '0' a rational no.? explain.
 جی ہاں 'صفر' ایک ناطق عدد ہے کیونکہ اسے $\frac{0}{1}$ کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً $\frac{0}{2}$, $\frac{0}{5}$ وغیرہ۔

QNo: 5 Trichotomy property
 Either $a > b$ or $a = 0$ or $a < b$

QNo: 6 4 اور 5 کے درمیان دو ناطق عدد معلوم کریں
 Two rational no b/w 4 & 5

پہلا ناطق عدد = $\frac{1}{2}(4+5)$
 $= \frac{1}{2}(9) = \frac{9}{2}$
 دوسرا ناطق عدد = $\frac{1}{2} \left(4 + \frac{9}{2} \right)$
 $= \frac{1}{2} \left(\frac{8+9}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{17}{2} \right) = \frac{17}{4}$

QNo: 7 Simplify

i) $5 \sqrt{\frac{x^{15}y^{35}}{2^{20}}}$ ii) $3 \sqrt{(27)^{2x}}$
 $= \left(\frac{x^{15}y^{35}}{2^{20}} \right)^{1/5} = 3 \sqrt{(3^3)^{2x}}$
 $= \frac{x^{3 \times \frac{1}{5}} y^{7 \times \frac{1}{5}}}{2^{4 \times \frac{1}{5}}} = 3 \sqrt{(3^3)^{2x}} = \left[(3^3)^{2x} \right]^{1/3}$
 $= \frac{x^{3/5} y^{7/5}}{2^{4/5}} = \frac{(3^3)^{2x}}{3} = \frac{(3)(2x)(\frac{1}{3})}{3}$
 $= \frac{x y^7}{2^4} = 3^{2x}$

QNo: 8 مسلسل اعداد کا مجموعہ
 Sum of consecutive numbers

فرض کیا پہلا عدد = x
 دوسرا = x+2
 تیسرا = x+4
 لہذا $x+x+2+x+4 = 51$
 $3x+6 = 51$
 $3x = 51-6$
 $3x = 45$
 $x = \frac{45}{3} = 15$
 پس پہلا عدد = x = 15
 دوسرا = x+2 = 15+2 = 17
 تیسرا = x+4 = 15+4 = 19
 پس اعداد = 15, 17, 19

(iii) $\frac{6(3)^{n+2}}{3^{n+1} - 3^n}$
 $= \frac{6 \cdot 3^n \cdot 3^2}{3^n \cdot 3 - 3^n}$
 $= \frac{6 \cdot 3^2 \cdot 3^n}{3^n(3-1)}$
 $= \frac{36 \cdot 9}{2}$
 $= 27$

QNo: 9 عبدالله نے 96 بالے اپنے دو گروہوں میں رکھے۔ ایک گروہ میں 28 بالے تھے اور دوسرے گروہ میں کتنے بالے تھے؟
 Abdullah picked 96 balls & placed them into two buckets. One bucket has twenty-eight more balls than other. How many balls were in each bucket?

فرض کریں ایک گروہ میں x بالے
 Let balls in one bucket = x
 دوسرے گروہ میں بالے = $x + 28$
 کل بالے $x + x + 28 = 96$
 $2x + 28 = 96$
 $2x = 96 - 28$
 $2x = 68$
 $x = \frac{68}{2} = 34$

ایک گروہ میں بالے = $x = 34$

دوسرے گروہ میں بالے = $x + 28$
 $= 34 + 28$
 $= 62$

0300-733 5154) whatsapp Numbers
 0313-733 5154

Youtube channel Malik Ijaz Chughtai
 @malikijazchughtai8958 (link)

QNo: 10 سلمیٰ نے ایک بینک میں 350,000 روپے رکھے۔ بینک نے $7\frac{1}{4}\%$ کے حساب سے منافع دیا۔ 2 سال بعد بینک نے شرح 8% تک بڑھا دی۔ اس کے پاس 7 سال بعد کتنی رقم ہوگی؟
 Selma invest Rs 350,000 in a bank which paid simple profit @ $7\frac{1}{4}\%$ per annum. After 2 years, the rate was increased to 8% . Find amount after 7 years.

(For First 2 years)

پرنسپل = Principal = $P = \text{Rs } 350,000$
 وقت = Time = $T = 2 \text{ years}$
 شرح = Rate = $R = 7\frac{1}{4}\% = \frac{29}{4}\%$
 مارک اپ = $P \times T \times R$
 $= 350,000 \times 2 \times \frac{29}{4}\% = \frac{350,000 \times 2 \times 29}{4 \times 100}$
 $= 50,750 \text{ روپے}$

(For last 5 years)

پرنسپل = Principal = $P = \text{Rs } 350,000$
 وقت = Time = $T = 5 \text{ years}$
 شرح = Rate = $R = 8\%$
 مارک اپ = $P \times T \times R$
 $= 350,000 \times 5 \times 8\% = \frac{350,000 \times 5 \times 8}{100}$
 $= 140,000 \text{ روپے}$
 7 سال بعد رقم = $350,000 + 50,750 + 140,000$
 $= 540,750 \text{ روپے}$

کٹھن
 2/2/2021

QNo: 1 Express in Scientific notation.

i) 2,000,000
نقطہ اعشاریہ کو 6 درجے
بائیں طرف حرکت دینے سے
Moving decimal point
6 places to the left.
 $= 2 \times 10^6$

ii) 48900
 $= 4.89 \times 10^4$
نقطہ اعشاریہ کو 4 درجے بائیں طرف حرکت دینے سے

iii) 0.0042
 $= 4.2 \times 10^{-3}$
نقطہ اعشاریہ کو 3 درجے دائیں طرف حرکت دینے سے

iv) 0.0000009
 $= 9 \times 10^{-7}$
نقطہ اعشاریہ کو 7 درجے دائیں طرف حرکت دینے سے

v) $73 \times 10^3 = 73000$
 $= 7.3 \times 10^4$
نقطہ اعشاریہ کو 4 درجے بائیں طرف حرکت دینے سے

vi) $0.65 \times 10^2 = 0.65 \times 100 = 65$
 $= 6.5 \times 10$
نقطہ اعشاریہ کو ایک درجہ بائیں طرف حرکت دینے سے

QNo: 2 Express in Ordinary notation.

i) 8.04×10^2
coefficient = 8.04
exponent = 10^2
نقطہ اعشاریہ کو دو درجے
دائیں طرف حرکت دینے سے
Moving decimal point 2 places to the right
 $= 804$

ii) 3×10^5
 $= 300000$
نقطہ اعشاریہ کو 5 درجے دائیں طرف حرکت دینے سے

iii) 1.5×10^{-2}
 $= 0.015$
نقطہ اعشاریہ کو دو درجے بائیں طرف حرکت دینے سے

iv) 1.77×10^7
 $= 17700000$
نقطہ اعشاریہ کو 7 درجے دائیں طرف حرکت دینے سے

v) 5.5×10^{-6}
 $= 0.0000055$
نقطہ اعشاریہ کو 6 درجے بائیں طرف حرکت دینے سے

vi) 4×10^{-5}
 $= 0.00004$
نقطہ اعشاریہ کو 5 درجے بائیں طرف حرکت دینے سے

Standard form) میں تبدیل کریں
روشنی کی سپید $= 3 \times 10^8$ m/s
نقطہ اعشاریہ کو 8 درجے دائیں طرف حرکت دینے سے
 $= 300000000$ m/s

QNo: 4 دائرہ کا محیط 40075000
ہے اسے سائنسی تقسیم (Scientific notation) میں لکھیں
محیط (Circumference) = 40075000 میٹر
نقطہ اعشاریہ کو 7 درجے بائیں طرف حرکت دینے سے
محیط $= 4.0075 \times 10^7$ m

QNo: 5 مریخ (Mars) کا قطر (diameter) 6.779×10^3 km
ہے اسے سائنسی تقسیم (Standard form) میں تبدیل کریں
قطر (diameter) = 6.779×10^3 km
نقطہ اعشاریہ کو 3 درجے دائیں طرف حرکت دینے سے
قطر $= 6779$ km

QNo: 6 زمین (earth) کا قطر (diameter) 1.2756×10^4 km
ہے اسے سائنسی تقسیم (Standard form) میں تبدیل کریں
قطر (diameter) = 1.2756×10^4 km
نقطہ اعشاریہ کو 4 درجے دائیں طرف حرکت دینے سے
قطر $= 12756$ km

Exercise 2.2

QNo: 1 لوگاریتھم کی شکل logarithmic form میں ظاہر کریں

i) $10^3 = 1000$ $\log_{10} 1000 = 3$	ii) $2^8 = 256$ $\log_2 256 = 8$
iii) $3^{-3} = \frac{1}{27}$ $\log_3 \frac{1}{27} = -3$	iv) $20^2 = 400$ $\log_{20} 400 = 2$
v) $16^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ $\log_{16} \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$	vi) $11^2 = 121$ $\log_{11} 121 = 2$
vii) $p = q^r \Rightarrow q^r = p$ $\log_q p = r$	viii) $(32)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$ $\log_{32} \frac{1}{2} = -\frac{1}{5}$

QNo: 2

Exponential form میں قوت نمائی شکل

i) $\log_5 125 = 3$

$5^3 = 125$

iii) $\log_{23} 1 = 0$

$23^0 = 1$

v) $\log_2 \frac{1}{8} = -3$

$2^{-3} = \frac{1}{8}$

vii) $5 = \log_{10} 100000$

$10^5 = 100000$

ii) $\log_2 16 = 4$

$2^4 = 16$

iv) $\log_5 5 = 1$

$5^1 = 5$

vi) $\frac{1}{2} = \log_9 3$

$9^{\frac{1}{2}} = 3$

viii) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{16} = -2$

$4^{-2} = \frac{1}{16}$

QNo: 3

Find value of x

i) $\log_5 64 = 3$

قوت نمائی شکل میں
Exponential form

$x^3 = 64$

قوت نمائی شکل میں
Exponential form

$x^3 = 4^3$

$x = 4$

iii) $\log_5 1 = x$

$5^x = 1$

$5^x = 5^0$

$x = 0$

ii) $\log_x 8 = 1$

$x^1 = 8$

$x^1 = 8^1$

$x = 8$

v) $\log_{\frac{1}{4}} x = \frac{3}{2}$

$4^{\frac{3}{2}} = x$

$2 \times \frac{3}{2} = x$

$2^3 = x$

$x = 8$

iv) $\log_{10} x = -3$

$10^{-3} = x$

$\frac{1}{10^3} = x$

$x = \frac{1}{1000}$

vi) $\log_2 1024 = x$

$2^x = 1024$

$2^x = 2^{10}$

$x = 10$

Exercise 2.3

QNo: 1

Characteristic (Char) معلوم کریں

i) 5287

$\text{Char}(ch) = 4 - 1 = 3$

iii) 0.0567

$\text{Char}(ch) = -(1 + 1) = -2$

v) 0.000049

$\text{Char}(ch) = -(4 + 1)$

$= -5$

$\frac{24}{24} \times \frac{10^5}{10^5}$

ii) 59.28

$\text{Char}(ch) = 2 - 1 = 1$

iv) 234.7

$\text{Char}(ch) = 3 - 1 = 2$

vi) 145000

$\text{Char}(ch) = 6 - 1$

$= 5$

10

QNo: 2

Find logarithm

i) $\log 43$

$\text{Char}(ch) = 1$

$M = .6335$

$\log 43 = 1.6335$

iii) $\log 1.982$

$\text{Char}(ch) = 0$

$M = .2971$

$\log 1.982 = 0.2971$

v) $\log 0.047$

$\text{Char}(ch) = \bar{2}$

$M = .6721$

$\log 0.047 = \bar{2}.6721$

$= -2 + 0.6721$

$= -1.3279$

ii) $\log 579$

$\text{Char}(ch) = 2$

$M = .7627$

$\log 579 = 2.7627$

iv) $\log 0.0876$

$\text{Char}(ch) = \bar{2}$

$M = .9425$

$\log 0.0876 = \bar{2}.9425$

$= -2 + 0.9425$

$= -1.0575$

v) $\log 0.000354$

$\text{Char}(ch) = \bar{4}$

$M = .5490$

$\log 0.000354 = \bar{4}.5490$

$= -4 + 0.5490$

$= -3.4510$

QNo: 3

If $\log 3.177 = 0.5019$ then find

i) $\log 3177$

$\text{Char}(ch) = 3$

$\log 3177 = 3.5019$

ii) $\log 31.77$

$\text{Char}(ch) = 1$

$M = .5019$

$\log 31.77 = 1.5019$

iii) $\log 0.03177$

$\text{Char}(ch) = \bar{2}$

$M = .5019$

$\log 0.03177 = \bar{2}.5019$

$= -2 + 0.5019$

$= -1.4981$

QNo: 4

Find value of x

i) $\log x = 0.0065$

$\text{Char}(ch) = 0$

$M = .0065$

$\text{Antilog}(\log x) = \text{Antilog } 0.0065$

$x = 1.015$

ii) $\log x = 1.192$

$\text{Char}(ch) = 1$

$M = .192$

$\text{Antilog}(\log x) = \text{Antilog } 1.192$

$x = 15.56$

iii) $\log x = -3.434$

$= -3.434 + 4 - 4$

$= \bar{4} + 0.566$

$= \bar{4}.566$

$\text{Char}(ch) = \bar{4}$

$M = .566$

$\text{Antilog}(\log x) = \text{Antilog}(\bar{4}.566)$

$x = 0.0003681$

iv) $\log x = -1.5726$

$= -1.5726 + 2 - 2$

$= \bar{2} + 0.4274$

$= \bar{2}.4274$

$\text{Char}(ch) = \bar{2}$

$M = .4274$

$\text{Antilog}(\log x) = \text{Antilog}(\bar{2}.4274)$

$x = 0.02675$

0300-733 5154

0313-733 5154

25/04/2025

$$(v) \log x = 4.3561$$

$$\log(4) = 0.60206$$

$$m = 0.3561$$

$$\text{Antilog}(\log x) = \text{Antilog} 4.3561$$

$$x = 22710$$

$$vi) \log x = -2.0184$$

$$= -2.0184 + 3 - 3$$

$$= 3 + 0.9816$$

$$= 3.9816$$

$$\text{Antilog}(\log x) = \text{Antilog}(3.9816)$$

$$x = 9585 \quad m = 0.9816$$

11 QNo: 2 Write as single logarithm
واحد لوگ قیامی شکل میں لکھیں۔

$$i) \frac{1}{2} \log 25 + 2 \log 3$$

$$= \log 25^{1/2} + \log 3^2$$

$$= \log 5 + \log 9$$

$$= \log 5 \times 9 = \log 45$$

$$\therefore \log m^n = n \log m$$

$$\therefore \log mn = \log m + \log n$$

$$ii) \log 9 - \log \frac{1}{3}$$

$$= \log \frac{9}{1/3}$$

$$= \log 9 \times 3$$

$$= \log 27$$

$$iii) \log 6^2 \cdot \log 5^3$$

$$= 2 \log 6 + 3 \log 5$$

$$= 2 \cdot 3 \log 6 + 3 \log 5$$

$$= 6 \log 6 + 3 \log 5$$

QNo: 1

کلکولیٹر استعمال کیے بغیر حل کریں۔

$$(i) \log_2 18 - \log_2 9$$

$$= \log_2 9 \cdot 2 - \log_2 9$$

$$= \log_2 9 + \log_2 2 - \log_2 9$$

$$= \log_2 2 = 1$$

$$(ii) \log_2 64 + \log_2 2$$

$$= \log_2 2^6 + \log_2 2$$

$$= 6 \log_2 2 + \log_2 2$$

$$= 6(1) + 1$$

$$= 6 + 1 = 7$$

$$(iii) \frac{1}{3} \log_3 8 - \log_3 18$$

$$= \frac{1}{3} \log_3 2^3 - \log_3 18$$

$$= \log_3 2 - \log_3 18 = 3 \times \frac{1}{3} \log_3 2 - \log_3 18$$

$$= \log_3 2 - \log_3 18$$

$$= \log_3 \frac{2}{18} = \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 9^{-1}$$

$$= \log_3 3^{-2} = -2 \log_3 3 = -2(1) = -2$$

$$\log_2 18 - \log_2 9$$

$$= \log_2 \frac{18}{9}$$

$$= \log_2 2$$

$$= 1$$

$$(iv) \log_2 64 \times 2 = \log_2 128$$

$$= \log_2 2^7 = 7 \log_2 2$$

$$= 7(1) = 7$$

$$(v) 2 \log 2 + \log 25$$

$$= \log 2^2 + \log 25$$

$$= \log 4 + \log 25$$

$$= \log 4 \times 25$$

$$= \log 100$$

$$\log_{10} 100$$

$$= \log_{10} 10^2 = 2 \log_{10} 10$$

$$= 2(1)$$

$$= 2$$

$$(vi) \frac{1}{3} \log_4 64 + 2 \log_5 25$$

$$= \frac{1}{3} \log_4 4^3 + 2 \log_5 5^2$$

$$= 3 \times \frac{1}{3} \log_4 4 + 2 \times 2 \log_5 5$$

$$= \log_4 4 + 4 \log_5 5 = 1 + 4 = 5$$

$$(vii) \log_{12} 12 + \log_3 0.25$$

$$= \log_{12} 12 \times 0.25$$

$$= \log_{12} 3$$

$$= 1$$

whatsapp 0300-7335154

0313-7335154

Youtube channel

@malikijazchughtai 8958 (link)

QNo: 3 Expand

$$(i) \log\left(\frac{11}{5}\right)$$

$$= \log 11 - \log 5$$

$$(ii) \ln\left(\frac{a^2 b}{c}\right)$$

$$= \ln(a^2 b) - \ln c$$

$$= \ln a^2 + \ln b - \ln c$$

$$= 2 \ln a + \ln b - \ln c$$

$$(iii) \log \sqrt{8a^6}$$

$$= \log (2^3 a^6)^{1/2}$$

$$= \log 2^{3/2} a^{3}$$

$$= \log 2^{3/2} + \log a^3$$

$$= \frac{3}{2} \log 2 + 3 \log a$$

$$(iv) \log \left(\frac{xy}{z}\right)^{1/9}$$

$$= \frac{1}{9} \log \frac{xy}{z}$$

$$= \frac{1}{9} (\log xy - \log z)$$

$$= \frac{1}{9} (\log x + \log y - \log z)$$

$$(v) \ln \sqrt[3]{16x^3}$$

$$= \ln (2^4 x^3)^{1/3}$$

$$= \ln 2^{4/3} x^{1}$$

$$= \ln 2^{4/3} + \ln x$$

$$= \frac{4}{3} \ln 2 + \ln x$$

$$(vi) \log_2 \left(\frac{1-a}{b}\right)^5$$

$$= 5 \log_2 \left(\frac{1-a}{b}\right)$$

$$= 5 (\log_2 (1-a) - \log_2 b)$$

QNo:4 Find value of x (12)

(i) $\log 2 + \log x = 1$

$\log 2x = 1$
 عام لوگاریتم کا (Base) استعمال 10 پر کرتا ہے

لہذا $\log_{10} 2x = 1$

$10^1 = 2x$

$2x = 10$

$x = \frac{10}{2}$

$x = 5$

(ii) $(81)^x = (243)^{x+2}$

$(3^4)^x = (3^5)^{x+2}$

$3^{4x} = 3^{5x+10}$

$4x = 5x + 10$

$4x - 5x = 10$

$-x = 10$

$x = -10$

(v) $\log(5x-10) = 2$
 عام لوگاریتم کا (Base) استعمال 10 پر کرتا ہے

لہذا $\log_{10}(5x-10) = 2$

$10^2 = 5x - 10$

$100 = 5x - 10$

$100 + 10 = 5x$

$5x = 110$

$x = \frac{110}{5}$

$x = 22$

(ii) $\log_2 x + \log_2 8 = 5$

$\log_2 8x = 5$
 عام لوگاریتم کا (Base) استعمال 2 پر کرتا ہے

$2^5 = 8x$

$32 = 8x$

$x = \frac{32}{8}$

$x = 4$

(iv) $(\frac{1}{27})^{x-6} = 27$

$(\frac{1}{3})^{x-6} = 3$

$(3^{-1})^{x-6} = 3$

$3^{-x+18} = 3$

$-3x + 18 = 3$

$-3x = 3 - 18$

$-3x = -15$

$x = \frac{15}{3} = 5$

(vi) $\log_2(x+1) - \log_2(x-4) = 2$

$\log_2 \frac{x+1}{x-4} = 2$
 دوگانوں کا قانون

$2^2 = \frac{x+1}{x-4}$

$4 = \frac{x+1}{x-4}$

$4x - 16 = x + 1$

$4x - x = 1 + 16$

$3x = 17$

$x = \frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$

(iii) Let $x = 4.67 \times 2.11 \times 2.397$

$\log x = \log 4.67 \times 2.11 \times 2.397$

$= \log 4.67 + \log 2.11 + \log 2.397$

$= 0.6693 + 0.3243 + 0.3797$

$= 1.3733$

Antilog $(\log x) = \text{Antilog } 1.3733$

$x = 23.62$

(iii) Let $x = \frac{(20.46)^2 \times 2.4122}{754.3}$

$\log x = \log \frac{(20.46)^2 \times 2.4122}{754.3}$

$= \log (20.46)^2 + \log 2.4122 - \log 754.3$

$= 2 \log 20.46 + \log 2.4122 - \log 754.3$

$= 2(1.3109) + 0.3824 - 2.8775$

$= 2.6218 + 0.3824 - 2.8775$

$= 0.1267$

Antilog $(\log x) = \text{Antilog } 0.1267$

$x = 1.339$

(iv) Let $x = \sqrt[3]{9.364} \times 21.64$

$\log x = \log \sqrt[3]{9.364} \times 21.64$

$= \log (9.364)^{\frac{1}{3}} + \log 21.64 - \log 3.21$

$= \frac{1}{3} \log 9.364 + \log 21.64 - \log 3.21$

$= \frac{1}{3}(0.9715) + 1.3353 - 0.5065$

$= 0.3238 + 1.3353 - 0.5065$

$= 1.1526$

Antilog $(\log x) = \text{Antilog } 1.1526$

$x = 14.21$

QNo:6 $M = \log_{10} \left(\frac{A}{A_0} \right)$
 زلزلے کی پیمائش کرنے کا فارمولا
 جہاں A اگر ایمپلی ٹیوڈ A_0 10,000 ہو اور M زلزلے کی طاقت M
 $M = \log_{10} \left(\frac{A}{A_0} \right)$
 $A = 10,000$
 $A_0 = 10$, $M = ?$

$M = \log_{10} \left(\frac{A}{A_0} \right)$

$= \log_{10} \left(\frac{10,000}{10} \right) = \log_{10} (1000)$

$= \log_{10} 10^3 = 3 \log_{10} 10$

$= 3(1) = 3$
 $\therefore \log_a a = 1$

(Formula for measure the magnitude of earthquakes is given by $M = \log_{10} \left(\frac{A}{A_0} \right)$. If Amplitude (A) is 10,000 & reference amplitude (A_0) is 10. What is the magnitude of earthquake?

26/02/25

QNo:5 لاگ ٹیبل کی مدد سے قیمت معلوم کریں۔

i) Let $x = \frac{3.68 \times 4.21}{5.234}$

$\log x = \log \frac{3.68 \times 4.21}{5.234}$

$= \log 3.68 + \log 4.21 - \log 5.234$

$= 0.5658 + 0.6243 - 0.7188$

$\log x = 0.4713$

Antilog $(\log x) = \text{Antilog } 0.4713$

$x = 2.960$

Antilog $(\log x) = \text{Antilog } 0.4713$

$M = 0.4713$

QNo: 7 $y = 100,000 (1.05)^t$ investment
 $y = 200,000$ $t = ?$

$200,000 = 100,000 (1.05)^t$

$\frac{200,000}{100,000} = (1.05)^t$

$(2) = (1.05)^t$

$\log 2 = \log (1.05)^t$

$0.3010 = t \log (1.05)$

$0.3010 = t (0.0212)$

$t = \frac{0.3010}{0.0212} = 14.19$

$= 14.2 \text{ Years}$

QNo: 8 $T = T_i \times 0.97^{h/100}$

$T = 20 \times 0.97^{500/100}$

$T = 20 \times 0.97^5$

$\log T = \log 20 \times (0.97)^5$

$= \log 20 + \log (0.97)^5$

$= \log 20 + 5 \log 0.97$

$= 1.3010 + 5(-0.0132)$

$= 1.3010 - 0.066$

$= 1.235$

$\text{Antilog}(\log T) = \text{Antilog } 1.235$

$T = 17.18$

$\begin{matrix} T_i = 20^\circ\text{C} \\ h = 500 \\ T = ? \end{matrix}$

$\begin{matrix} \bar{T} = 0.9868 \\ = -1 + 0.9868 \\ = -0.0132 \end{matrix}$

R. Exercise 2

QNo: 2 Scientific notation

(i) 0.000567

$= 5.67 \times 10^{-4}$ Moving decimal point 4 places to the right.

(ii) 7.34

$= 7.34 \times 10^2$ Moving decimal point 2 places to the right.

(iii) 0.33×10^3

$= 0.33 \times 1000$

$= 330$

$= 3.3 \times 10^2$

$\begin{matrix} 0.33 \times 10^3 \\ = 3.3 \times 10^{-1} \times 10^3 \\ = 3.3 \times 10^{-1+3} \\ = 3.3 \times 10^2 \end{matrix}$

QNo: 3 Ordinary notation

i) 2.6×10^3

$= 2600$

Moving decimal point 3 places to left

(13) (ii) 8.794×10^{-4}

$= 0.0008794$

(iii) 6×10^{-6}

$= 0.000006$

نقطہ اعشاریہ کو 4 درجے بائیں طرف حرکت دینے سے

نقطہ اعشاریہ کو 6 درجے بائیں طرف حرکت دینے سے

QNo: 4 Logarithmic form

i) $3^7 = 2187$

ii) $a^b = c$

iii) $(12)^2 = 144$

$\log_3 2187 = 7$

$\log_a c = b$

$\log_{12} 144 = 2$

QNo: 5 Exponential form

i) $\log_4 8 = x$

ii) $\log_9 729 = 3$

iii) $\log_4 1024 = 5$

$4^x = 8$

$9^3 = 729$

$4^5 = 1024$

QNo: 6 Find value of x

i) $\log_9 x = 0.5$

ii) $(\frac{1}{9})^{3x} = 27$

iii) $(\frac{1}{32})^{2x} = 64$

$9^{0.5} = x$

$(\frac{1}{9})^{3x} = (3)^3$

$(\frac{1}{2^5})^{2x} = 2^6$

$9^{1/2} = x$

$(3^{-2})^{3x} = (3)^3$

$(2^{-5})^{2x} = 2^6$

$x = 9^{1/2}$

$3^{-6x} = 3^3$

$2^{-10x} = 2^6$

$x = \frac{9 \times 1}{2}$

$-6x = 3$

$2^{-10x} = 2^6$

$x = \frac{9 \times 1}{2}$

$-6x = 3$

$2^{-10x} = 2^6$

$x = \frac{9 \times 1}{2}$

$-6x = 3$

$2^{-10x} = 2^6$

$x = \frac{9 \times 1}{2}$

$-6x = 3$

$2^{-10x} = 2^6$

$x = \frac{9 \times 1}{2}$

$-6x = 3$

$2^{-10x} = 2^6$

$x = \frac{9 \times 1}{2}$

$-6x = 3$

$2^{-10x} = 2^6$

QNo: 7 Single logarithm

i) $7 \log x - 3 \log y^2$

ii) $3 \log 4 - \log 32$

iii) $3 \log 4 - \log 32$

$= \log x^7 - \log (y^2)^3$

$= \log 4^3 - \log 32$

$= \log 4^3 - \log 32$

$= \log x^7 - \log y^6$

$= \log 64 - \log 32$

$= \log 64 - \log 32$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{x^7}{y^6}$

$= \log \frac{64}{32}$

$= \log \frac{64}{32}$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad & \log_3 \sqrt[6]{m^5 n^3} \\
 &= \log_3 (m^5 n^3)^{1/6} \\
 &= \frac{1}{6} \log_3 (m^5 n^3) \\
 &= \frac{1}{6} (\log_3 m^5 + \log_3 n^3) \\
 &= \frac{1}{6} (5 \log_3 m + 3 \log_3 n)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad & \log \sqrt{8x^3} \\
 &= \log (8x^3)^{1/2} \\
 &= \log (2^3 x^3)^{1/2} \\
 &= \log (2x)^{3/2} \\
 &= \frac{3}{2} \log 2x \\
 &= \frac{3}{2} (\log 2 + \log x)
 \end{aligned}$$

QNo: 9 لوگاریتم ٹیبل کی مدد سے قیمت معلوم کریں

i) Let $x = \sqrt[3]{68.24}$ لاگ لینے سے

$$\begin{aligned}
 \log x &= \log (68.24)^{1/3} \\
 &= \frac{1}{3} \log 68.24 \\
 &= \frac{1}{3} (1.8340) \\
 &= 0.6113
 \end{aligned}$$

Antilog ($\log x$) = Antilog 0.6113 ch = 0
M = 0.6113

$x = 4.086$

ii) Let $x = 319.8 \times 3.543$ لاگ لینے سے

$$\begin{aligned}
 \log x &= \log 319.8 \times 3.543 \\
 &= \log 319.8 + \log 3.543 \\
 &= 2.5049 + 0.5494 \\
 &= 3.0543
 \end{aligned}$$

Antilog ($\log x$) = Antilog 3.0543 ch = 0
M = 0.0543

$x = 1133$

iii) Let $x = \frac{36.12 \times 750.9}{113.2 \times 9.98}$ لاگ لینے سے

$$\begin{aligned}
 \log x &= \log \frac{36.12 \times 750.9}{113.2 \times 9.98} \\
 &= \log 36.12 + \log 750.9 - \log 113.2 - \log 9.98 \\
 &= 1.5577 + 2.8756 - 2.0538 - 0.9991 \\
 &= 1.3804
 \end{aligned}$$

Antilog ($\log x$) = Antilog 1.3804 ch = 1
M = 0.3804

$x = 24.01$

QNo: 10 2016 میں ایک شہر کی آبادی 22 ملین تھی اور سالانہ 2.5 فیصد کی شرح سے بڑھ رہی تھی۔ نکلتے ہوئے $P(t) = 22(1.025)^t$ ملین میں آبادی کو ظاہر کرتا ہے، t 2016 کے بعد سالوں کو ظاہر کرتا ہے۔ ماڈل کو استعمال کرتے ہوئے کس سال میں آبادی 35 ملین ہو جائے گی۔ جواب کو قریبی سالوں میں راؤنڈ آف

14

In the year 2016, the population of a city was 22 millions & growing at a rate of 2.5% per year. The function $P(t) = 22(1.025)^t$ gives population in millions. In which year the population will be 35 millions. Round the answer.

Given $P(t) = 22(1.025)^t$

$$35 = 22(1.025)^t$$

Taking $\frac{35}{22} = (1.025)^t$
log on both sides

$$\log \frac{35}{22} = \log (1.025)^t$$

$$\log 35 - \log 22 = t \log 1.025$$

$$1.5441 - 1.3424 = t(0.0107)$$

$$0.2017 = t(0.0107)$$

$$\frac{0.2017}{0.0107} = t$$

$$t = 18.85$$

$$t = 19 \text{ years} \quad \text{Round off}$$

Whatsapp No 0300-733 5154
0313-733 5154
0300-083 1454

Youtube channel link

@malikijazchughtai8958

mqr
04/03/25

Exercise 3.1

(15)

Natural = $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ مکمل = "Whole" = $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ صحیح = "Integers" = $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$ طاق = "Odd" = $O = \{\pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots\}$ جفت = "Even" = $E = \{0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots\}$ مفرد = "Prime" = $P = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ ناطق = "Rational" = $Q = \{x/x = p/q, \text{ where } p, q \in Z, q \neq 0\}$ غیرناطق = "Irrational" = $Q' = \{x/x \neq p/q, \text{ where } p, q \in Z, q \neq 0\}$ حقیقی = set of all Real numbers = $R = Q \cup Q'$ **QNo: 1** Write in set builder notation

(i) $\{1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots, 484\}$
 $= \{x | x = n^2, n \in N, 1 \leq n \leq 22\}$

(ii) $\{2, 4, 8, 16, \dots, 256\}$
 $= \{x | x = 2^n, n \in N, 1 \leq n \leq 8\}$

(iii) $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 1000\}$
 $= \{x | x \in Z, -1000 \leq x \leq 1000\}$

(iv) $\{6, 12, 18, \dots, 120\}$
 $= \{x | x = 6n, n \in N, 1 \leq n \leq 20\}$

(v) $\{100, 102, 104, \dots, 400\}$
 $= \{x | x = 100 + 2n, n \in W, 0 \leq n \leq 150\}$

(vi) $\{1, 3, 9, 27, 81, \dots\}$
 $= \{x | x = 3^n, n \in W\}$

(vii) $\{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$
 $= \{x | x \text{ is divisor of } 100\}$

(viii) $\{5, 10, 15, \dots, 100\}$
 $= \{x | x = 5n, n \in N, 1 \leq n \leq 20\}$

QNo: 2 Write in tabular form

(i) $\{x | x \text{ is a multiple of } 3, x \leq 36\}$
 $= \{3, 6, 9, 12, \dots, 36\}$

(ii) $\{x | x \in P, x < 12\}$
 $= \{2, 3, 5, 7, 11\}$

(iii) $\{x | x \in R, 2x + 1 = 0\}$
 $= \{-\frac{1}{2}\}$

(iv) $\{x | x \text{ is a divisor of } 128\}$
 $= \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128\}$

QNo: 3 Write two proper subset

(i) $\{a, b, c\}$
Two proper subset = $\{a\}, \{b\}$

(ii) $\{0, 1\}$
Two proper subset = $\{0\}, \{1\}$

(iii) $N = \{1, 2, 3, \dots\}$
Two proper subset = $\{1\}, \{2\}$

(iv) $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$
Two proper subset = $\{0\}, \{+1\}$

(v) $Q = \{x | x = p/q, q \neq 0\}$

Two proper subset = $\{1\}, \{2\}$

(vi) $R = Q \cup Q'$

Two proper subset = $\{1\}, \{2\} \dots$

(vii) $\{x | x \in Q \wedge 0 < x \leq 2\}$

Two proper subset = $\{1\}, \{1/2\} \dots$

QNo: 4 کیا کوئی ایسا سیٹ ہے جس کا کوئی بھی

واجبہ تحتہ سیٹ نہیں ہے۔
Is there any set which has no proper subset

جی ہاں خالی سیٹ ایسا سیٹ ہے جس کا کوئی واجبہ

تحتی سیٹ نہیں ہے۔
Yes $\{\}$ or ϕ

QNo: 5 $\{a, b\}$ اور $\{a, b\}$ میں فرق کیا ہے

$\{a, b\} =$ ایک سیٹ ہے جس کے دو رکن a اور b ہیں

A set containing two elements a & b .

$\{\{a, b\}\} =$ ایک سیٹ ہے جس کا رکن $\{a, b\}$ ہے۔

A set containing one element $\{a, b\}$

QNo: 6 ان سیٹوں کے پاور سیٹ میں سے ارکان

کو تعداد کتنی ہو گئے؟
What is no of elements of power set of following

i) $\{\}$ $n=0$
 $\text{پاور سیٹ کے ارکان کی تعداد} = 2^n = 2^0 = 1$

ii) $\{0, 1\}$ $n=2$
 $\text{پاور سیٹ کے ارکان کی تعداد} = 2^n = 2^2 = 4$

iii) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ $n=7$
 $\text{پاور سیٹ کے ارکان کی تعداد} = 2^n = 2^7 = 128$

iv) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ $n=8$
 $\text{پاور سیٹ کے ارکان کی تعداد} = 2^n = 2^8 = 256$

v) $\{a, \{b, c\}\}$ $n=2$
 $\text{پاور سیٹ کے ارکان کی تعداد} = 2^n = 2^2 = 4$

vi) $\{\{a, b\}, \{b, c\}, \{d, e\}\}$ $n=3$
 $\text{پاور سیٹ کے ارکان کی تعداد} = 2^n = 2^3 = 8$

QNo: 7 پاور سیٹ لکھیں

i) Let $A = \{9, 11\}$ $n=2$, $\text{تعداد} = 2^n = 2^2 = 4$

$P(A) = \{\phi, \{9\}, \{11\}, \{9, 11\}\}$

16

ii) Let $A = \{+, -, \times, \div\}$

$n=4$ $\text{تعداد} = 2^n = 2^4 = 16$

$P(A) = \{\phi, \{+\}, \{-\}, \{\times\}, \{\div\}, \{+, -\}, \{+, \times\}, \{+, \div\}, \{-, \times\}, \{-, \div\}, \{\times, \div\}, \{+, -, \times\}, \{+, -, \div\}, \{+, \times, \div\}, \{-, \times, \div\}, \{+, -, \times, \div\}\}$

iii) Let $A = \{\phi\}$ $n=1$ $\text{تعداد} = 2^n = 2^1 = 2$

$P(A) = \{\phi, \{\phi\}\}$

iv) Let $A = \{a, \{b, c\}\}$ $n=2$ $\text{تعداد} = 2^n = 2^2 = 4$

$P(A) = \{\phi, \{\{b, c\}\}, \{a\}, \{a, \{b, c\}\}\}$

Exercise 3.2

QNo: 1 کے اضعاف

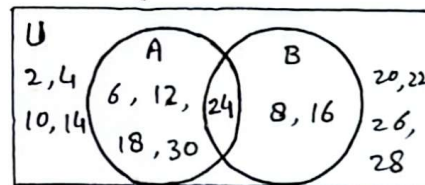
$U = \{x: x \text{ is multiple of } 2 \text{ \& } 0 < x \leq 30\}$
 $= \{2, 4, 6, \dots, 30\}$

i) $A = \{x: x \text{ is multiple of } 6\}$ کے اضعاف
 $= \{6, 12, 18, 24, 30\}$

$B = \{x: x \text{ is multiple of } 8\}$ کے اضعاف
 $= \{8, 16, 24\}$

ii) $A \cap B = \{6, 12, 18, 24, 30\} \cap \{8, 16, 24\}$
 $= \{24\}$

iii) Venn Diagram



QNo: 2 صحیح عدد

$U = \{x: x \text{ is an integer and } 0 < x \leq 150\}$
 $= \{1, 2, 3, \dots, 150\}$

i) $G = \{x: x = 2^m \text{ for integers \& } 0 \leq m \leq 12\}$
 $= \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128\}$

$H = \{x: x \text{ is a square}\}$ x ایک مربع ہے
 $= \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144\}$

ii) $G \cup H = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128\} \cup \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144\}$
 $= \{1, 2, 4, 8, 9, 16, 25, 32, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 128, 144\}$

$$(iii) G \cap H = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128\} \cap \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144\}$$

$$= \{1, 4, 16, 64\}$$

QNo: 3 مفرد x

$$P = \{x: x \text{ is a prime number } \& 0 < x \leq 20\}$$

$$= \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$Q = \{x: x \text{ is a divisor of } 210 \& 0 < x \leq 20\}$$

$$= \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15\}$$

$$i) P \cap Q = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} \cap \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15\}$$

$$= \{2, 3, 5, 7\}$$

$$ii) P \cup Q = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} \cup \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15\}$$

$$= \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 19\}$$

QNo: 4 یونین اور تقاطع کی خاصیت مبادی کی تصدیق

Verify Commutative property of Union & intersection. $A \cup B = B \cup A$ & $A \cap B = B \cap A$

$$i) A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{4, 6, 8, 10\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{4, 6, 8, 10\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$$

$$B \cup A = \{4, 6, 8, 10\} \cup \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\}$$

Hence proved $A \cup B = B \cup A$ پس ثابت ہوا

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{4, 6, 8, 10\}$$

$$= \{4\}$$

$$B \cap A = \{4, 6, 8, 10\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$= \{4\}$$

Hence proved that $A \cap B = B \cap A$ پس ثابت ہوا

$$ii) N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

$$N \cup Z = \{1, 2, 3, \dots\} \cup \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$$

$$= \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$$

$$Z \cup N = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$= \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$$

Hence proved that $N \cup Z = Z \cup N$ پس ثابت ہوا

mn*Q 24/03/2025

17

$$(iii) A = \{x | x \in R, x \geq 0\}, B = R$$

$$= \{R \geq 0\}$$

$$i) A \cup B = B \cup A$$

$$\{R \geq 0\} \cup R = R \cup \{R \geq 0\}$$

$$R = R \quad (\text{proved})$$

$$ii) A \cap B = B \cap A$$

$$\{R \geq 0\} \cap R = R \cap \{R \geq 0\}$$

$$R \geq 0 = R \geq 0$$

$$\text{LHS} = \text{RHS}$$

$$(\text{Proved})$$

QNo: 5 دی مارگن کے قوانین کے مطابق کریں

$$U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$$

$$A = \{a, b, c, d, g, h\}, B = \{c, d, e, f, j\}$$

De Morgan's laws

$$i) (A \cup B)' = A' \cap B' \quad ii) (A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d, g, h\} \cup \{c, d, e, f, j\}$$

$$= \{a, b, c, d, e, f, g, h, j\}$$

$$(A \cup B)' = U - (A \cup B)$$

$$= \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\} - \{a, b, c, d, e, f, g, h, j\}$$

$$= \{i\} \longrightarrow i)$$

$$A' = U - A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\} - \{a, b, c, d, g, h\}$$

$$= \{e, f, i, j\}$$

$$B' = U - B = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\} - \{c, d, e, f, j\}$$

$$= \{a, b, g, h, i\}$$

$$A' \cap B' = \{e, f, i, j\} \cap \{a, b, g, h, i\}$$

$$= \{i\} \longrightarrow ii)$$

From (i) & (ii)

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$A \cap B = \{a, b, c, d, g, h\} \cap \{c, d, e, f, j\}$$

$$= \{c, d\}$$

$$(A \cap B)' = U - (A \cap B)$$

$$= \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\} - \{c, d\}$$

$$= \{a, b, e, f, g, h, i, j\} \longrightarrow iii)$$

$$A' = U - A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\} - \{a, b, c, d, g, h\}$$

$$= \{e, f, i, j\}$$

$$B' = U - B = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\} - \{c, d, e, f, j\}$$

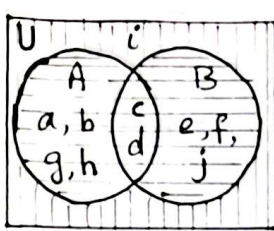
$$= \{a, b, g, h, i\}$$

$$A' \cup B' = \{e, f, i, j\} \cup \{a, b, g, h, i\}$$

$$= \{a, b, e, f, g, h, i, j\} \longrightarrow iv)$$

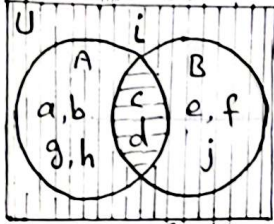
From (iii) & (iv)

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$



$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$$

$$(A \cup B)' = \{i\}$$

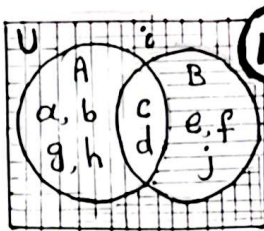


$$A \cap B = \{c, d, e, f, g, h\}$$

$$(A \cap B)' = \{a, b, i, j\}$$

$$(A \cup B)' = \{i\}$$

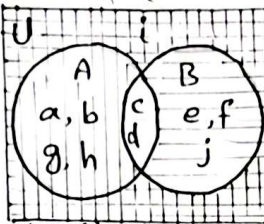
$$(A \cap B)' = \{a, b, i, j\}$$



$$A' = \{i, j\}$$

$$B' = \{a, b\}$$

$$A' \cap B' = \{i, j\}$$



$$A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

$$B = \{c, d, e, f, g, h, i, j\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$$

$$A \cap B = \{c, d, e, f, g, h\}$$

QNo: 6

Verify

تصدیق کریں

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}, A = \{1, 3, 5, \dots, 19\}$$

$$i) A \cup A' = U \quad ii) A \cap U = A \quad iii) A \cap A' = \emptyset$$

$$A' = U - A = \{1, 2, 3, \dots, 20\} - \{1, 3, 5, \dots, 19\}$$

$$= \{2, 4, 6, \dots, 20\}$$

$$A \cup A' = \{1, 3, 5, \dots, 19\} \cup \{2, 4, 6, \dots, 20\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, 20\}$$

$$= U \quad (\text{proved}) \quad LHS = RHS$$

$$ii) A \cap U = \{1, 3, 5, \dots, 19\} \cap \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

$$= \{1, 3, 5, \dots, 19\}$$

$$= A \quad (\text{proved}) \quad LHS = RHS$$

$$iii) A' = U - A = \{1, 2, 3, \dots, 20\} - \{1, 3, 5, \dots, 19\}$$

$$= \{2, 4, 6, \dots, 20\}$$

$$A \cap A' = \{1, 3, 5, \dots, 19\} \cap \{2, 4, 6, \dots, 20\}$$

$$= \{\} = \emptyset \quad (\text{proved})$$

$$LHS = RHS$$

QNo: 7

55 طلباء کو کھیلوں میں 34 طالب علم کرکٹ کھیلتے ہیں

30 طلباء ہاکی کھیلتے ہیں۔ 30 طلباء دونوں کھیل کھیلتے ہیں۔

مذکورہ طالب علم کم از کم ایک کھیل کھیلتے ہیں۔ کتنے طلباء دونوں کھیل کھیلتے ہیں؟

$$\text{Let playing cricket} = n(C) = 34$$

$$\text{Playing hockey} = n(H) = 30$$

$$\text{Total students} = n(C \cup H) = 55$$

$$\text{Playing both games} = n(C \cap H) = ?$$

$$n(C \cup H) = n(C) + n(H) - n(C \cap H)$$

$$55 = 34 + 30 - n(C \cap H)$$

$$n(C \cap H) = 64 - 55$$

$$= 9$$

9 طلباء دونوں کھیل کھیلتے ہیں۔

18

QNo: 8، 500 ایمپلائز کے گروپ میں 250 اردو، 150 انگریزی اور 50 پنجابی بول سکتے ہیں۔ 40 ایمپلائز دونوں اردو اور انگریزی، 30 انگریزی اور پنجابی اور 10 اردو اور پنجابی بول سکتے ہیں۔ بتائیں کتنے تینوں زبانیں بول سکتے ہیں۔

Speaking Urdu = $n(U) = 250$

English = $n(E) = 150$

Punjabi = $n(P) = 50$

Urdu & Eng = $n(U \cap E) = 40$

Eng & Punj = $n(E \cap P) = 30$

Urdu & Punj = $n(U \cap P) = 10$

Total employees = $n(U \cup E \cup P) = 500$

Ten people can speak three languages = $n(U \cap E \cap P) = ?$

$$n(U \cup E \cup P) = n(U) + n(E) + n(P) - n(U \cap E) - n(E \cap P) - n(U \cap P) + n(U \cap E \cap P)$$

$$500 = 250 + 150 + 50 - 40 - 30 - 10 + n(U \cap E \cap P)$$

$$500 = 450 - 80 + n(U \cap E \cap P)$$

$$500 = 370 + n(U \cap E \cap P)$$

$$n(U \cap E \cap P) = 500 - 370$$

$$= 130$$

130 تینوں زبانیں بولنے والے ایمپلائز 130 ہیں۔

19 لوگ نیلی شرٹ پہنتے ہیں، 15 سبز قمیض پہنتے ہیں، 3 نیلی اور سبز قمیض پہنتے ہیں، 4 نیلی اور سبز قمیض پہنتے ہیں اور 2 نیلی اور سبز قمیض پہنتے ہیں۔ نیلی یا سبز قمیض پہننے والے لوگوں کی کل تعداد 34 ہے۔ کتنے لوگ نیلی پہنتے ہیں؟

Blue shirt = $n(B) = 19$

Green shirt = $n(G) = 15$

Blue and Green = $n(B \cap G) = 3$

Blue and Yellow = $n(B \cap Y) = 4$

Blue and Purple = $n(B \cap P) = 2$

Blue and Green and Yellow = $n(B \cap G \cap Y) = 34$

Blue and Green and Purple = $n(B \cap G \cap P) = ?$

$$n(B \cup G \cup Y) = n(B) + n(G) + n(Y) - n(B \cap G) - n(B \cap Y) - n(B \cap P) + n(B \cap G \cap Y) + n(B \cap G \cap P) + n(B \cap Y \cap P) - n(B \cap G \cap Y \cap P)$$

$$34 = 19 + 15 + 3 - 3 - 4 - 2 + n(B \cap G \cap Y) + n(B \cap G \cap P) + n(B \cap Y \cap P) - n(B \cap G \cap Y \cap P)$$

$$34 = 34 - 9 + n(B \cap G \cap Y \cap P)$$

$$34 = 25 + n(B \cap G \cap Y \cap P)$$

$$34 - 25 = n(B \cap G \cap Y \cap P)$$

$$n(B \cap G \cap Y \cap P) = 9$$

(ط) $n(NUBUK)' = n(U) - n(NUBUK)$

$$n(NUBUK)' = n(U) - n(NUBUK) = 130 - 85 = 45$$

(ج) $n(NUBUK)' = 45$

$$n(NUBUK)' = n(U) - n(NUBUK) = 130 - 85 = 45$$

$$= 40 - 20 - 27 + 12 = 52 - 47 = 5$$

$$n(B) - n(N \cap B) - n(B \cap K) + n(N \cap B \cap K)$$

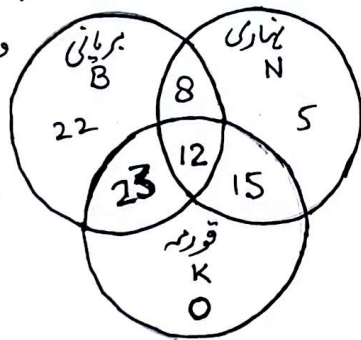
$$= 65 - 20 - 35 + 12 = 77 - 55 = 22$$

$$n(K) - n(B \cap K) - n(N \cap K) + n(N \cap B \cap K)$$

$$= 50 - 35 - 27 + 12 = 62 - 62 = 0$$

$$5 + 22 + 0 = 27$$

(د) دین ڈاگرم



m.p
27/03/2025

Youtube channel

@malikiazchughtai958

whatsapp 0300-7335154 & 0313-7335154

20

Exercise 3.3

QNo:1 $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$$A \times A = \{1, 2, 3, 4\} \times \{1, 2, 3, 4\}$$

$$= \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)\}$$

$$i) \{(x,y) | y = x\}$$

$$= \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$$

$$\text{Dom} = \{1, 2, 3, 4\}, \text{Range} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$ii) \{(x,y) | y + x = 5\}$$

$$= \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$$

$$\text{Dom} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\text{Range} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$iii) \{(x,y) | x + y < 5\}$$

$$= \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (3,1)\}$$

$$\text{Dom} = \{1, 2, 3\}$$

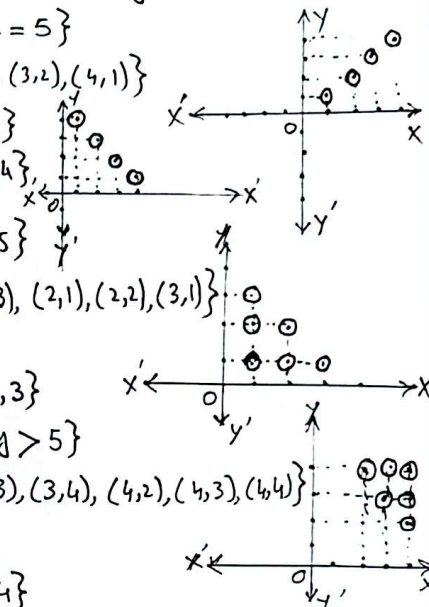
$$\text{Range} = \{1, 2, 3\}$$

$$iv) \{(x,y) | x + y > 5\}$$

$$= \{(2,4), (3,3), (3,4), (4,2), (4,3), (4,4)\}$$

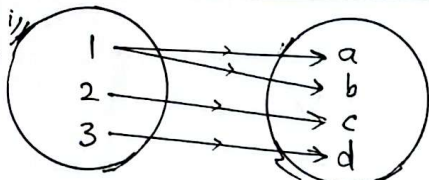
$$\text{Dom} = \{2, 3, 4\}$$

$$\text{Range} = \{2, 3, 4\}$$

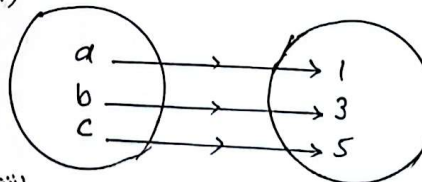


QNo:2

یہ فنکشن ہیں یا نہیں



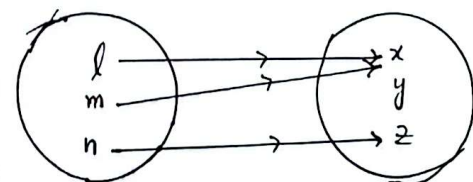
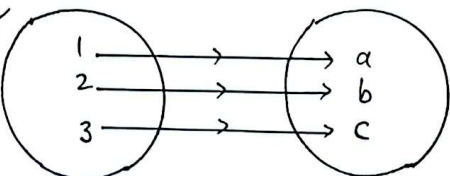
ii)



آن لو + ون - ون
ون ٹوون باجکلو
ننکشن

iii)

آن لو + ون - ون
ون ٹوون باجکلو
ننکشن



ان لو فنکشن

m.p
04/04/25

QNo:3 $g(x) = 3x + 2$ & $h(x) = x^2 + 1$

i) $g(x) = 3x + 2$
 $g(0) = 3(0) + 2$
 $= 0 + 2$
 $= 2$

ii) $g(x) = 3x + 2$
 $g(-3) = 3(-3) + 2$
 $= -9 + 2$
 $= -7$

iii) $g(x) = 3x + 2$
 $g(\frac{2}{3}) = 3(\frac{2}{3}) + 2$
 $= 2 + 2$
 $= 4$

iv) $h(x) = x^2 + 1$
 $h(1) = (1)^2 + 1$
 $= 1 + 1$
 $= 2$

v) $h(x) = x^2 + 1$
 $h(-4) = (-4)^2 + 1$
 $= 16 + 1$
 $= 17$

vi) $h(x) = x^2 + 1$
 $h(-\frac{1}{2}) = (-\frac{1}{2})^2 + 1$
 $= \frac{1}{4} + 1 = \frac{1+4}{4}$
 $= \frac{5}{4}$

QNo:4 $f(x) = ax + b + 1$ & $f(3) = 8$
 $f(6) = 14$

$f(3) = a(3) + b + 1$ & $f(6) = a(6) + b + 1$
 $8 = 3a + b + 1$ & $14 = 6a + b + 1$

$8 - 1 = 3a + b$ & $14 - 1 = 6a + b$

$3a + b = 7 \rightarrow$ (i) & $6a + b = 13 \rightarrow$ (ii)

Subtracting (i) from (ii) مساوات (i) اور (ii) کو تفریق کرنے سے

$6a + b = 13$

$-3a + b = 7$

$3a = 6$

$a = \frac{6}{3}$

$a = 2$

کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے
 Putting value of a in eq (i)

$3a + b = 7$

$3(2) + b = 7$

$6 + b = 7$

$b = 7 - 6 = 1$

$b = 1$

QNo:5 $g(x) = ax + b + 5$ & $g(-1) = 0$
 $g(2) = 10$

$g(-1) = a(-1) + b + 5$

$0 = -a + b + 5$

$a - b = 5 \rightarrow$ (i)

$g(2) = a(2) + b + 5$

$10 = 2a + b + 5$

$10 - 5 = 2a + b$

$2a + b = 5 \rightarrow$ (ii)

مساوات (i) اور (ii) میں تفریق کرنے سے

$2a + b = 5$

$a - b = 5$

$3a = 10$

$a = \frac{10}{3}$

21

کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$a - b = 5$

$\frac{10}{3} - b = 5$

$\frac{10}{3} - 5 = b$

$b = \frac{10-15}{3}$

$b = -\frac{5}{3}$

QNo:6 $f(x) = 5x + 1$. $f(x) = 31, x = ?$

$31 = 5x + 1$

$31 - 1 = 5x$

$5x = 30$

$x = 30/5 = 6$

QNo:7 $f(x) = cx^2 + d$ & $f(1) = 6$
 $f(-2) = 10$

$f(1) = c(1)^2 + d$

$6 = c(1) + d$

$c + d = 6 \rightarrow$ (i)

$f(-2) = c(-2)^2 + d$

$10 = c(4) + d$

$4c + d = 10 \rightarrow$ (ii)

مساوات (i) اور (ii) میں سے تفریق کرنے سے

$4c + d = 10$

$-3c + d = 6$

$3c = 4$

$c = \frac{4}{3}$

کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$c + d = 6$

$\frac{4}{3} + d = 6$

$d = 6 - \frac{4}{3}$

$d = \frac{18-4}{3}$

$d = \frac{14}{3}$

R. Exercise 3 اعادہ مشق

QNo:2 Set builder Notation میں لکھیں

i) $\{x | x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$

$= \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

$n = \mathbb{N} = 1, 2, 3, \dots$

$2n = 2, 4, 6, 8, \dots$

ii) $\{x | x = 2m + 1, m \in \mathbb{N}\}$

$= \{3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$

$m = \mathbb{N} = 1, 2, 3, \dots$

$2m + 1 = 2 + 1 = 3$
 $4 + 1 = 5$
 $6 + 1 = 7, \dots$

iii) $\{x | x = 11n, n \in \mathbb{W}, n < 11\}$

$= \{0, 11, 22, 33, \dots, 110\}$

$n = 0, 1, 2, 3, \dots, 10$

$11n = 0, 11, 22, 33, \dots, 110$

iv) $\{x | x \in \mathbb{E}, 4 < x < 6\}$

$= \{\} \text{ or } \emptyset$

4 اور 6 کے درمیان کوئی

جفت (Even) عدد نہیں ہے

v) $\{x | x \in \mathbb{O}, 5 \leq x < 7\}$

$= \{5\}$

5 یا 5 سے بڑے اور 7 سے

چھوٹے طاق اعداد

vi) $\{x | x \in \mathbb{Q} \wedge x^2 = 2\}$

$= \{\} = \emptyset$

ایسا ناطق عدد نہیں ہے

جس کا مربع 2 ہو

vii) $\{x | x \in \mathbb{R} \wedge x \notin \mathbb{Q}\}$

$= \mathbb{Q}$

real no

حقیقی اعداد $\mathbb{R}$ میں $\mathbb{Q}$

اور $\mathbb{Q}$ کا جو نہیں ہوتا ہے

viii) $\{x | x \in \mathbb{Q} \wedge x = -x\}$

$= \{0\}$

QNo: 3 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$$\begin{aligned} \text{i) } A' &= U - A \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{2, 4, 6, 8, 10\} \\ &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } B' &= U - B \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ &= \{6, 7, 8, 9, 10\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } A \cup B &= \{2, 4, 6, 8, 10\} \cup \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv) } A - B &= \{2, 4, 6, 8, 10\} - \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ &= \{6, 8, 10\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{v) } A \cap C &= \{2, 4, 6, 8, 10\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ &= \{\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{vi) } A' \cap C' &= ? \\ A' &= U - A = \{1, 2, 3, \dots, 10\} - \{2, 4, 6, 8, 10\} \\ &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C' &= U - C = \{1, 2, 3, \dots, 10\} - \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ &= \{2, 4, 6, 8, 10\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A' \cap C' &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{2, 4, 6, 8, 10\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{vii) } A' \cup C &= ? \\ A' &= U - A = \{1, 2, 3, \dots, 10\} - \{2, 4, 6, 8, 10\} \\ &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ A' \cup C &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ &= \{1, 3, 5, 7, 9\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{viii) } U' &= U - U \\ &= \{1, 2, 3, \dots, 10\} - \{1, 2, 3, \dots, 10\} \\ &= \{\} = \phi \end{aligned}$$

QNo: 6 (a) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 $C = \{5, 6, 7, 9, 10\}$

Verify i) Associativity of union
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= A \cup (B \cap C) \\ &= \{1, 2, 3, 4\} \cup (\{3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cap \{5, 6, 7, 9, 10\}) \\ &= \{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7, 8\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \end{aligned}$$

22 $\text{RHS} = (A \cup B) \cap C$

$$\begin{aligned} &= (\{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}) \cap \{5, 6, 7, 9, 10\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cap \{5, 6, 7, 9, 10\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \end{aligned}$$

$\text{LHS} = \text{RHS}$

ii) Associativity of intersection

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= A \cap (B \cap C) \\ &= \{1, 2, 3, 4\} \cap (\{3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cap \{5, 6, 7, 9, 10\}) \\ &= \{1, 2, 3, 4\} \cap \{5, 6, 7\} \\ &= \{\} \end{aligned}$$

$\text{RHS} = (A \cap B) \cap C$

$$\begin{aligned} &= (\{1, 2, 3, 4\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}) \cap \{5, 6, 7, 9, 10\} \\ &= \{3, 4\} \cap \{5, 6, 7, 9, 10\} \\ &= \{\} \end{aligned}$$

$\text{LHS} = \text{RHS}$

iii) Distributivity of union over intersection

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= A \cup (B \cap C) \\ &= \{1, 2, 3, 4\} \cup (\{3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cap \{5, 6, 7, 9, 10\}) \\ &= \{1, 2, 3, 4\} \cup \{5, 6, 7\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \end{aligned}$$

$\text{RHS} = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$$\begin{aligned} &= (\{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}) \cap (\{1, 2, 3, 4\} \cup \{5, 6, 7, 9, 10\}) \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10\} \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \end{aligned}$$

$\text{LHS} = \text{RHS}$

iv) Distributivity of intersections over union.

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= A \cap (B \cup C) \\ &= \{1, 2, 3, 4\} \cap (\{3, 4, 5, 6, 7, 8\} \cup \{5, 6, 7, 9, 10\}) \\ &= \{1, 2, 3, 4\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \\ &= \{3, 4\} \end{aligned}$$

$\text{RHS} = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$$\begin{aligned} &= (\{1, 2, 3, 4\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}) \cup (\{1, 2, 3, 4\} \cap \{5, 6, 7, 9, 10\}) \\ &= \{3, 4\} \cup \{\} \\ &= \{3, 4\} \end{aligned}$$

$\text{LHS} = \text{RHS}$

whatsapp 0300-7335154
Youtube channel link
@malikiazchughtai8958

$A = \emptyset, B = \{0\}, C = \{0, 1, 2\}$

i) Associativity of Union

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

LHS = $A \cup (B \cap C)$

$= \emptyset \cup (\{0\} \cap \{0, 1, 2\})$

$= \emptyset \cup \{0\}$

$= \{0\}$

RHS = $(A \cup B) \cap C$

$= (\emptyset \cup \{0\}) \cap \{0, 1, 2\}$

$= \{0\} \cap \{0, 1, 2\}$

$= \{0\}$

LHS = RHS

ii) Associativity of intersection

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$

LHS = $A \cap (B \cup C)$

$= \emptyset \cap (\{0\} \cup \{0, 1, 2\})$

$= \emptyset \cap \{0\}$

$= \emptyset$

RHS = $(A \cap B) \cup C$

$= (\emptyset \cap \{0\}) \cup \{0, 1, 2\}$

$= \emptyset \cup \{0, 1, 2\}$

$= \emptyset$

LHS = RHS

iii) Distributivity of union over intersection

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

LHS = $A \cup (B \cap C)$

$= \emptyset \cup (\{0\} \cap \{0, 1, 2\})$

$= \emptyset \cup \{0\}$

$= \{0\}$

RHS = $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

$= (\emptyset \cup \{0\}) \cap (\emptyset \cup \{0, 1, 2\})$

$= \{0\} \cap \{0, 1, 2\}$

$= \{0\}$

LHS = RHS

iv) Distributivity of intersection over Union

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

LHS = $A \cap (B \cup C)$

$= \emptyset \cap (\{0\} \cup \{0, 1, 2\})$

$= \emptyset \cap \{0, 1, 2\}$

$= \emptyset$

RHS = $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

$= (\emptyset \cap \{0\}) \cup (\emptyset \cap \{0, 1, 2\})$

$= \emptyset \cup \emptyset$

$= \emptyset$

LHS = RHS

c) $A = N = \{1, 2, 3, \dots\}, B = Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
 $C = Q = \{x | x = \frac{p}{q}\}$

i) Associativity of Union

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

LHS = $A \cup (B \cap C)$

$= \{1, 2, 3, \dots\} \cup (\{0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cap Q)$

$= \{1, 2, 3, \dots\} \cup Q$

$= Q$

RHS = $(A \cup B) \cap C$

$= (N \cup Z) \cap Q$

$= N \cup Q$

$= Q$

RHS = $(A \cup B) \cap C$

$= (\{1, 2, 3, \dots\} \cup \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}) \cap Q$

$= \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cap Q$

$= Q$

LHS = RHS

RHS = $(A \cup B) \cap C$

$= (N \cup Z) \cap Q$

$= Z \cap Q$

$= Q$

23

ii) Associativity of intersection

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$

LHS = $A \cap (B \cup C)$

$= N \cap (\{0\} \cup Q)$

$= N \cap Z$

$= N$

RHS = $(A \cap B) \cap C$

$= (N \cap \{0\}) \cap Q$

$= N \cap Q$

$= N$

LHS = RHS

iii) Distributivity of union over intersection.

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

LHS = $A \cup (B \cap C)$

$= N \cup (\{0\} \cap Q)$

$= N \cup Z$

$= Z$

RHS = $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

$= (N \cup \{0\}) \cap (N \cup Q)$

$= Z \cap Q$

$= Z$

LHS = RHS

iv) Distributivity of intersection over union

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

LHS = $A \cap (B \cup C)$

$= N \cap (\{0\} \cup Q)$

$= N \cap Q$

$= N$

RHS = $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

$= (N \cap \{0\}) \cup (N \cap Q)$

$= N \cup N$

$= N$

LHS = RHS

QNo: 7 verify De Morgan's law

a) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

b) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

a) $A \cup B = \{2, 4, 6, \dots, 20\} \cup \{1, 3, 5, \dots, 19\}$

$= \{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$

$A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 20\}$

$B = \{1, 3, 5, \dots, 19\}$

$(A \cup B)' = U - (A \cup B)$

$= \{1, 2, 3, \dots, 20\} - \{1, 2, 3, \dots, 20\}$

$= \{ \}$ $\rightarrow$ (i)

$A' = U - A = \{1, 2, 3, \dots, 20\} - \{2, 4, 6, \dots, 20\}$

$= \{1, 3, 5, \dots, 19\}$

$B' = U - B = \{1, 2, 3, \dots, 20\} - \{1, 3, 5, \dots, 19\}$

$= \{2, 4, 6, \dots, 20\}$

$A' \cap B' = \{1, 3, 5, \dots, 19\} \cap \{2, 4, 6, \dots, 20\}$

$= \{ \}$ $\rightarrow$ (ii)

From (i) & (ii) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

b) $A \cap B = \{2, 4, 6, \dots, 20\} \cap \{1, 3, 5, \dots, 19\}$

$= \{ \}$

$(A \cap B)' = U - (A \cap B) = \{1, 2, 3, \dots, 20\} - \{ \}$

$= \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ $\rightarrow$ (iii)

$A' = U - A = \{1, 2, 3, \dots, 20\} - \{2, 4, 6, \dots, 20\}$

$= \{1, 3, 5, \dots, 19\}$

$B' = U - B = \{1, 2, 3, \dots, 20\} - \{1, 3, 5, \dots, 19\}$

$= \{2, 4, 6, \dots, 20\}$

$A' \cup B' = \{1, 3, 5, \dots, 19\} \cup \{2, 4, 6, \dots, 20\}$

$= \{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$ $\rightarrow$ (iv)

From (iii) & (iv) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

05/04/2025

QNo: 8 $P = \{x | x = 5m, m \in \mathbb{N}\}$ Final P ∩ Q
 $= \{5, 10, 15, \dots\}$

$Q = \{x | x = 2m, m \in \mathbb{N}\} = \{2, 4, 6, \dots\}$

$P \cap Q = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots\} \cap \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, \dots\}$
 $= \{10, 20, 30, \dots\}$ (آخر میں صفحہ 25 پر)

QNo: 10 $g(x) = 7x - 2$ & $s(x) = 8x^2 - 3$

i) $g(x) = 7x - 2$
 $g(0) = 7(0) - 2$
 $= 0 - 2$
 $= -2$

ii) $g(x) = 7x - 2$
 $g(-1) = 7(-1) - 2$
 $= -7 - 2$
 $= -9$

iii) $g(x) = 7x - 2$
 $g(-\frac{5}{3}) = 7(-\frac{5}{3}) - 2$
 $= -\frac{35}{3} - \frac{2}{1}$
 $= -\frac{35-6}{3}$
 $= -\frac{41}{3}$

iv) $s(x) = 8x^2 - 3$
 $s(1) = 8(1)^2 - 3$
 $= 8(1) - 3$
 $= 8 - 3$
 $= 5$

v) $s(x) = 8x^2 - 3$
 $s(-9) = 8(-9)^2 - 3$
 $= 8(81) - 3$
 $= 648 - 3$
 $= 645$

vi) $s(x) = 8x^2 - 3$
 $s(\frac{7}{2}) = 8(\frac{7}{2})^2 - 3$
 $= 8(\frac{49}{4}) - 3$
 $= 98 - 3$
 $= 95$

QNo: 11 $f(x) = ax + b$; $f(-2) = 3$ & $f(4) = 10$

$f(x) = ax + b$
 $f(-2) = a(-2) + b$
 $3 = -2a + b$
 $-2a + b = 3 \rightarrow (i)$

$f(x) = ax + b$
 $f(4) = a(4) + b$
 $10 = 4a + b$
 $4a + b = 10 \rightarrow (ii)$

$4a + b = 10$
 $-2a + b = 3$
 $6a = 7$

$a = \frac{7}{6}$

$-2a + b = 3$

$-2(\frac{7}{6}) + b = 3$

$-\frac{7}{3} + b = 3$

$b = 3 + \frac{7}{3}$

$= \frac{9+7}{3} = \frac{16}{3}$

$b = \frac{16}{3}$

QNo: 12 $K(x) = 7x - 5$ if $K(x) = 100$ $x = ?$

$K(x) = 7x - 5$

$100 = 7x - 5$

$100 + 5 = 7x$

$7x = 105$

$x = \frac{105}{7}$

$x = 15$

24 QNo: 13

$g(x) = mx^2 + n$ $m = ?$ $n = ?$

$g(x) = mx^2 + n$

$g(4) = 20$ & $g(0) = 5$

$g(4) = m(4)^2 + n$

$g(x) = mx^2 + n$

$g(0) = m(0)^2 + n$

$20 = m(16) + n$

$5 = 0 + n$

$16m + n = 20 \rightarrow (i)$

$n = 5$

$16m + n = 20$

$16m = 15$

$16m + 5 = 20$

$m = \frac{15}{16}$

QNo: 14

ایکے شاپنگ مال میں 100 پروڈکٹس ہیں جو 1 سے 100 تک لیبل کیے گئے ہیں۔ ان میں سے 30 پروڈکٹس ہیں جن پر 1 سے 30 تک لیبل لگے ہیں۔ 30 پروڈکٹس ہیں جن پر 31 سے 55 تک لیبل لگے ہیں۔ 25 پروڈکٹس ہیں جن پر 56 سے 76 تک لیبل لگے ہیں۔ 25 پروڈکٹس ہیں جن پر 77 سے 100 تک لیبل لگے ہیں۔

Universal set = $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$

Electronics = $A = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$

Clothes = $B = \{31, 32, 33, \dots, 55\}$

Beauty Products = $C = \{76, 77, 78, \dots, 100\}$

$A \cup B \cup C = ?$

$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, \dots, 30\} \cup \{31, 32, 33, \dots, 55\}$

$\dots, 55\} \cup \{76, 77, 78, \dots, 100\}$

$= \{1, 2, 3, \dots, 55, 76, 77, 78, \dots, 100\}$

QNo: 15

180 طلباء ہیں جن میں سے 120 طالب علم میٹھ کر بیٹھ گئے ہیں۔ 90 طلباء ہیں جن میں سے 50 طالب علم نے دونوں میٹھ اور سٹینڈس کے بیٹھ پاس کیے۔

a) کتنے طالب علموں نے میٹھ یا سٹینڈس کے بیٹھ پاس کیے؟

b) کتنے طالب علموں نے دونوں میں سے کوئی بھی پاس نہیں کیا؟

c) کتنے طلباء نے سٹینڈس پاس کیا لیکن میٹھ کا نہیں کیا؟

d) کتنے طلباء سٹینڈس کے بیٹھ میں فیل ہوئے؟

Total Stud. کل طلباء = $n(U) = 180$

میٹھ میں پاس = $n(M) = 120$

سٹینڈس میں پاس = $n(S) = 90$

میٹھ اور سٹینڈس دونوں میں پاس = $n(M \cap S) = 60$

میٹھ یا سٹینڈس میں پاس = $n(M \cup S) = ?$

میٹھ اور سٹینڈس میں پاس = $n(M \cup S) = ?$

میٹھ اور سٹینڈس میں پاس = $n(M \cup S) = ?$

$$n(MUS) = n(M) + n(S) - n(MNS)$$

$$= 120 + 90 - 60$$

$$= 150$$

$$b) \text{ جنہے طلباء دونوں میں سے کوئی بھی پاس نہیں کیا } = n(MUS)'$$

$$n(MUS)' = n(U) - n(MUS)$$

$$= 180 - 150$$

$$= 30$$

$$c) \text{ جنہے طلباء نے سائنس ٹیسٹ پاس کیا، جنہوں میں کیا؟ } = ?$$

$$= n(S) - n(MNS)$$

$$= 90 - 60$$

$$= 30$$

$$d) \text{ سائنس میں فیل ہوئے } = n(U) - n(S)$$

$$= 180 - 90$$

$$= 90$$

QNo: 16 ایک شہر کے سو فٹ وٹریباڈس میں 300 سوئٹ
وٹریباڈس کے لیے زکا سرور کیا گیا کہ کون سی پروگرام Language زیادہ پسند کی گئی۔

$$n(U) = 300$$

$$\text{Python} = n(P) = 150$$

$$\text{Java} = n(J) = 130$$

$$\text{PHP} = n(PHP) = 120$$

$$\text{Java اور Python} = n(P \cap J) = 70$$

$$\text{PHP اور Python} = n(P \cap PHP) = 60$$

$$\text{PHP اور Java} = n(J \cap PHP) = 50$$

$$\text{Java, Python اور PHP} = n(J \cap P \cap PHP) = 40$$

$$a) \text{ جنہوں نے کم از کم ان میں سے ایک Language پسند کی } = n(P \cup J \cup PHP)$$

$$n(P \cup J \cup PHP) = n(P) + n(J) + n(PHP) -$$

$$n(P \cap J) - n(P \cap PHP) - n(J \cap PHP) + n(P \cap J \cap PHP)$$

$$= 150 + 130 + 120 - 70 - 60 - 50 + 40$$

$$= 440 - 180$$

$$= 260$$

$$b) \text{ جنہوں نے صرف ایک ہی زبان استعمال کی } = ?$$

$$\text{صرف Python کو استعمال کرنے والے } = n(P) - n(P \cap J)$$

$$- n(P \cap PHP) + n(P \cap J \cap PHP)$$

$$= 150 - 70 - 60 + 40$$

$$= 190 - 130 = 60$$

$$\text{صرف Java کو استعمال کرنے والے } = n(J) - n(P \cap J)$$

$$- n(J \cap PHP) + n(P \cap J \cap PHP)$$

$$= 130 - 70 - 50 + 40$$

$$= 170 - 120 = 50$$

$$\text{صرف PHP کو استعمال کرنے والے } = n(PHP) - n(P \cap PHP)$$

$$- n(J \cap PHP) + n(P \cap J \cap PHP)$$

$$= 120 - 50 - 60 + 40$$

$$= 160 - 110 = 50$$

$$\text{صرف ایک Language استعمال کرنے والے } = 60 + 50 + 50$$

$$= 160$$

$$c) \text{ جنہوں نے ان میں سے کوئی بھی زبان استعمال نہیں کی } = n(P \cup J \cup PHP)'$$

$$n(P \cup J \cup PHP)' = n(U) - n(P \cup J \cup PHP)$$

$$= 300 - 260$$

$$= 40$$

$$d) \text{ صرف PHP استعمال کرنے والے } = ?$$

$$= n(PHP) - n(P \cap PHP) - n(J \cap PHP) + n(P \cap J \cap PHP)$$

$$= 120 - 50 - 60 + 40$$

$$= 160 - 110 = 50$$

$$\text{QNo: 9 } i) A \cap (A \cup B) = A \cup (A \cap B)$$

$$LHS = A \cap (A \cup B) = (A \cap A) \cup (A \cap B)$$

$$= A \cup (A \cap B) \quad \because A \cap A = A$$

$$= RHS$$

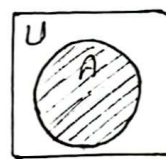
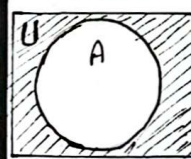
$$ii) A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$$

$$LHS = A \cup (A \cap B) = (A \cup A) \cap (A \cup B)$$

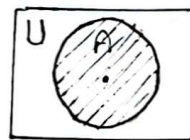
$$= A \cap (A \cup B) \quad \because A \cup A = A$$

$$= RHS$$

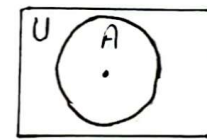
$$\text{QNo: 4}$$



$$i) A' = \text{shaded region outside A} \quad (ii) A \cap U = A \quad (iii) A \cup U = U$$

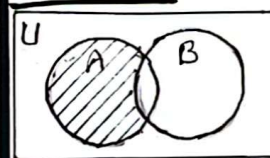


$$(iv) A \cup \phi$$

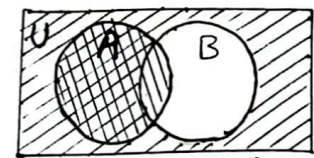


$$\phi \cap \phi$$

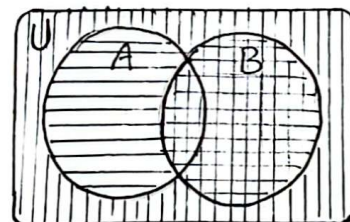
$$\text{QNo: 5}$$



$$i) A - B \quad (A - B \neq A \cup B) \quad B' = \text{shaded region outside B} \quad A \cup B' = \text{shaded region outside B}$$



$$A - B = \text{shaded region inside A but outside B}$$



$$(A - B)' = \text{shaded region outside A but inside B} \quad (A - B)' \cap B = \text{shaded region inside B but outside A} = B$$

m*
05/04/25

Exercise 4.1

QNo: 1 Factorize

(i) $6x + 12$
 $= 6(x + 2)$

(ii) $15y^2 + 20y$
 $= 5y(3y + 4)$

(iii) $-12x^2 - 3x$
 $= -3x(4x + 1)$

(iv) $4ab + 8ab^2$
 $= 4ab(a + 2b)$

(v) $xy - 3x^2 + 2x$
 $= x(y - 3x + 2)$

(vi) $3a^2b - 9ab^2 + 15ab$
 $= 3ab(a - 3b + 5)$

QNo: 2 Factorize

(i) $5x + 15$
 $= 5(x + 3)$

(ii) $x^2 + 4x + 3$
 $= x^2 + 3x + x + 3$
 $= x(x + 3) + 1(x + 3)$
 $= (x + 3)(x + 1)$

(iii) $x^2 + 6x + 8$
 $= x^2 + 4x + 2x + 8$
 $= x(x + 4) + 2(x + 4)$
 $= (x + 4)(x + 2)$

(iv) $x^2 + 4x + 4$
 $= x^2 + 2x + 2x + 4$
 $= x(x + 2) + 2(x + 2)$
 $= (x + 2)(x + 2)$
 $= (x + 2)^2$

QNo: 3 Factorize

(i) $x^2 + x - 12$
 $= x^2 + 4x - 3x - 12$
 $= x(x + 4) - 3(x + 4)$
 $= (x + 4)(x - 3)$

(ii) $x^2 + 7x + 10$
 $= x^2 + 5x + 2x + 10$
 $= x(x + 5) + 2(x + 5)$
 $= (x + 5)(x + 2)$

(iii) $x^2 - 6x + 8$
 $= x^2 - 4x - 2x + 8$
 $= x(x - 4) - 2(x - 4)$
 $= (x - 4)(x - 2)$

(iv) $x^2 - x - 56$
 $= x^2 - 8x + 7x - 56$
 $= x(x - 8) + 7(x - 8)$
 $= (x - 8)(x + 7)$

(v) $x^2 - 10x - 24$
 $= x^2 - 12x + 2x - 24$
 $= x(x - 12) + 2(x - 12)$
 $= (x - 12)(x + 2)$

(vi) $y^2 + 4y - 12$
 $= y^2 + 6y - 2y - 12$
 $= y(y + 6) - 2(y + 6)$
 $= (y + 6)(y - 2)$

(26)

(vii) $y^2 + 13y + 36$
 $= y^2 + 9y + 4y + 36$
 $= y(y + 9) + 4(y + 9)$
 $= (y + 9)(y + 4)$

(viii) $x^2 - x - 2$
 $= x^2 - 2x + x - 2$
 $= x(x - 2) + 1(x - 2)$
 $= (x - 2)(x + 1)$

QNo: 4 Factorize

(i) $2x^2 + 7x + 3$
 $= 2x^2 + 6x + x + 3$
 $= 2x(x + 3) + 1(x + 3)$
 $= (x + 3)(2x + 1)$

(ii) $2x^2 + 11x + 15$
 $= 2x^2 + 6x + 5x + 15$
 $= 2x(x + 3) + 5(x + 3)$
 $= (x + 3)(2x + 5)$

(iii) $4x^2 + 13x + 3$
 $= 4x^2 + 12x + x + 3$
 $= 4x(x + 3) + 1(x + 3)$
 $= (x + 3)(4x + 1)$

(iv) $3x^2 + 5x + 2$
 $= 3x^2 + 3x + 2x + 2$
 $= 3x(x + 1) + 2(x + 1)$
 $= (x + 1)(3x + 2)$

(v) $3y^2 - 11y + 6$
 $= 3y^2 - 9y - 2y + 6$
 $= 3y(y - 3) - 2(y - 3)$
 $= (y - 3)(3y - 2)$

(vi) $2y^2 - 5y + 2$
 $= 2y^2 - 4y - y + 2$
 $= 2y(y - 2) - 1(y - 2)$
 $= (y - 2)(2y - 1)$

(vii) $4z^2 - 11z + 6$
 $= 4z^2 - 8z - 3z + 6$
 $= 4z(z - 2) - 3(z - 2)$
 $= (z - 2)(4z - 3)$

(viii) $6 + 7x - 3x^2$
 $= 6 + 9x - 2x - 3x^2$
 $= 3(2 + 3x) - x(2 + 3x)$
 $= (2 + 3x)(3 - x)$

Exercise 4.2

QNo: 1 Factorize

(i) $4x^4 + 81y^4$
 $= (2x^2)^2 + (9y^2)^2$
 $= (2x^2)^2 + (9y^2)^2 + 2(2x^2)(9y^2) - 2(2x^2)(9y^2)$
 $= (2x^2 + 9y^2)^2 - 36x^2y^2$
 $= (2x^2 + 9y^2)^2 - (6xy)^2$
 $= (2x^2 + 9y^2 + 6xy)(2x^2 + 9y^2 - 6xy)$

(ii) $a^4 + 64b^4$

$= (a^2)^2 + (8b^2)^2$

$= (a^2)^2 + (8b^2)^2 + 2(a^2)(8b^2) - 2(a^2)(8b^2)$

$= (a^2 + 8b^2)^2 - 16a^2b^2$

$= (a^2 + 8b^2)^2 - (4ab)^2$

$= (a^2 + 8b^2 + 4ab)(a^2 + 8b^2 - 4ab)$

(iii) $x^4 + 4x^2 + 16$

$= x^4 + 16 + 4x^2$

$= (x^2)^2 + (4)^2 + 2(x^2)(4) - 2(x^2)(4) + 4x^2$

$= (x^2 + 4)^2 - 8x^2 + 4x^2$

$= (x^2 + 4)^2 - 4x^2$

$= (x^2 + 4)^2 - (2x)^2$

$= (x^2 + 4 + 2x)(x^2 + 4 - 2x)$

$= (x^2 + 2x + 4)(x^2 - 2x + 4)$

(iv) $x^4 - 14x^2 + 1$

$= x^4 + 1 - 14x^2$

$= (x^2)^2 + (1)^2 + 2(x^2)(1) - 2(x^2)(1) - 14x^2$

$= (x^2 + 1)^2 - 2x^2 - 14x^2$

$= (x^2 + 1)^2 - 16x^2$

$= (x^2 + 1)^2 - (4x)^2$

$= (x^2 + 1 + 4x)(x^2 + 1 - 4x)$

$= (x^2 + 4x + 1)(x^2 - 4x + 1)$

(v) $x^4 - 30x^2y^2 + 9y^4$

$= x^4 + 9y^4 - 30x^2y^2$

$= (x^2)^2 + (3y^2)^2 + 2(x^2)(3y^2) - 2(x^2)(3y^2) - 30x^2y^2$

$= (x^2 + 3y^2)^2 - 6x^2y^2 - 30x^2y^2$

$= (x^2 + 3y^2)^2 - 36x^2y^2$

$= (x^2 + 3y^2)^2 - (6xy)^2$

$= (x^2 + 3y^2 + 6xy)(x^2 + 3y^2 - 6xy)$

$= (x^2 + 6xy + 3y^2)(x^2 - 6xy + 3y^2)$

(vi) $x^4 - 7x^2y^2 + y^4$

$= x^4 + y^4 - 7x^2y^2$

$= (x^2)^2 + (y^2)^2 + 2(x^2)(y^2) - 2(x^2)(y^2) - 7x^2y^2$

$= (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 - 7x^2y^2$

$= (x^2 + y^2)^2 - 9x^2y^2$

$= (x^2 + y^2)^2 - (3xy)^2$

$= (x^2 + y^2 + 3xy)(x^2 + y^2 - 3xy)$

$= (x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

$= (x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

$= (x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

$= (x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

$= (x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

$= (x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

$= (x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

$= (x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

27 QNo:2 Factorize تجزیہ کریں

(i) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1$

$= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) + 1$

$= (x^2 + 4x + x + 4)(x^2 + 3x + 2x + 6) + 1$

$= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + 1$

Let $x^2 + 5x = y$

$= (y + 4)(y + 6) + 1$

$= y^2 + 6y + 4y + 24 + 1$

$= y^2 + 10y + 25$

$= (y)^2 + 2(y)(5) + (5)^2$

$= (y + 5)^2$

$= (x^2 + 5x + 5)^2$

$= (x^2 + 5x + 5)^2$

(ii) $(x+2)(x-7)(x-4)(x-1) + 17$

$= (x^2 - 7x + 2x - 14)(x^2 - x - 4x + 4) + 17$

$= (x^2 - 5x - 14)(x^2 - 5x + 4) + 17$

Let $x^2 - 5x = y$

$= (y - 14)(y + 4) + 17$

$= y^2 + 4y - 14y - 56 + 17$

$= y^2 - 10y - 39$

$= y^2 - 13y + 3y - 39$

$= y(y - 13) + 3(y - 13)$

$= (y - 13)(y + 3)$

$= (x^2 - 5x - 13)(x^2 - 5x + 3)$

$= (x^2 - 5x - 13)(x^2 - 5x + 3)$

(iii) $(2x^2 + 7x + 3)(2x^2 + 7x + 5) + 1$

Let $2x^2 + 7x = y$

$= (y + 3)(y + 5) + 1$

$= y^2 + 5y + 3y + 15 + 1$

$= y^2 + 8y + 16 = (y)^2 + 2(y)(4) + (4)^2$

$= (y + 4)^2$

$= (2x^2 + 7x + 4)^2$

(iv) $(3x^2 + 5x + 3)(3x^2 + 5x + 5) - 3$

Let $3x^2 + 5x = y$

$= (y + 3)(y + 5) - 3$

$= y^2 + 5y + 3y + 15 - 3$

$= y^2 + 8y + 12$

$= y^2 + 6y + 2y + 12$

$= y(y + 6) + 2(y + 6)$

$= (y + 6)(y + 2)$

$= (y + 6)(y + 2)$

$= (y + 6)(y + 2)$

$= (y + 6)(y + 2)$

$= (y + 6)(y + 2)$

$= (y + 6)(y + 2)$

$= (y + 6)(y + 2)$

malik (0300-0313) 733 5154

Youtube link 03000-831454

@malikjazchughtai 8958

Putting value of y

$= (3x^2 + 5x + 6)(3x^2 + 5x + 2)$

$= (3x^2 + 5x + 6)(3x^2 + 5x + 2)$

$= (3x^2 + 5x + 6)(3x^2 + 5x + 2)$

$= (3x^2 + 5x + 6)(3x^2 + 5x + 2)$

$$\begin{aligned}
 (v) & (x+1)(x+2)(x+3)(x+6) - 3x^2 \\
 &= (x+1)(x+6)(x+2)(x+3) - 3x^2 \\
 &= (x^2+6x+x+6)(x^2+3x+2x+6) - 3x^2 \\
 &= (x^2+7x+6)(x^2+5x+6) - 3x^2 \\
 &= (x^2+6+7x)(x^2+6+5x) - 3x^2 \\
 &\text{Let } x^2+6 = y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (y+7x)(y+5x) - 3x^2 \\
 &= y^2+5xy+7xy+35x^2-3x^2 \\
 &= y^2+12xy+32x^2 \\
 &= y^2+8xy+4xy+32x^2 \\
 &= y(y+8x)+4x(y+8x) \\
 &= (y+8x)(y+4x) \quad \text{یہی قیمت درج کرنے سے} \\
 &= (x^2+6+8x)(x^2+6+4x) \\
 &= (x^2+8x+6)(x^2+4x+6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (vi) & (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) - 16x^2 \\
 &= (x+1)(x+2)(x-1)(x-2) - 16x^2 \\
 &= (x^2+2x+x+2)(x^2-2x-x+2) - 16x^2 \\
 &= (x^2+3x+2)(x^2-3x+2) - 16x^2 \\
 &= (x^2+2+3x)(x^2+2-3x) - 16x^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\text{Let } x^2+2 = y \\
 &= (y+3x)(y-3x) - 16x^2 \\
 &= y^2-3xy+3xy-9x^2-16x^2 \\
 &= y^2-25x^2 = (y)^2-(5x)^2 \\
 &= (y+5x)(y-5x) \quad \text{یہی قیمت درج کرنے سے} \\
 &= (x^2+2+5x)(x^2+2-5x) \\
 &= (x^2+5x+2)(x^2-5x+2)
 \end{aligned}$$

QNo:3 Factorize تجزی کریں

$$\begin{aligned}
 (i) & 8x^3+12x^2+6x+1 \\
 &\text{Using formula } (a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \\
 &= (2x)^3+3(2x)^2(1)+3(2x)(1)^2+(1)^3 \\
 &= (2x+1)^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (ii) & 27a^3+108a^2b+144ab^2+64b^3 \\
 &\text{Using formula } (a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \\
 &= (3a)^3+3(3a)^2(4b)+3(3a)(4b)^2+(4b)^3 \\
 &= (3a+4b)^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (iii) & x^3+18x^2y+108xy^2+216y^3 \\
 &\text{Using formula } (a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \\
 &= (x)^3+3(x)^2(6y)+3(x)(6y)^2+(6y)^3 \\
 &= (x+6y)^3
 \end{aligned}$$

28

$$\begin{aligned}
 (iv) & 8x^3-125y^3+150xy^2-60x^2y \\
 &\text{Using formula } (a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3 \\
 &= 8x^3-60x^2y+150xy^2-125y^3 \\
 &= (2x)^3-3(2x)^2(5y)+3(2x)(5y)^2-(5y)^3 \\
 &= (2x-5y)^3
 \end{aligned}$$

QNo:4 Factorize تجزی کریں

$$\begin{aligned}
 (i) & 125a^3-1 \\
 &\text{Using formula } a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2) \\
 &= (5a)^3-(1)^3 \\
 &= (5a-1)((5a)^2+(5a)(1)+(1)^2) \\
 &= (5a-1)(25a^2+5a+1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (ii) & 64x^3+125 \\
 &\text{Using formula } a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2) \\
 &= (4x)^3+(5)^3 \\
 &= (4x+5)((4x)^2-(4x)(5)+(5)^2) \\
 &= (4x+5)(16x^2-20x+25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (iii) & x^6-27 \\
 &\text{Using formula } a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2) \\
 &= (x^2)^3-(3)^3 \\
 &= (x^2-3)((x^2)^2+(x^2)(3)+(3)^2) \\
 &= (x^2-3)(x^4+3x^2+9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (iv) & 1000a^3+1 \\
 &\text{Using formula } a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2) \\
 &= (10a)^3+(1)^3 \\
 &= (10a+1)((10a)^2-(10a)(1)+(1)^2) \\
 &= (10a+1)(100a^2-10a+1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (v) & 343x^3+216 \\
 &\text{Using formula } a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2) \\
 &= (7x)^3+(6)^3 \\
 &= (7x+6)((7x)^2-(7x)(6)+(6)^2) \\
 &= (7x+6)(49x^2-42x+36)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (vi) & 27-512y^3 \\
 &\text{Using formula } a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2) \\
 &= (3)^3-(8y)^3 \\
 &= (3-8y)((3)^2+(3)(8y)+(8y)^2) \\
 &= (3-8y)(9+24y+64y^2)
 \end{aligned}$$

Exercise 4.3

QNo:1 Factorizing تجزی کریں HCF معلوم کریں

$$\begin{aligned}
 (i) & 21x^2y, 35xy^2 \\
 & 21x^2y = 7 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y \\
 & 35xy^2 = 7 \cdot 5 \cdot x \cdot y \cdot y \\
 & \text{Common Factors} = 7 \cdot x \cdot y \\
 & \text{HCF} = 7xy
 \end{aligned}$$

Ans 07/04/25

(ii) $4x^2 - 9y^2, 2x^2 - 3xy$

$$4x^2 - 9y^2 = (2x)^2 - (3y)^2$$

$$= (2x+3y)(2x-3y)$$

$$2x^2 - 3xy = x(2x-3y)$$

مشترک عدد (C.F) = $(2x-3y)$

عظیم (HCF) = $(2x-3y)$

(iii) $x^3 - 1, x^2 + x + 1$

$$x^3 - 1 = (x)^3 - (1)^3 \quad \text{formula}$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$= (x-1)(x^2 + (x)(1) + (1)^2)$$

$$= (x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$x^2 + x + 1 = (x^2 + x + 1)$$

مشترک عدد (C.F) = $x^2 + x + 1$

عظیم (HCF) = $x^2 + x + 1$

(iv) $a^3 + 2a^2 - 3a, 2a^3 + 5a^2 - 3a$

$$a^3 + 2a^2 - 3a = a(a^2 + 2a - 3)$$

$$= a(a^2 + 3a - a - 3)$$

$$= a[a(a+3) - 1(a+3)]$$

$$= a(a+3)(a-1)$$

$$2a^3 + 5a^2 - 3a = a(2a^2 + 5a - 3)$$

$$= a(2a^2 + 6a - a - 3)$$

$$= a[2a(a+3) - 1(a+3)]$$

$$= a(a+3)(2a-1)$$

مشترک عدد (C.F) = $a(a+3)$

عظیم (HCF) = $a(a+3)$

(v) $t^2 - 3t - 4, t^2 + 5t + 4, t^2 - 1$

$$t^2 - 3t - 4 = t^2 - 4t + t - 4$$

$$= t(t-4) + 1(t-4)$$

$$= (t-4)(t+1)$$

$$t^2 + 5t + 4 = t^2 + 4t + t + 4$$

$$= t(t+4) + 1(t+4)$$

$$= (t+4)(t+1)$$

$$t^2 - 1 = (t)^2 - (1)^2$$

$$= (t+1)(t-1)$$

مشترک عدد (C.F) = $(t+1)$

عظیم (HCF) = $(t+1)$

(vi) $x^2 + 15x + 56, x^2 + 5x - 24, x^2 + 8x$

$$x^2 + 15x + 56 = x^2 + 8x + 7x + 56$$

$$= x(x+8) + 7(x+8)$$

$$= (x+8)(x+7)$$

29

$$x^2 + 5x - 24 = x^2 + 8x - 3x - 24$$

$$= x(x+8) - 3(x+8)$$

$$= (x+8)(x-3)$$

$$x^2 + 8x = x(x+8)$$

مشترک عدد (C.F) = $(x+8)$

عظیم (HCF) = $(x+8)$

QNo:2 HCF by division method عظیم (HCF) by division method

(i) $27x^3 + 9x^2 - 3x - 10, 3x - 2$

$$3x-2 \overline{) 27x^3 + 9x^2 - 3x - 10} \quad 9x^2 + 9x + 5$$

$$\underline{+ 27x^3 \quad \pm 18x^2}$$

$$27x^3 - 3x - 10$$

$$\underline{+ 27x^3 \quad \pm 18x^2}$$

$$15x - 10$$

$$\underline{+ 15x - 10}$$

عظیم (HCF) = $(3x-2) \times$

(ii) $x^3 - 9x^2 + 23x - 15, x^2 - 4x + 3$

$$x^2 - 4x + 3 \overline{) x^3 - 9x^2 + 23x - 15} \quad x - 5$$

$$\underline{+ x^3 - 4x^2 + 3x}$$

$$-5x^2 + 20x - 15$$

$$\underline{+ 5x^2 - 20x + 15}$$

عظیم (HCF) = $x^2 - 4x + 3$

(iii) $2x^3 + 2x^2 + 2x + 2, 6x^3 + 12x^2 + 6x + 12$

$$2x^3 + 2x^2 + 2x + 2 \overline{) 6x^3 + 12x^2 + 6x + 12} \quad 3$$

$$\underline{+ 6x^3 + 6x^2 + 6x + 6}$$

$$6x^2 + 6$$

چونکہ دونوں کثیر رقمیوں میں 2 مشترک عدد ہے اور (3) CF نہیں ہے
3 کو ignore کر دیں گے

$$2x^2 + 2 \overline{) 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2} \quad x + 1$$

$$\underline{+ 2x^3 \quad \pm 2x^2}$$

$$2x^2 + 2$$

$$\underline{+ 2x^2 + 2}$$

عظیم (HCF) = $2x^2 + 2 = 2(x^2 + 1)$

(iv) $2x^3 - 4x^2 + 16x, x^3 - 4x, 3x^2 - 6x$

$$x^3 - 4x \overline{) 2x^3 - 4x^2 + 16x} \quad 2$$

$$\underline{+ 2x^3 \quad \pm 8x^2}$$

$$-4x^2 + 16x$$

$$\underline{+ 4x^2 \quad \pm 16x}$$

$$x^2 + 2x \overline{) x^3 - 4x} \quad x - 2$$

$$\underline{+ x^3 \quad \pm 2x^2}$$

$$-2x^2 - 4x$$

$$\underline{+ 2x^2 \quad \pm 4x}$$

$$x$$

4 - دونوں رقموں میں
CF نہیں ہے لہذا اسے
ignore کر سکتے ہیں

$$x^2 + 2x \sqrt{3x^2 + 6x} \begin{array}{r} 3 \\ + 3x^2 + 6x \\ \hline \end{array}$$

$$\text{HCF} = x^2 + 2x = x(x+2)$$

QNo: 3 ذواصفاف اقل (LCM) بزرگه کسار factorization.

(i) $2a^2b, 4ab^2, 6ab$

$$2a^2b = 2 \cdot a \cdot a \cdot b$$

$$4ab^2 = 2 \cdot 2 \cdot a \cdot b \cdot b$$

$$6ab = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot b$$

$$\text{مشتک کسار (C.F)} = 2 \cdot a \cdot b$$

$$\text{غیر مشترک کسار (N.C.F)} = a \cdot 2 \cdot b \cdot 3$$

$$\text{ذواصفاف اقل (LCM)} = \text{C.F} \times \text{N.C.F}$$

$$= 2 \cdot a \cdot b \cdot a \cdot 2 \cdot b \cdot 3$$

$$= 12a^2b^2$$

(ii) $x^2 + x, x^3 + x^2$

$$x^2 + x = x(x+1)$$

$$x^3 + x^2 = x^2(x+1) = x \cdot x(x+1)$$

$$\text{مشتک کسار (C.F)} = x(x+1)$$

$$\text{غیر مشترک کسار (N.C.F)} = x$$

$$\text{ذواصفاف اقل (LCM)} = \text{C.F} \times \text{N.C.F}$$

$$= x(x+1) \cdot x$$

$$= x^2(x+1)$$

(iii) $a^2 - 4a + 4, a^2 - 2a$

$$a^2 - 4a + 4 = a^2 - 2a - 2a + 4$$

$$= a(a-2) - 2(a-2)$$

$$= (a-2)(a-2)$$

$$a^2 - 2a = a(a-2)$$

$$\text{مشتک کسار (C.F)} = (a-2)$$

$$\text{غیر مشترک کسار (N.C.F)} = a(a-2)$$

$$\text{ذواصفاف اقل (LCM)} = \text{C.F} \times \text{N.C.F}$$

$$= (a-2)a(a-2)$$

$$= a(a-2)^2$$

(iv) $x^4 - 16, x^3 - 4x$

$$x^4 - 16 = (x^2)^2 - (4)^2$$

$$= (x^2 + 4)(x^2 - 4)$$

$$= (x^2 + 4)(x^2 - (2)^2)$$

$$= (x^2 + 4)(x+2)(x-2)$$

$$x^3 - 4x = x(x^2 - 4)$$

$$= x(x^2 - (2)^2)$$

$$= x(x+2)(x-2)$$

$$\text{مشتک کسار (C.F)} = (x+2)(x-2)$$

$$\text{غیر مشترک کسار (N.C.F)} = (x^2 + 4)(x)$$

30 ذواصفاف اقل (LCM) = C.F x N.C.F

$$= (x+2)(x-2)(x^2+4)x$$

$$= (x^2-4)(x^2+4)x$$

$$= x(x^4-16)$$

(v) $16-4x^2, x^2+x-6, 4-x^2$

$$16-4x^2 = 4(4-x^2) = 4((2)^2 - (x)^2)$$

$$= 4(2+x)(2-x)$$

$$x^2+x-6 = x^2+3x-2x-6$$

$$= x(x+3)-2(x+3)$$

$$= (x+3)(x-2) = -(x+3)(2-x)$$

$$4-x^2 = (2)^2 - (x)^2$$

$$= (2+x)(2-x)$$

$$\text{مشتک کسار (C.F)} = (2-x)$$

$$\text{غیر مشترک کسار (N.C.F)} = -4(2+x)(x+3)$$

$$\text{ذواصفاف اقل (LCM)} = \text{C.F} \times \text{N.C.F}$$

$$= -(2-x)4(2+x)(x+3)$$

$$= -4(4-x^2)(x+3)$$

QNo: 4 عا د اعظم (HCF) = (y-7)

$$\text{ذواصفاف اقل (LCM)} = y^3 - 10y^2 + 11y + 70$$

$$p(x) = y^2 - 5y - 14, q(x) = ?$$

$$p(x) \cdot q(x) = \text{HL}$$

$$q(x) = \frac{\text{HL}}{p(x)} = \frac{(y-7)(y^3 - 10y^2 + 11y + 70)}{y^2 - 5y - 14}$$

$$y^2 - 5y - 14 \begin{array}{r} \sqrt{y^3 - 10y^2 + 11y + 70} \quad y-5 \\ + y^3 - 5y^2 - 14y \\ \hline -5y^2 + 25y + 70 \\ + -5y^2 + 25y + 70 \\ \hline \end{array}$$

$$q(x) = (y-7)(y-5)$$

$$= y^2 - 5y - 7y + 35$$

$$= y^2 - 12y + 35$$

QNo: 5 ذواصفاف اقل (LCM) = $36x^3(x+a)(x^3-a^3)$

$$\text{عا د اعظم (HCF)} = x^2(x-a)$$

$$p(x) = 4x^2(x^2-a^2), q(x) = ?$$

$$p(x) \cdot q(x) = \text{HL}$$

$$q(x) = \frac{\text{HL}}{p(x)} = \frac{x^2(x-a)36x^3(x+a)(x^3-a^3)}{4x^2(x^2-a^2)}$$

$$= \frac{9x^2(x-a)36x^3(x+a)(x^3-a^3)}{4x^2(x^2-a^2)}$$

$$= 9x^3(x^3-a^3)$$

$$\frac{9 \times 36}{4} = 81$$

QNo: 6 عامیہ (HCF) = $(x+a)$
 ذریعہ (LCM) = $12x^2(x+a)(x^2-a^2)$
 دو کثیر رقمیوں کا حاصل ضرب (Product of two polynomials)
 $= P(x) \cdot Q(x) = ?$

$P(x) \cdot Q(x) = \text{HL}$
 $= (x+a) 12x^2(x+a)(x^2-a^2)$
 $= 12x^2(x+a)(x+a)(x+a)(x-a)$
 $= 12x^2(x+a)^3(x-a)$

Exercise 4.4

QNo: 1 تجزیہ factorization تجزیہ square root

(i) $x^2 - 8x + 16$
 $= (x)^2 - 2(x)(4) + (4)^2$
 $= (x-4)^2$
 $\sqrt{x^2 - 8x + 16} = \sqrt{(x-4)^2}$ Taking square root
 $= \pm (x-4)$

(ii) $9x^2 + 12x + 4$
 $= (3x)^2 + 2(3x)(2) + (2)^2$
 $= (3x+2)^2$
 $\sqrt{9x^2 + 12x + 4} = \sqrt{(3x+2)^2}$ تجزیہ square root
 $= \pm (3x+2)$

(iii) $36a^2 + 84a + 49$
 $= (6a)^2 + 2(6a)(7) + (7)^2$
 $= (6a+7)^2$
 $\sqrt{36a^2 + 84a + 49} = \sqrt{(6a+7)^2}$ تجزیہ square root
 $= \pm (6a+7)$

(iv) $64y^2 - 32y + 4$
 $= 4(16y^2 - 8y + 1)$
 $= 4((4y)^2 - 2(4y)(1) + (1)^2)$
 $= 2^2(4y-1)^2$
 $\sqrt{64y^2 - 32y + 4} = \sqrt{2^2(4y-1)^2}$ تجزیہ square root
 $= \sqrt{2^2} \sqrt{(4y-1)^2}$
 $= \pm 2(4y-1)$

31 (v) $200t^2 - 120t + 18$
 $= 2(100t^2 - 60t + 9)$
 $= 2[(10t)^2 - 2(10t)(3) + (3)^2]$
 $= 2(10t-3)^2$ Taking square root
 $\sqrt{200t^2 - 120t + 18} = \sqrt{2(10t-3)^2}$
 $= \sqrt{2} \sqrt{(10t-3)^2}$
 $= \pm \sqrt{2}(10t-3)$

(vi) $40x^2 + 120x + 90$
 $= 10(4x^2 + 12x + 9)$
 $= 10[(2x)^2 + 2(2x)(3) + (3)^2]$
 $= 10(2x+3)^2$
 $\sqrt{40x^2 + 120x + 90} = \sqrt{10(2x+3)^2}$ تجزیہ square root
 $= \sqrt{10} \sqrt{(2x+3)^2}$
 $= \pm \sqrt{10}(2x+3)$

QNo: 2 تجزیہ (square root) تجزیہ (division method) تجزیہ

(i) $4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9$
 $2x^2 - 7x - 3$
 $2x^2 \overline{) 4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9}$
 $\underline{+ 4x^4}$
 $4x^2 - 7x \quad -28x^3 + 37x^2 + 42x + 9$
 $\underline{- 28x^3 + 49x^2}$
 $4x^2 - 14x - 3 \quad -12x^2 + 42x + 9$
 $\underline{- 12x^2 + 42x + 9}$
 $\times$
 $\sqrt{4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9} = \pm (2x^2 - 7x - 3)$

(ii) $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$
 $11x^2 - 9x - 12$
 $11x^2 \overline{) 121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144}$
 $\underline{+ 121x^4}$
 $22x^2 - 9x \quad -198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$
 $\underline{- 198x^3 + 81x^2}$
 $22x^2 - 18x - 12 \quad -264x^2 + 216x + 144$
 $\underline{- 264x^2 + 216x + 144}$
 $\times$
 $\sqrt{121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144} = \pm (11x^2 - 9x - 12)$

ms*Q (0300, 0313) 733 5154

@malikijazchughtai 8958 (link)

$$(iii) \begin{array}{r} x^4 - 10x^3y + 27x^2y^2 - 10xy^3 + y^4 \\ \underline{x^2 - 5xy + y^2} \\ 2x^2 - 5xy \\ \underline{-10x^3y + 27x^2y^2 - 10xy^3 + y^4} \\ 2x^2 - 10xy + y^4 \\ \underline{2x^2y^2 - 10xy^3 + y^4} \\ \pm 2x^2y^2 \pm 10xy^3 \pm y^4 \\ \hline x \end{array}$$

$$\sqrt{x^4 - 10x^3y + 27x^2y^2 - 10xy^3 + y^4} = \pm(x^2 - 5xy + y^2)$$

$$(iv) \begin{array}{r} 4x^4 - 12x^3 + 37x^2 - 42x + 49 \\ \underline{2x^2 - 3x + 7} \\ 4x^2 - 3x \\ \underline{-12x^3 + 37x^2 - 42x + 49} \\ 4x^2 - 6x + 7 \\ \underline{28x^2 - 42x + 49} \\ \pm 28x^2 \pm 42x \pm 49 \\ \hline x \end{array}$$

$$\sqrt{4x^4 - 12x^3 + 37x^2 - 42x + 49} = \pm(2x^2 - 3x + 7)$$

QNo:3 $R(x) = -x^2 + 6x - 8$

$$\begin{aligned} &= -x^2 + 4x + 2x - 8 \\ &= -x(x-4) + 2(x-4) \\ &= (x-4)(-x+2) \end{aligned}$$

Investment Profit will be zero when

$$\begin{aligned} x-4 &= 0 \quad \text{or} \quad -x+2=0 \\ x &= 4 \quad \text{or} \quad x=2 \end{aligned}$$

Q No:4 $P(x) = x^3 - 15x^2 + 75x - 125$

$$\begin{aligned} &= (x)^3 - 3(x)^2(5) + 3(x)(5)^2 - (5)^3 \\ &= (x-5)^3 \quad \text{by using formula} \\ &\quad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{aligned}$$

Profit will be zero when

$$\begin{aligned} (x-5)^3 &= 0 \\ x-5 &= 0 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

32 QNo:5 $V(x) = 2x^3 - 6x^2 + 4x$

$$\begin{aligned} &= x(2x^2 - 6x + 4) \\ &= x(2x^2 - 4x - 2x + 4) \\ &= x[2x(x-2) - 2(x-2)] \\ &= x(x-2)(2x-2) \end{aligned}$$

Potential energy will be zero when

$$\begin{aligned} x &= 0 \quad \text{or} \quad x-2=0 \quad \text{or} \quad 2x-2=0 \\ x &= 0 \quad \text{or} \quad x=2 \quad \text{or} \quad 2x=2 \\ x &= \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

QNo:6 $Y(x) = 2x^2 - 8x + 6$

$$\begin{aligned} &= 2x^2 - 2x - 6x + 6 \\ &= 2x(x-1) - 6(x-1) \\ &= (x-1)(2x-6) \end{aligned}$$

Points of zero deflection will be, when

$$\begin{aligned} x-1 &= 0 \quad \text{or} \quad 2x-6=0 \\ x &= 1 \quad \text{or} \quad 2x=6 \\ x &= \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}$$

R. Exercise 4

QNo:2 factorize تجزیه کریں

$$\begin{aligned} (i) \quad 4x^3 + 18x^2 - 12x &= 2x(x^2 + 9x - 6) \\ &= 2x(2x^2 + 9x - 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad x^3 + 64y^3 &= (x)^3 + (4y)^3 \quad \text{using formula } a^3 + b^3 \\ &= (x+4y)[(x)^2 - (x)(4y) + (4y)^2] = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \\ &= (x+4y)(x^2 - 4xy + 16y^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iii) \quad x^3y^3 - 8 &= (xy)^3 - (2)^3 \quad \text{using formula } a^3 - b^3 \\ &= (xy-2)[(xy)^2 + (xy)(2) + (2)^2] = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \\ &= (xy-2)(x^2y^2 + 2xy + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iv) \quad -x^2 - 23x - 60 &= -x^2 - 20x - 3x - 60 \\ &= -x(x+20) - 3(x+20) \\ &= (x+20)(-x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (v) \quad 2x^2 + 7x + 3 &= 2x^2 + 6x + x + 3 \\ &= 2x(x+3) + 1(x+3) \\ &= (x+3)(2x+1) \end{aligned}$$

(vi) $x^4 + 64$

$$\begin{aligned} &= (x^2)^2 + (8)^2 \\ &= (x^2)^2 + (8)^2 + 2(x^2)(8) - 2(x^2)(8) \\ &= (x^2 + 8)^2 - 16x^2 \\ &= (x^2 + 8)^2 - (4x)^2 \\ &= (x^2 + 8 + 4x)(x^2 + 8 - 4x) \end{aligned}$$

(vii) $x^4 + 2x^2 + 9$

$$\begin{aligned} &= x^4 + 9 + 2x^2 \\ &= (x^2)^2 + (3)^2 + 2(x^2)(3) - 2(x^2)(3) + 2x^2 \\ &= (x^2 + 3)^2 - 6x^2 + 2x^2 \\ &= (x^2 + 3)^2 - 4x^2 \\ &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 3 + 2x)(x^2 + 3 - 2x) \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3) \end{aligned}$$

(viii) $(x+3)(x+4)(x+5)(x+6) - 360$

$$\begin{aligned} &= (x+3)(x+6)(x+4)(x+5) - 360 \\ &= (x^2 + 6x + 3x + 18)(x^2 + 5x + 4x + 20) - 360 \\ &= (x^2 + 9x + 18)(x^2 + 9x + 20) - 360 \end{aligned}$$

فرض کیا $x^2 + 9x = y$

$$\begin{aligned} &= (y + 18)(y + 20) - 360 \\ &= y^2 + 20y + 18y + 360 - 360 \\ &= y^2 + 38y \\ &= y(y + 38) \\ &= (x^2 + 9x)(x^2 + 9x + 38) \\ &= x(x + 9)(x^2 + 9x + 38) \end{aligned}$$

(ix) $(x^2 + 6x + 3)(x^2 + 6x - 9) + 36$

فرض کیا $x^2 + 6x = y$

$$\begin{aligned} &= (y + 3)(y - 9) + 36 \\ &= y^2 - 9y + 3y - 27 + 36 \\ &= y^2 - 6y + 9 \\ &= y^2 - 3y - 3y + 9 \\ &= y(y - 3) - 3(y - 3) \\ &= (y - 3)(y - 3) \\ &= (y - 3)^2 \\ &= (x^2 + 6x - 3)^2 \end{aligned}$$

20/04/2025

33 QNo: 3 عدا اعظم اور ذوا صغاف اقل معلوم کریں

i) $4x^3 + 12x^2, 8x^2 + 16x$

$$4x^3 + 12x^2 = 4x^2(x + 3) = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x(x + 3)$$

$$8x^2 + 16x = 8x(x + 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x(x + 2)$$

مشترک عدا (C.F) = $2 \cdot 2 \cdot x \Rightarrow$ عدا اعظم (HCF) = $4x$

LCM معلوم کرتے وقت (N.C.F) = $x(x + 3) \cdot 2(x + 2)$

مشترک عدا کے بعد مشترک عدا (LCM) = $C.F \times N.C.F$

$$= 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot (x + 3) \cdot 2 \cdot (x + 2)$$

$$= 8x^2(x + 3)(x + 2)$$

ii) $x^3 + 3x^2 - 4x, x^2 - 4x + 3$

$$x^3 + 3x^2 - 4x = x(x^2 + 3x - 4)$$

$$= x(x^2 + 4x - x - 4) = x(x(x + 4) - 1(x + 4))$$

$$= x(x + 4)(x - 1)$$

$$x^2 - 4x + 3 = x^2 - 3x - x + 3 = x(x - 3) - 1(x - 3)$$

$$= (x - 3)(x - 1)$$

مشترک عدا (C.F) = $(x - 1) \Rightarrow$ عدا اعظم (HCF) = $x - 1$

مشترک عدا (N.C.F) = $x(x + 4)(x - 3)$

ذوا صغاف اقل (LCM) = $C.F \times N.C.F = (x - 1)x(x + 4)(x - 3)$

iii) $x^2 + 8x + 16, x^2 - 16$

$$x^2 + 8x + 16 = (x)^2 + 2(x)(4) + (4)^2 = (x + 4)^2$$

$$x^2 - 16 = (x)^2 - (4)^2 = (x + 4)(x - 4)$$

مشترک عدا (C.F) = $(x + 4) \Rightarrow$ عدا اعظم = $(x + 4)$

مشترک عدا (N.C.F) = $(x + 4)(x - 4)$

ذوا صغاف اقل (LCM) = $C.F \times N.C.F = (x + 4)(x + 4)(x - 4)$

$$= (x + 4)^2(x - 4)$$

iv) $x^3 - 9x, x^2 - x - 6$

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 9) = x(x^2 - (3)^2) = x(x + 3)(x - 3)$$

$$x^2 - x - 6 = x^2 - 3x + 2x - 6 = x(x - 3) + 2(x - 3) = (x - 3)(x + 2)$$

مشترک عدا (C.F) = $(x - 3) \Rightarrow$ عدا اعظم (HCF) = $(x - 3)$

مشترک عدا (N.C.F) = $x(x + 3)(x + 2)$

ذوا صغاف اقل (LCM) = $C.F \times N.C.F = (x - 3)x(x + 3)(x + 2)$

$$= x(x^2 - 9)(x + 2)$$

QNo: 4 جذور المربع بنزیرہ تجزی اور بنزیرہ تقسیم معلوم کریں

$$16x^4 + 8x^2 + 1$$

$$= (4x^2)^2 + 2(4x^2)(1) + (1)^2$$

$$= (4x^2 + 1)^2$$

$$16x^4 + 8x^2 + 1 = \sqrt{(4x^2 + 1)^2}$$

$$= \pm(4x^2 + 1)$$

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 1 \\ 4x^2 \overline{) 16x^4 + 8x^2 + 1} \\ \underline{+ 16x^4} \\ 8x^2 + 1 \\ \underline{+ 8x^2 + 1} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{16x^4 + 8x^2 + 1} = \pm(4x^2 + 1)$$

QNo: 5 $C(x) = x^2 - 8x + 15$

$$= x^2 - 5x - 3x + 15$$

$$= x(x - 5) - 3(x - 5)$$

$$= (x - 5)(x - 3)$$

Optimal repayment period for

Hurria's loan will be, when

$$x - 5 = 0 \quad \text{or} \quad x - 3 = 0$$

$$x = 5 \text{ years or } x = 3 \text{ years}$$

Exercise 5.1

QNo:1

حل کریں اور نمبر لائن پر ظاہر کریں

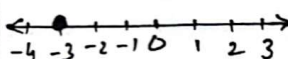
i) $12x + 30 = -6$

$12x = -6 - 30$

$12x = -36$

$x = \frac{-36}{12}$

$x = -3$



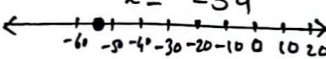
ii) $\frac{x}{3} + 6 = -12$

$\frac{x}{3} = -12 - 6$

$\frac{x}{3} = -18$

$x = -18 \times 3$

$x = -54$



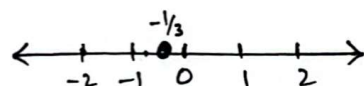
(iii) $\frac{x}{2} - \frac{3x}{4} = \frac{1}{12}$

$12(\frac{x}{2}) - 12(\frac{3x}{4}) = 12(\frac{1}{12})$

$6x - 9x = 1$

$-3x = 1$

$x = -\frac{1}{3}$



(iv) $2 = 7(2x + 4) + 12x$

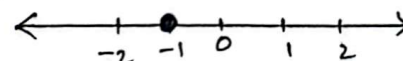
$2 = 14x + 28 + 12x$

$2 - 28 = 26x$

$26x = -26$

$x = -\frac{26}{26}$

$x = -1$



(v) $\frac{2x-1}{3} - \frac{3x}{4} = \frac{5}{6}$

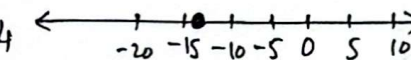
$12(\frac{2x-1}{3}) - 12(\frac{3x}{4}) = 12(\frac{5}{6})$

$8x - 4 - 9x = 10$

$8x - 9x = 4 + 10$

$-x = 14$

$x = -14$



(34)

vi) $\frac{-5x}{10} = 9 - \frac{10}{5}x$

$10(\frac{-5x}{10}) = 10(9) - 10(\frac{10}{5}x)$

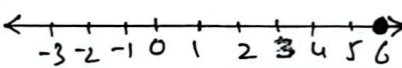
$-5x = 90 - 20x$

$-5x + 20x = 90$

$15x = 90$

$x = \frac{90}{15}$

$x = 6$



LCM سے ضرب دینے سے

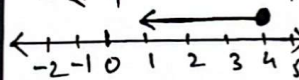
QNo:2

حل کریں اور نمبر لائن پر ظاہر کریں

(i) $x - 6 \leq -2$

$x \leq -2 + 6$

$x \leq 4$

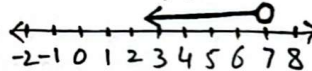


(ii) $-9 > -16 + x$

$-9 + 16 > x$

$7 > x$

$x < 7$



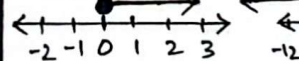
(iii) $3 + 2x \geq 3$

$2x \geq 3 - 3$

$2x \geq 0$

$x \geq \frac{0}{2}$

$x \geq 0$



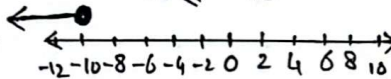
(iv) $6(x + 10) \leq 0$

$6x + 60 \leq 0$

$6x \leq -60$

$x \leq \frac{-60}{6}$

$x \leq -10$



(v) $\frac{5x-3}{3} < -\frac{1}{12}$

$12(\frac{5x-3}{3}) < 12(-\frac{1}{12})$

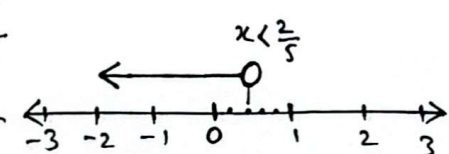
$20x - 9 < -1$

$20x < -1 + 9$

$20x < 8$

$x < \frac{8}{20}$

$x < \frac{2}{5}$



L.C.M سے ضرب دینے سے

$$(vi) \frac{1}{4}x - \frac{1}{2} \leq -1 + \frac{1}{2}x$$

$$4\left(\frac{1}{4}x\right) - 4\left(\frac{1}{2}\right) \leq 4(-1) + 4\left(\frac{1}{2}x\right) \quad \text{LCM سے ضرب دے کر}$$

$$x - 2 \leq -4 + 2x$$

$$-2 + 4 \leq 2x - x$$

$$2 \leq x$$

$$x \geq 2$$

QNo:3 ایک درجی غیر مساوات کے حل سبٹ کو

Shade solution region in xy-plane

$$i) 2x + y \leq 6$$

Associated equation متعلقہ مساوات

$$2x + y = 6$$

For x-intercept

یہ تقاطع کے لیے

$$\text{Put } y = 0$$

$$2x + 0 = 6$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

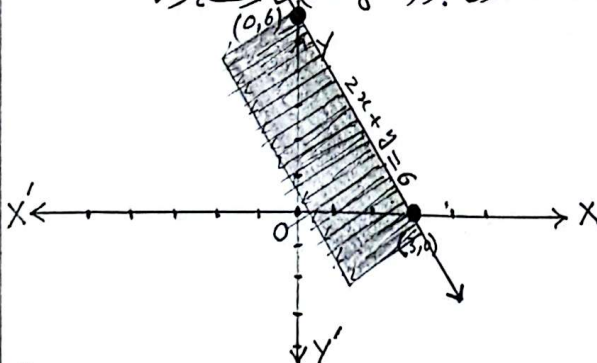
$$(3, 0) \text{ (Test Point)}$$

$$2x + y \leq 6$$

$$0 + 0 \leq 6$$

$$0 \leq 6 \text{ True (درست)}$$

Shade کا رخ مبدا (Origin) سے پر (away) ہوگا



$$(ii) 3x + 7y \geq 21$$

Associated equation متعلقہ مساوات

$$3x + 7y = 21$$

For x-intercept

put y=0 کے لیے تقاطع

$$3x + 7(0) = 21$$

$$3x = 21$$

$$x = \frac{21}{3} = 7$$

$$(7, 0)$$

For y-intercept

put x=0 کے لیے تقاطع

$$3(0) + 7y = 21$$

$$7y = 21$$

$$y = \frac{21}{7} = 3$$

$$(0, 3)$$

35

Test point

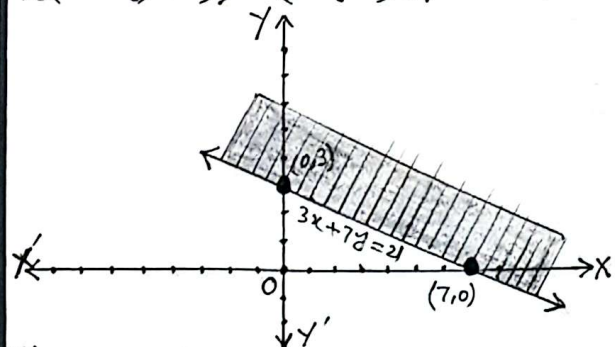
$$3x + 7y \geq 21$$

$$3(0) + 7(0) \geq 21$$

$$0 + 0 \geq 21$$

$$0 \geq 21 \text{ (False) غلط}$$

Shade کا رخ مبدا (Origin) سے پر (away) ہوگا



$$(iii) 3x - 2y \geq 6$$

Associated equation متعلقہ مساوات

$$3x - 2y = 6$$

For x-intercept

put y=0 کے لیے تقاطع

$$3x - 2(0) = 6$$

$$3x - 0 = 6$$

$$3x = 6$$

$$x = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

$$(2, 0)$$

Test point

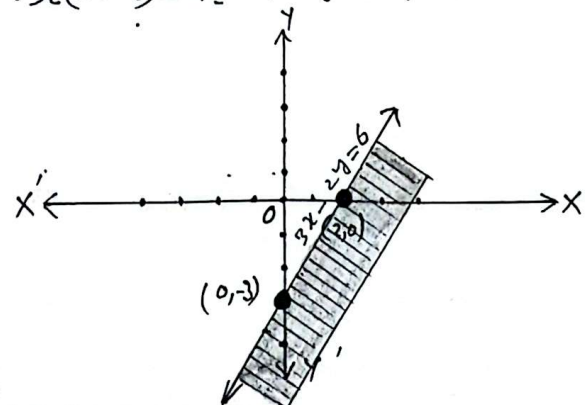
$$3x - 2y \geq 6$$

$$3(0) - 2(0) \geq 6$$

$$0 - 0 \geq 6$$

$$0 \geq 6 \text{ (False) غلط}$$

Shade کا رخ مبدا (Origin) سے پر (away) ہوگا



$$(iv) 5x - 4y \leq 20$$

Associated equation متعلقہ مساوات

$$5x - 4y = 20$$

For x-intercept

put y=0 کے لیے تقاطع

For y-intercept

put x=0 کے لیے تقاطع

$$5x - 4(0) = 20$$

$$5x - 0 = 20$$

$$5x = 20$$

$$x = \frac{20}{5}$$

$$x = 4$$

$$(4, 0)$$

$$5(0) - 4y = 20$$

$$0 - 4y = 20$$

$$-4y = 20$$

$$y = -\frac{20}{4}$$

$$y = -5$$

$$(0, -5)$$

Test point آزمائشی نقطہ put $x=0$
 $y=0$

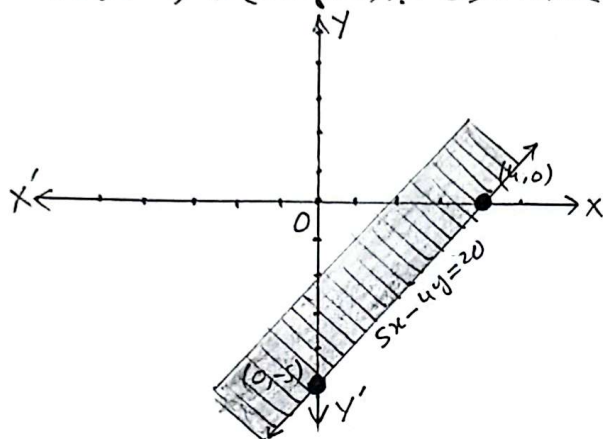
$$5x - 4y \leq 20$$

$$5(0) - 4(0) \leq 20$$

$$0 - 0 \leq 20$$

$$0 \leq 20 \text{ True (درست)}$$

Shade کارخ مبدا (Origin) کی طرف ہوگا۔



$$(v) 2x + 1 \geq 0$$

Associated equation متعلقہ مساوات

$$2x + 1 = 0$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad (-\frac{1}{2}, 0)$$

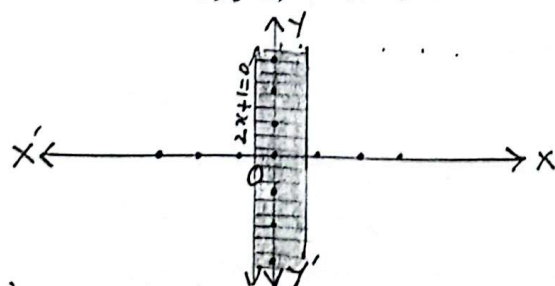
Test point آزمائشی نقطہ put $x=0$
 $y=0$

$$2(0) + 1 \geq 0$$

$$0 + 1 \geq 0$$

$$1 \geq 0 \text{ (True) درست}$$

Shade کارخ مبدا (Origin) کی طرف ہوگا



$$(vi) 3y - 4 \leq 0$$

Associated equation متعلقہ مساوات

$$3y - 4 = 0$$

$$3y = 4$$

$$y = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$(0, 1\frac{1}{3})$$

36

Test point آزمائشی نقطہ $x=0$
 $y=0$

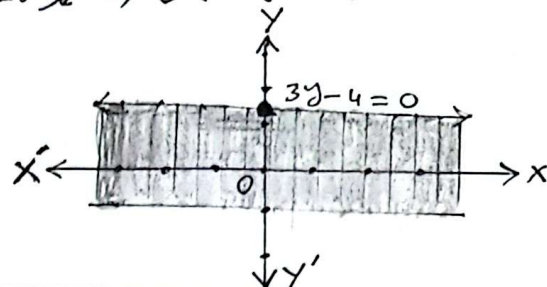
$$3y - 4 \leq 0$$

$$3(0) - 4 \leq 0$$

$$0 - 4 \leq 0$$

$$-4 \leq 0$$

True (درست)
Shade کارخ مبدا (Origin) کی طرف ہوگا۔



QNo: 4 ایک درجی غیر مساواتوں کو حل کر کے
Indicate solution region سایہ دار کریں۔

$$(i) 2x - 3y \leq 6 ; 2x + 3y \leq 12$$

متعلقہ مساواتیں Associated equations.

$$2x - 3y = 6 \rightarrow (i)$$

$$2x + 3y = 12 \rightarrow (ii)$$

x-intercept

y-intercept

x-intercept

y-intercept

put $y=0$

put $x=0$

put $y=0$

put $x=0$

$$2x - 3(0) = 6$$

$$2(0) - 3y = 6$$

$$2x + 3(0) = 12$$

$$2(0) + 3y = 12$$

$$2x - 0 = 6$$

$$0 - 3y = 6$$

$$2x + 0 = 12$$

$$0 + 3y = 12$$

$$2x = 6$$

$$-3y = 6$$

$$2x = 12$$

$$3y = 12$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$y = -\frac{6}{3}$$

$$x = \frac{12}{2}$$

$$y = \frac{12}{3}$$

$$x = 3$$

$$y = -2$$

$$x = 6$$

$$y = 4$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

$$(6, 0)$$

$$(0, 4)$$

$$(3, 0)$$

$$(0, -2)$$

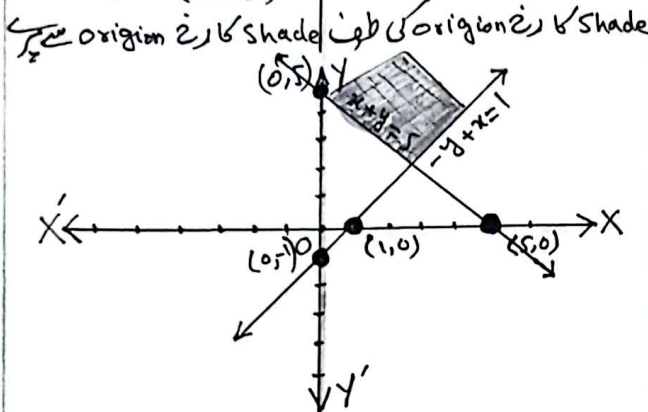
$$(6, 0)$$

(ii) $x + y \geq 5$; $-y + x \leq 1$

Associated equations متعلقہ مساواتیں

$x + y = 5 \rightarrow (i)$ $-y + x = 1 \rightarrow (ii)$

y-intercept y-قطعہ put $x=0$	x-intercept x-قطعہ put $y=0$	x-intercept x-قطعہ put $y=0$	y-intercept y-قطعہ put $x=0$
$0 + y = 5$ $y = 5$ $(0, 5)$	$x + 0 = 5$ $x = 5$ $(5, 0)$	$0 + x = 1$ $x = 1$ $(1, 0)$	$-y + 0 = 1$ $y = -1$ $(0, -1)$
Test point $0 + 0 \geq 5$ $0 \geq 5$ (False)	Test point $put\ x=0$ $y=0$ $0 + 0 \leq 1$ $0 \leq 1$ (True)	Test point $put\ x=0$ $y=0$ $0 + 0 \leq 1$ $0 \leq 1$ (True)	Test point $put\ x=0$ $y=0$ $0 + 0 \leq 1$ $0 \leq 1$ (True)

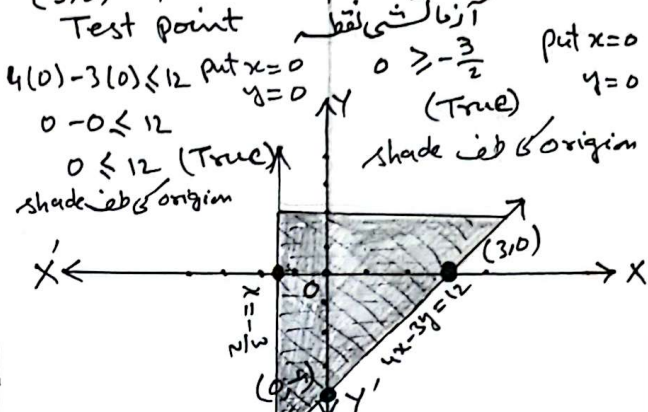


(iv) $4x - 3y \leq 12$; $x \geq -\frac{3}{2}$

Associated equations متعلقہ مساواتیں

$4x - 3y = 12 \rightarrow (i)$ $x = -\frac{3}{2} \rightarrow (ii)$

x-intercept x-قطعہ put $y=0$	y-intercept y-قطعہ put $x=0$	x-intercept x-قطعہ put $y=0$
$4x - 3(0) = 12$ $4x = 12$ $x = \frac{12}{4}$ $x = 3$ $(3, 0)$	$4(0) - 3y = 12$ $-3y = 12$ $y = -\frac{12}{3}$ $y = -4$ $(0, -4)$	$x = -\frac{3}{2}$ $(-\frac{3}{2}, 0)$ $(-1\frac{1}{2}, 0)$
Test point $4(0) - 3(0) \leq 12$ $0 \leq 12$ (True)	Test point $put\ x=0$ $y=0$ $0 \geq -\frac{3}{2}$ $0 \geq -1.5$ (True)	Test point $put\ x=0$ $y=0$ $0 \geq -\frac{3}{2}$ $0 \geq -1.5$ (True)

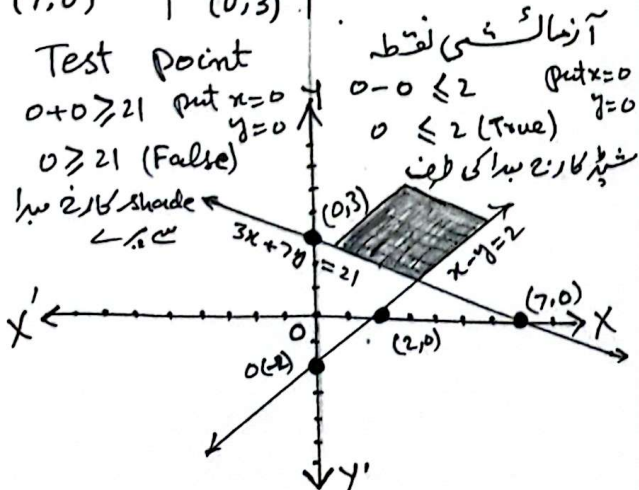


(iii) $3x + 7y \geq 21$; $x - y \leq 2$

Associated equations متعلقہ مساواتیں

$3x + 7y = 21 \rightarrow (i)$ $x - y = 2 \rightarrow (ii)$

y-intercept y-قطعہ put $x=0$	x-intercept x-قطعہ put $y=0$	y-intercept y-قطعہ put $x=0$	x-intercept x-قطعہ put $y=0$
$3x + 7(0) = 21$ $3x = 21$ $x = \frac{21}{3}$ $x = 7$ $(7, 0)$	$3(0) + 7y = 21$ $7y = 21$ $y = \frac{21}{7}$ $y = 3$ $(0, 3)$	$x - 0 = 2$ $x = 2$ $(2, 0)$	$0 - y = 2$ $y = -2$ $(0, -2)$
Test point $0 + 0 \geq 21$ $0 \geq 21$ (False)	Test point $put\ x=0$ $y=0$ $0 - 0 \leq 2$ $0 \leq 2$ (True)	Test point $put\ x=0$ $y=0$ $0 - 0 \leq 2$ $0 \leq 2$ (True)	Test point $put\ x=0$ $y=0$ $0 - 0 \leq 2$ $0 \leq 2$ (True)

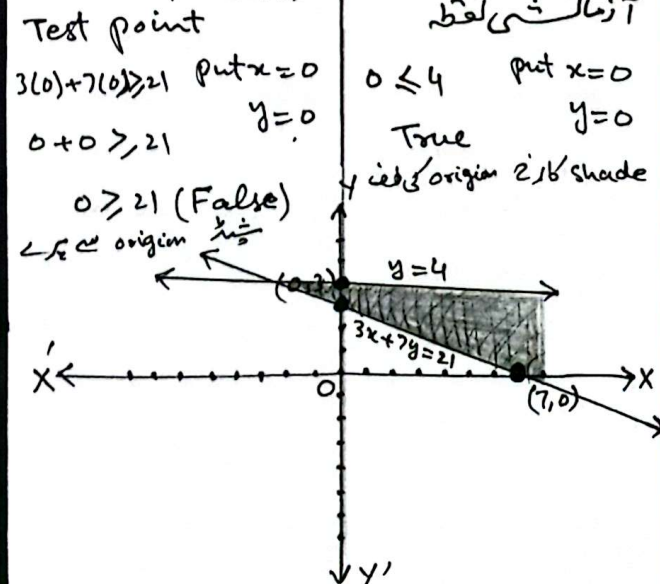


(iv) $3x + 7y \geq 21$; $y \leq 4$

Associated equations متعلقہ مساواتیں

$3x + 7y = 21 \rightarrow (i)$ $y = 4 \rightarrow (ii)$

x-intercept x-قطعہ put $y=0$	y-intercept y-قطعہ put $x=0$	y-intercept y-قطعہ put $x=0$
$3x + 7(0) = 21$ $3x = 21$ $x = \frac{21}{3}$ $x = 7$ $(7, 0)$	$3(0) + 7y = 21$ $7y = 21$ $y = \frac{21}{7}$ $y = 3$ $(0, 3)$	$y = 4$ $(0, 4)$
Test point $3(0) + 7(0) \geq 21$ $0 \geq 21$ (False)	Test point $put\ x=0$ $y=0$ $0 \leq 4$ $0 \leq 4$ (True)	Test point $put\ x=0$ $y=0$ $0 \leq 4$ $0 \leq 4$ (True)



38

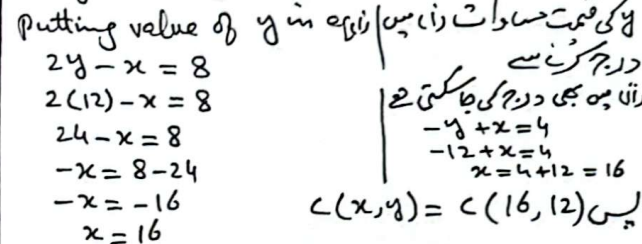
$$5x + 7y = 35 \longrightarrow (i) \quad | \quad x - 2y = 2 \longrightarrow (ii)$$

A graph showing the feasible region for a linear programming problem. The region is shaded and bounded by the lines $x - 2y = 2$, $5x + 7y = 35$, and the y-axis. The vertices of the feasible region are $(0, 0)$, $(0, 5)$, and $(7, 0)$. The origin is labeled O . The axes are labeled X and Y . The feasible region is labeled "Feasible region" and "Shaded region".

Q No:1 Maximize $f(x,y) = 2x + 5y$

Associated equations متعلقہ مساواتیں

Test point
 $2(0) - 0 \leq 8$ put $x=0$
 $y=0$
 $0 - 0 \leq 8$
 $0 \leq 8$ (True)
 Shade کا رخ ہوا (Origin)
 کی طرف ہوگا۔



Maximum at the corner point $C(16, 12)$
 زیادہ سے زیادہ قیمت کو آنے کے نقطہ $C(16, 12)$ پر ہے۔

Q No: 2 Maximize $f(x,y) = x + 3y$

زیرا وہ سب زیادہ قیمت معلوم کریں چیک

$$2x + 5y \leq 30; 5x + 4y \leq 20; x \geq 0; y \geq 0$$

Associated equations متعلقہ مساواتیں

Test point

$2(0) + 5(0) \leq 30$ put $x=0$
 $0 + 0 \leq 30$ $y=0$
 $0 \leq 30$ (True)

$5(0) + 4(0) \leq 20$ put $x=0$
 $0 + 0 \leq 20$ $y=0$
 $0 \leq 20$ (True)

Shade کارخیز بهای گفت

Shade کارخیز بهای گفت

Test point

$2(0) + 5(0) \leq 30$ put $x=0$
 $0 + 0 \leq 30$ $y=0$
 $0 \leq 30$ (True)

$5(0) + 4(0) \leq 20$ put $x=0$
 $0 + 0 \leq 20$ $y=0$
 $0 \leq 20$ (True)

Shade کارخیز بهای گفت

Shade کارخیز بهای گفت

O(0,0) A(4,0) B(0,6) (15,0)

Common area کا
شہد ہوگا

points	$f(x,y) = x + 3y$	
$O(0,0)$	$f(0,0) = 0 + 3(0) = 0 + 0 = 0$	
$A(4,0)$	$f(4,0) = 4 + 3(0) = 4 + 0 = 4$	
$B(0,5)$	$f(0,5) = 0 + 3(5) = 0 + 15 = 15$	

Maximum at the corner $B(0,5)$

زیادہ سے زیادہ قیمت کو $B(0,5)$ پر ہے۔

QNo:3 Maximize $Z = 2x + 3y$

زیادہ سے زیادہ قیمت معلوم کریں جبکہ
 $2x + y \leq 4$; $4x - y \leq 2$; $x \geq 0$; $y \geq 0$
 Associated equations متعلقہ مساواتیں

$2x + y = 4 \rightarrow (i)$	$4x - y = 2 \rightarrow (ii)$
for x-intercept put $y = 0$ $2x + 0 = 4$ $2x = 4$ $x = \frac{4}{2}$ $x = 2$ $(2, 0)$	for y-intercept put $x = 0$ $4(0) - y = 2$ $0 - y = 2$ $-y = 2$ $y = -2$ $(0, -2)$

Test point
 $2(0) + 0 \leq 4$ put $x = 0$
 $0 + 0 \leq 4$
 $0 \leq 4$ (True)
 Corner points
 $O(0,0), A(\frac{1}{2}, 0), B(0,4), C(x,y)$
 کارفرما انٹ (x,y) معلوم کرنے کے لیے مساوات (i) اور (ii) کو جوڑ کر

$$\begin{aligned} 2x + y &= 4 \\ 4x - y &= 2 \\ \hline 6x &= 6 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + y &= 4 \\ 2(1) + y &= 4 \\ y &= 4 - 2 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

points	$Z = 2x + 3y$	
$O(0,0)$	$Z = 2(0) + 3(0) = 0 + 0 = 0$	
$A(\frac{1}{2}, 0)$	$Z = 2(\frac{1}{2}) + 3(0) = 1 + 0 = 1$	
$B(0,4)$	$Z = 2(0) + 3(4) = 0 + 12 = 12$	
$C(1,2)$	$Z = 2(1) + 3(2) = 2 + 6 = 8$	

Maximum at the corner $B(0,4)$

زیادہ سے زیادہ قیمت کو $B(0,4)$ پر ہے۔
 30/4/25

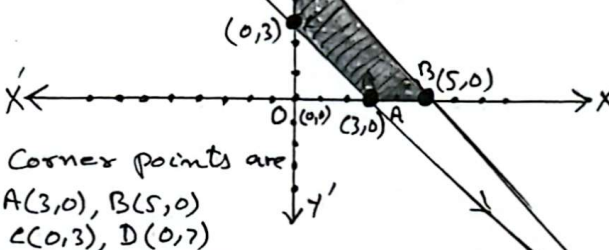
39 QNo:4 Minimize $Z = 2x + y$

کم سے کم قیمت معلوم کریں جبکہ
 $x + y \geq 3$; $7x + 5y \leq 35$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

Associated equations متعلقہ مساواتیں

$x + y = 3 \rightarrow (i)$	$7x + 5y = 35 \rightarrow (ii)$
for x-intercept put $y = 0$ $x + 0 = 3$ $x = 3$ $(3, 0)$	for y-intercept put $x = 0$ $7(0) + 5y = 35$ $5y = 35$ $y = 7$ $(0, 7)$

Test point
 $0 + 0 \geq 3$ put $x = 0$
 $0 \geq 3$ (False)
 Origin $(0,0)$ سے $\rightarrow$ True



points	$Z = 2x + y$	
$A(3,0)$	$Z = 2(3) + 0 = 6 + 0 = 6$	
$B(5,0)$	$Z = 2(5) + 0 = 10 + 0 = 10$	
$C(0,3)$	$Z = 2(0) + 3 = 0 + 3 = 3$	
$D(0,7)$	$Z = 2(0) + 7 = 0 + 7 = 7$	

Minimum at the corner $C(0,3)$

کم سے کم قیمت کو $C(0,3)$ پر ہے۔

QNo:5 Maximize $f(x,y) = 2x + 3y$

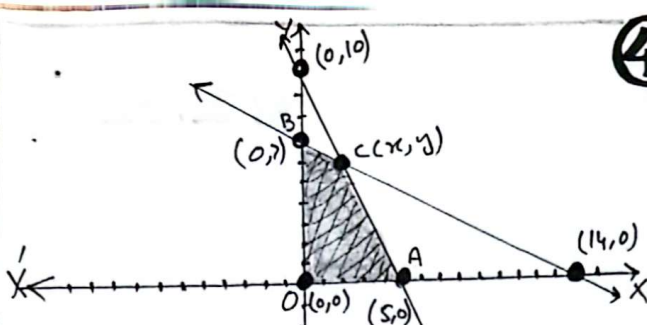
زیادہ سے زیادہ قیمت معلوم کریں جبکہ
 $2x + y \leq 10$; $x + 2y \leq 14$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

Associated equations متعلقہ مساواتیں

$2x + y = 10 \rightarrow (i)$	$x + 2y = 14 \rightarrow (ii)$
for x-intercept put $y = 0$ $2x + 0 = 10$ $2x = 10$ $x = \frac{10}{2}$ $x = 5$ $(5, 0)$	for y-intercept put $x = 0$ $0 + 2y = 14$ $2y = 14$ $y = \frac{14}{2}$ $y = 7$ $(0, 7)$

Test point
 $2(0) + 0 \leq 10$ put $x = 0$
 $0 + 0 \leq 10$
 $0 \leq 10$ (True)
 Origin $(0,0)$ سے $\rightarrow$ True

shaded کا رخ مبدأ Origin کی طرف ہوگا



Corner points are

$O(0,0)$, $A(5,0)$, $B(0,7)$, $C(x,y)$

$$4x + 2y = 20$$

$$x + 2y = 14$$

$$3x = 6$$

$$x = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

کی قیمت حساب کرتے ہیں درج کرنے سے

$$2x + y = 10 \quad y = 10 - 4$$

$$2(2) + y = 10 \quad y = 6$$

$$4 + y = 10 \quad y = 6$$

$$C(x,y) = C(2,6)$$

points	$f(x,y) = 2x + 3y$	
$O(0,0)$	$f(0,0) = 2(0) + 3(0) = 0 + 0 = 0$	
$A(5,0)$	$f(5,0) = 2(5) + 3(0) = 10 + 0 = 10$	
$B(0,7)$	$f(0,7) = 2(0) + 3(7) = 0 + 21 = 21$	
$C(2,6)$	$f(2,6) = 2(2) + 3(6) = 4 + 18 = 22$	

Maximum at the point corner $C(2,6)$

زیادہ سے زیادہ قیمت $C(2,6)$ پر ہے۔

QNo:6 Find minimum & maximum

$z = 3x + y$ کم سے کم اور زیادہ سے زیادہ قیمت معلوم کریں

جیکے $3x + 5y \geq 15$; $x + 3y \leq 9$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

Associated equations متعلقہ مساواتیں

$$3x + 5y = 15 \rightarrow (i) \quad x + 3y = 9 \rightarrow (ii)$$

for x-intercept for y-intercept for x-intercept for y-intercept
x-axis پر تقاطع کے لیے y-axis پر تقاطع کے لیے x-axis پر تقاطع کے لیے y-axis پر تقاطع کے لیے

Put $y=0$ Put $x=0$ Put $y=0$ Put $x=0$

$$3x + 5(0) = 15 \quad 3(0) + 5y = 15 \quad x + 3(0) = 9 \quad 0 + 3y = 9$$

$$3x + 0 = 15 \quad 0 + 5y = 15 \quad x + 0 = 9 \quad 3y = 9$$

$$3x = 15 \quad 5y = 15 \quad x = 9 \quad y = \frac{9}{3}$$

$$x = \frac{15}{3} \quad y = \frac{15}{5} \quad y = 3$$

$$x = 5 \quad y = 3 \quad (9,0) \quad (0,3)$$

$$(5,0) \quad (0,3)$$

Test point آزمائشی نقطہ

$$3(0) + 5(0) \geq 15 \quad \text{put } x=0 \quad y=0$$

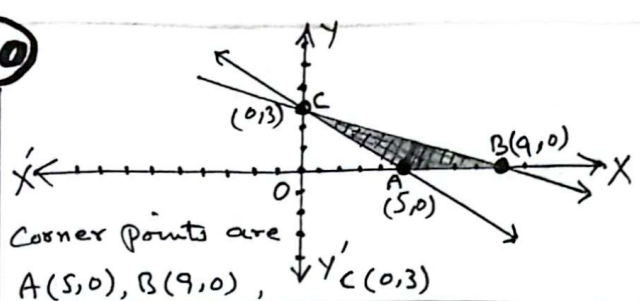
$$0 + 0 \geq 15$$

$$0 \geq 15 \text{ (False)}$$

$$0 \leq 9 \text{ (True)}$$

Shade کارخ سب (origin) کی طرف ہوگا

Shade کارخ سب (origin) سے دور ہوگا



Corner points are

$A(5,0)$, $B(9,0)$, $C(0,3)$

points	$z = 3x + y$	
$A(5,0)$	$z = 3(5) + 0 = 15 + 0 = 15$	
$B(9,0)$	$z = 3(9) + 0 = 27 + 0 = 27$	
$C(0,3)$	$z = 3(0) + 3 = 0 + 3 = 3$	

Maximum at the corner $B(9,0)$

Minimum at the corner $C(0,3)$

زیادہ سے زیادہ قیمت کوئی $B(9,0)$ پر ہے۔

کم سے کم قیمت کوئی $C(0,3)$ پر ہے۔

R. Exercise 5

QNo:2

حل کریں اور نمبر لائن پر ظاہر کریں

i) $\frac{x+5}{3} = 1-x$

3 سے لے کر

$$x+5 = 3-3x$$

$$x+3x = 3-5$$

$$4x = -2$$

$$x = \frac{-2}{4}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

(ii) $\frac{2x+1}{3} + \frac{1}{2} = 1 - \frac{x+1}{3}$

L.C.M '6' سے لے کر دینے سے

$$2 \cdot 6 \left(\frac{2x+1}{3} \right) + 6 \left(\frac{1}{2} \right) = 6 \left(1 - \frac{x+1}{3} \right)$$

$$4x+2+3 = 6-2x-2$$

$$4x+5 = 8-2x$$

$$4x+2x = 8-5$$

$$6x = 3$$

$$x = \frac{3}{6}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Q.No:3

(Salutim region)

Linear eq

41

for x-intercept

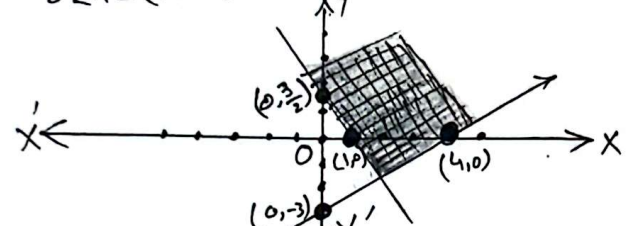
for y-intercept

(i) $3x - 4y \leq 12$; $3x + 2y \geq 3$
Associated equations

$3x - 4y = 12 \rightarrow$ (i) $3x + 2y = 3 \rightarrow$ (ii)

for x-intercept	for y-intercept	for x-intercept	for y-intercept
$\frac{12}{3} = 4$	$\frac{12}{-4} = -3$	$\frac{3}{3} = 1$	$\frac{3}{2} = 1.5$
put $y=0$	put $x=0$	put $y=0$	put $x=0$
$3x - 4(0) = 12$	$3(0) - 4y = 12$	$3x + 2(0) = 3$	$3(0) + 2y = 3$
$3x - 0 = 12$	$0 - 4y = 12$	$3x + 0 = 3$	$0 + 2y = 3$
$x = \frac{12}{3}$	$y = \frac{-12}{4}$	$x = \frac{3}{3}$	$y = \frac{3}{2}$
$x = 4$	$y = -3$	$x = 1$	$y = 1.5$
$(4, 0)$	$(0, -3)$	$(1, 0)$	$(0, 1.5)$

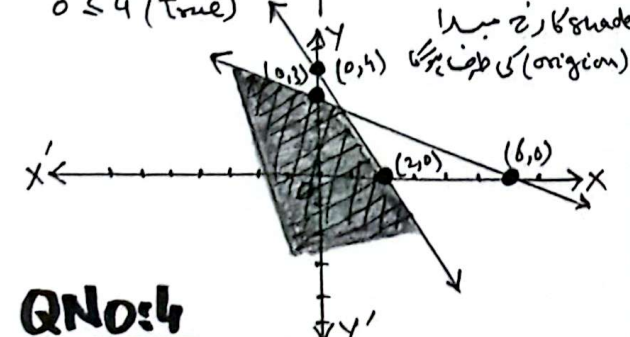
Test point
 $3(0) - 4(0) \leq 12$ put $x=0$
 $0 - 0 \leq 12$
 $0 \leq 12$ (True)



(ii) $2x + y \leq 4$; $x + 2y \leq 6$
Associated equations

for x-intercept	for y-intercept	for x-intercept	for y-intercept
$\frac{4}{2} = 2$	$\frac{4}{1} = 4$	$\frac{6}{1} = 6$	$\frac{6}{2} = 3$
put $y=0$	put $x=0$	put $y=0$	put $x=0$
$2x + 0 = 4$	$2(0) + y = 4$	$x + 2(0) = 6$	$0 + 2y = 6$
$2x = 4$	$0 + y = 4$	$x + 0 = 6$	$2y = 6$
$x = \frac{4}{2}$	$y = 4$	$x = 6$	$y = \frac{6}{2}$
$x = 2$	$(0, 4)$	$(6, 0)$	$(0, 3)$

Test point
 $2(0) + 0 \leq 4$ put $x=0$
 $0 + 0 \leq 4$
 $0 \leq 4$ (True)



Q.No:4

Find maximum value of $g(x, y) = x + 4y$

$x + y \leq 4$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

Associated equation

$x + y = 4 \rightarrow$ (i)

put $y=0$
 $x + 0 = 4$
 $x = 4$
 $(4, 0)$

Test point
 $0 + 0 \leq 4$
 $0 \leq 4$ (True)

Corner points
are $O(0, 0)$,
 $A(4, 0)$
 $B(0, 4)$

points $g(x, y) = x + 4y$
 $0(0, 0) \quad g(0, 0) = 0 + 4(0) = 0 + 0 = 0$
 $A(4, 0) \quad g(4, 0) = 4 + 4(0) = 4 + 0 = 4$
 $B(0, 4) \quad g(0, 4) = 0 + 4(4) = 0 + 16 = 16$

Maximum value is at corner $B(0, 4)$

for x-intercept

for y-intercept

Test point

Corner points

points

Maximum value is at corner

for x-intercept

for y-intercept

Test point

Corner point

points

Minimum value at corner

for x-intercept

for y-intercept

Test point

Corner points

points

Minimum value at corner

for x-intercept

for y-intercept

Test point

Corner points

points

Minimum value at corner

for x-intercept

for y-intercept

Test point

put $x=0$
 $0 + y = 4$
 $y = 4$
 $(0, 4)$

Test point
 $0 + 0 \leq 4$
 $0 \leq 4$ (True)

Corner points
are $O(0, 0)$,
 $A(4, 0)$
 $B(0, 4)$

points $g(x, y) = x + 4y$
 $0(0, 0) \quad g(0, 0) = 0 + 4(0) = 0 + 0 = 0$
 $A(4, 0) \quad g(4, 0) = 4 + 4(0) = 4 + 0 = 4$
 $B(0, 4) \quad g(0, 4) = 0 + 4(4) = 0 + 16 = 16$

Maximum value is at corner $B(0, 4)$

for x-intercept

for y-intercept

Test point

Corner points

points

Minimum value is at corner

for x-intercept

for y-intercept

Test point

Corner point

points

Minimum value at corner

for x-intercept

for y-intercept

Test point

Corner points

points

Minimum value at corner

for x-intercept

for y-intercept

Test point

Corner points

points

Minimum value at corner

for x-intercept

for y-intercept

Test point

2025

Muhammad Ijaz Ahmad M.Sc. Math

ٹیو کورس

0300,0313
7335154

Muhammad Ammar Yasir Madni

03000

831454

BS Math

Exercise 6.1

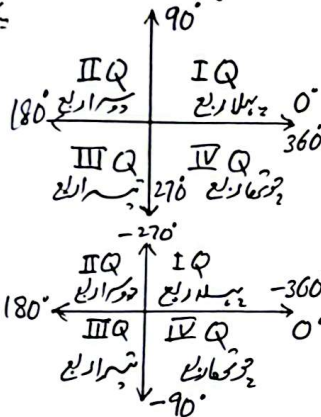
QNo:1 Find Quadrant Write co-terminal angles

i) 65° IQ پہلا ربع

Co-terminal angle
کوٹرمنٹل زاویے

$$= 65^\circ + 360^\circ = 425^\circ$$

$$\text{or } = 65^\circ - 360^\circ = -295^\circ$$



(ii) 135° II Q دوسرا ربع

Co-terminal angle

$$= 135^\circ + 360^\circ = 495^\circ$$

$$\text{or } = 135^\circ - 360^\circ = -225^\circ$$

(iii) -40° IV Q چوتھا ربع

$$\text{Co-terminal angle} = -40^\circ + 360^\circ = 320^\circ$$

$$\text{or } = -40^\circ - 360^\circ = -400^\circ$$

(iv) 210° III Q تیسرا ربع

$$\text{Co-terminal angle} = 210^\circ + 360^\circ = 570^\circ$$

$$\text{or } = 210^\circ - 360^\circ = -150^\circ$$

(v) -150° III Q تیسرا ربع

$$\text{Co-terminal angle} = -150^\circ + 360^\circ = 210^\circ$$

$$\text{or } = -150^\circ - 360^\circ = -510^\circ$$

QNo:2 ڈگری (D) منٹ (m) سیکنڈ (s) پس تبدیل کریں

(i) 123.456°

$$= 123^\circ + (0.456 \times 60)'$$

$$= 123^\circ + 27.36' = 123^\circ + 27' + (0.36 \times 60)''$$

$$= 123^\circ + 27' + 21.6'' = 123^\circ 27' 21.36''$$

(ii) 58.7891°

$$= 58^\circ + (0.7891 \times 60)'$$

$$= 58^\circ + 47.346' = 58^\circ + 47' + (0.346 \times 60)''$$

$$= 58^\circ + 47' + 20.76''$$

$$= 58^\circ 47' 20.76''$$

(42)

(iii) 90.5678°

$$= 90^\circ + (0.5678 \times 60)'$$

$$= 90^\circ + 34.068' = 90^\circ + 34' + (0.068 \times 60)''$$

$$= 90^\circ + 34' + 4.08'' = 90^\circ 34' 4.08''$$

QNo:3

Convert into Decimal degree
انشاری ڈگری میں تبدیل کریں

(i) $65^\circ 32' 15''$

$$= 65^\circ + \left(\frac{32}{60}\right)^\circ + \left(\frac{15}{60 \times 60}\right)^\circ$$

$$= 65^\circ + 0.5333^\circ + 0.004167^\circ = 65.5375^\circ$$

(ii) $42^\circ 18' 45''$

$$= 42^\circ + \left(\frac{18}{60}\right)^\circ + \left(\frac{45}{60 \times 60}\right)^\circ$$

$$= 42^\circ + 0.3^\circ + 0.0125^\circ = 42.3125^\circ$$

(iii) $78^\circ 45' 36''$

$$= 78^\circ + \left(\frac{45}{60}\right)^\circ + \left(\frac{36}{60 \times 60}\right)^\circ$$

$$= 78^\circ + 0.75^\circ + 0.01^\circ = 78.76^\circ$$

QNo:4

رڈین (radians) میں تبدیل کریں

(i) 36°

$$= 36 \times \frac{\pi}{180}$$

$$= \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

(ii) 22.5°

$$= 22.5 \times \frac{\pi}{180}$$

$$= \frac{22.5}{180} \times \frac{\pi}{1}$$

$$= \frac{1}{8} \times \frac{\pi}{1}$$

$$= \frac{\pi}{8} \text{ rad}$$

(iii) 67.5°

$$= 67.5 \times \frac{\pi}{180}$$

$$= \frac{67.5}{180} \times \frac{\pi}{1}$$

$$= \frac{3}{8} \times \frac{\pi}{1}$$

$$= \frac{3\pi}{8} \text{ rad}$$

QNo:5

ڈگری (degrees) میں تبدیل کریں

(i) $\frac{\pi}{16} \text{ rad}$

$$= \frac{\pi}{16} \times \frac{180}{\pi}$$

$$= 11.25^\circ$$

(ii) $\frac{11\pi}{5} \text{ rad}$

$$= \frac{11\pi}{5} \times \frac{180}{\pi}$$

$$= 396^\circ$$

(iii) $\frac{7\pi}{6} \text{ rad}$

$$= \frac{7\pi}{6} \times \frac{180}{\pi}$$

$$= 210^\circ$$

05/06/2025

QNo: 6 قوس کی لمبائی (arc length) اور (area of sector) علاقہ کا رقبہ معلوم کریں

(i) $r = 6 \text{ cm}$
 $\theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$
 $l = ?$
 علاقہ کا رقبہ = ?
 area of sector

$l = r\theta$
 $= 6 \times \frac{\pi}{3}$
 $= 2(3.14)$
 $= 6.28 \text{ cm}$
 Area (رقبہ)
 $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$
 $= \frac{1}{2} (6)^2 \left(\frac{\pi}{3}\right)$
 $= \frac{1}{2} (36) \left(\frac{\pi}{3}\right)$
 $= 6(3.14)$
 $= 18.84 \text{ cm}^2$

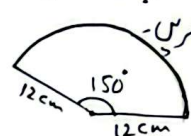
(ii) $r = \frac{4.8}{\pi} \text{ cm}$
 $\theta = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$
 $l = ?$
 علاقہ کا رقبہ (area of sector)
 $A = ?$

$l = r\theta$
 $= \frac{4.8}{\pi} \times \frac{5\pi}{6}$
 $= 4 \text{ cm}$
 علاقہ کا رقبہ (area of sector)
 $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$
 $= \frac{1}{2} \left(\frac{4.8}{\pi}\right)^2 \left(\frac{5\pi}{6}\right)$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{23.04}{\pi^2} \times \frac{5\pi}{6}$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{23.04}{3.14} \times \frac{5}{6}$
 $= 3.057 = 3.06 \text{ cm}^2$

علاقہ کا رقبہ = $\frac{\text{دائرہ کا کل رقبہ}}{\% \text{ of area sector}} \times 100$
 $= \frac{\frac{1}{2} r^2 \theta}{\frac{1}{2} r^2 \theta} \times 100 = \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{\pi} \times 100$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{\pi/8}{\pi} \times 100 = \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{8} \times \frac{1}{\pi} \times 100$
 $= \frac{1}{16} \times 100 = 6.25 \%$

QNo: 9 ایک مخروطی علاقہ جس کا رداس 12 cm ہے اور مرکزی زاویہ 150° ہے اس علاقہ کو کاٹنا کیا اور ایک کون بنائی گئی۔ اس کون کی ترجیحی بلندی (slant height) اور قاعدے کا رداس (radius) معلوم کریں۔

Sol $r = 12 \text{ cm}$
 $\theta = 150^\circ = \frac{5\pi}{6}$
 $= \frac{5\pi}{6}$
 $l = r\theta$
 $= \left(\frac{5\pi}{6}\right) = 10\pi$
 (Circumference of cone) = کون کا محیط = (Arc length of sector) قوس کی لمبائی
 $10\pi = 2\pi R$ کون کا رداس R
 $R = \frac{10\pi}{2\pi} = 5 \text{ cm}$
 کون کی ترجیحی بلندی اصل سیکٹر کے رداس کے برابر ہے لہذا
 ترجیحی بلندی = $r = 12 \text{ cm}$



QNo: 7 (Central angle) اگر علاقہ کے مرکزی زاویہ 60° ہے اور قاعدے کا رداس 12 cm (radius) ہے تو اس علاقہ کا رقبہ (area of sector) معلوم کریں اور یہ دائرہ کے کل رقبہ کا کتنا ہوگا (the percentage of total area of circle)

Sol $\theta = 60^\circ = 60 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$
 $r = 12 \text{ cm}$ Area (رقبہ) of sector = ?
 (% of total area) = ؟
 $A = \frac{1}{2} r^2 \theta$
 $= \frac{1}{2} (12)^2 \left(\frac{\pi}{3}\right)$
 $= \frac{1}{2} \times 144 \times \frac{\pi}{3}$
 $= 75.36 \text{ cm}^2$
 $= 75.4 \text{ cm}^2$
 علاقہ کا رقبہ = $\frac{\text{دائرہ کا کل رقبہ}}{\text{دائرہ کا کل رقبہ}} \times 100$
 $= \frac{75.4}{452.16} \times 100 = 16.67 \%$

QNo: 8 اس علاقہ کے رقبہ کی % معلوم کریں جس کا مرکزی زاویہ $\frac{\pi}{8}$ رڈین ہے۔ Find % of area of sector

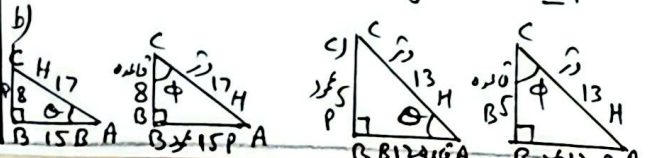
Sol $\theta = \frac{\pi}{8} \text{ rad}$
 Area of sector = $\frac{1}{2} r^2 \theta$
 علاقہ کا رقبہ
 کل رقبہ = Total area = πr^2
 of circle

Exercise 6.2

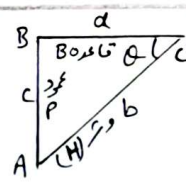
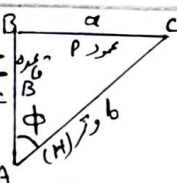
QNo: 1 Trigonometric ratio معلوم کریں

(a) (b)
 i) $\sin \theta = \frac{\text{مقابلہ}}{\text{وتر}} = \frac{P}{H} = \frac{4}{5}$
 ii) $\cos \theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{B}{H} = \frac{3}{5}$
 iii) $\tan \theta = \frac{\text{مقابلہ}}{\text{قاعدہ}} = \frac{P}{B} = \frac{4}{3}$
 iv) $\sec \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{H}{B} = \frac{5}{3}$
 v) $\csc \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{مقابلہ}} = \frac{H}{P} = \frac{5}{4}$
 vi) $\cot \theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{مقابلہ}} = \frac{B}{P} = \frac{3}{4}$
 vii) $\tan \phi = \frac{\text{مقابلہ}}{\text{قاعدہ}} = \frac{P}{B} = \frac{4}{3}$
 viii) $\csc \phi = \frac{\text{وتر}}{\text{مقابلہ}} = \frac{H}{P} = \frac{5}{4}$

(b) اور (c) پارٹ
 اسی طرح کرتے ہیں
 ix) $\sec \phi = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{H}{B} = \frac{5}{4}$
 x) $\cos \phi = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{B}{H} = \frac{4}{5}$



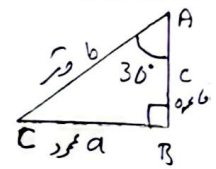
QNo: 2



(44)

$$i) \frac{m\overline{BC}}{m\overline{AB}} = \frac{a}{b}$$

$$ii) \cos 60^\circ = \frac{\text{قاعده } B}{\text{وتر } H} = \frac{a}{b}$$



$$iii) \tan 60^\circ = \frac{\text{مخمس } P}{\text{قاعده } B} = \frac{c}{a}$$

$$iv) \operatorname{Cosec} \frac{\pi}{3} = \operatorname{Cosec} 60^\circ$$

$$v) \cot 60^\circ = \frac{\text{قاعده } B}{\text{مخمس } P} = \frac{a}{c}$$

$$= \frac{\text{وتر } H}{\text{مخمس } P} = \frac{b}{c}$$

$$vi) \sin 30^\circ = \frac{\text{مخمس } P}{\text{وتر } H} = \frac{a}{b}$$

$$vii) \tan \frac{\pi}{6} = \tan 30^\circ$$

$$viii) \cos 30^\circ = \frac{\text{قاعده } B}{\text{وتر } H} = \frac{c}{b}$$

$$= \frac{\text{مخمس } P}{\text{قاعده } B} = \frac{a}{c}$$

$$ix) \sec 30^\circ = \frac{\text{وتر } H}{\text{قاعده } B} = \frac{b}{c}$$

$$(x) \cot 30^\circ = \frac{\text{قاعده } B}{\text{مخمس } P} = \frac{c}{a}$$

Exercise 6.3

QNo: 1 اگر پہلے رابع (IQ) میں ہر تہائی کو نیچے لکھیں

$$(i) \sin \theta = \frac{2}{3}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{مخمس } P}{\text{وتر } H} = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{مخمس } P = 2, \text{ وتر } H = 3$$

قاعده (B) معلوم کرنے کے لیے مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر } H)^2 = (\text{مخمس } P)^2 + (\text{قاعده } B)^2$$

$$(3)^2 = (2)^2 + (\text{قاعده})^2$$

$$9 = 4 + (\text{قاعده})^2$$

$$(\text{قاعده})^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \text{قاعده} = \sqrt{5}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{قاعده}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{5}}{3}; \tan \theta = \frac{\text{مخمس}}{\text{قاعده}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\operatorname{Cosec} \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{مخمس}} = \frac{3}{2}; \sec \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعده}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{قاعده}}{\text{مخمس}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$(ii) \cos \theta = \frac{3}{4}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{قاعده}}{\text{وتر}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{قاعده } (B) = 3, \text{ وتر } (H) = 4$$

مخمس (P) معلوم کرنے کے لیے مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{مخمس})^2 + (\text{قاعده})^2$$

$$(4)^2 = (\text{مخمس})^2 + (3)^2$$

$$16 = (\text{مخمس})^2 + 9$$

$$(\text{مخمس})^2 = 16 - 9 = 7 \Rightarrow \text{مخمس } (P) = \sqrt{7}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{مخمس}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{7}}{4}; \tan \theta = \frac{\text{مخمس}}{\text{قاعده}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\operatorname{Cosec} \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{مخمس}} = \frac{4}{\sqrt{7}}; \sec \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعده}} = \frac{4}{3}$$

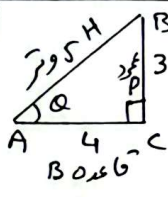
$$\cot \theta = \frac{\text{قاعده}}{\text{مخمس}} = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$(iii) \tan \theta = \frac{1}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{مخمس}}{\text{قاعده}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{مخمس} = 1, \text{ قاعده} = 2$$

وتر معلوم کرنے کے لیے مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

QNo: 3 Verify



$$i) \sin \theta \operatorname{Cosec} \theta = 1$$

$$\frac{\text{مخمس } (P)}{\text{وتر } (H)} \times \frac{\text{وتر } (H)}{\text{مخمس } (P)} = 1$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1 \Rightarrow 1 = 1 \text{ (Proved)}$$

$$ii) \cos \theta \sec \theta = 1$$

$$\frac{\text{قاعده } (B)}{\text{وتر } (H)} \times \frac{\text{وتر } (H)}{\text{قاعده } (B)} = 1$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1 \Rightarrow 1 = 1 \text{ (Verified)}$$

$$iii) \tan \theta \cot \theta = 1$$

$$\frac{\text{مخمس } (P)}{\text{قاعده } (B)} \times \frac{\text{قاعده } (B)}{\text{مخمس } (P)} = 1$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1 \Rightarrow 1 = 1 \text{ (Verified)}$$

QNo: 4

$$i) \sin 30^\circ = \sin (90^\circ - 60^\circ) = \cos 60^\circ$$

$$ii) \cos 30^\circ = \cos (90^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ$$

$$iii) \tan 30^\circ = \tan (90^\circ - 60^\circ) = \cot 60^\circ$$

$$iv) \tan 60^\circ = \tan (90^\circ - 30^\circ) = \cot 30^\circ$$

$$v) \sin 60^\circ = \sin (90^\circ - 30^\circ) = \cos 30^\circ$$

$$vi) \cos 60^\circ = \cos (90^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ$$

$$vii) \sin 45^\circ = \sin (90^\circ - 45^\circ) = \cos 45^\circ$$

$$viii) \tan 45^\circ = \tan (90^\circ - 45^\circ) = \cot 45^\circ$$

$$ix) \cos 45^\circ = \cos (90^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ$$

QNo: 5

$$m\angle B = 90^\circ$$

$$m\angle C = 60^\circ$$

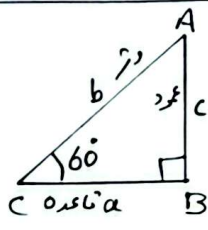
$$\sin m\angle A = \frac{a}{b}$$

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$

$$m\angle A + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle A + 150^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle A = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$



$$\begin{aligned} (\text{وتر})^2 &= (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2 \\ (\text{وتر})^2 &= (1)^2 + (2)^2 \\ (\text{وتر})^2 &= 1 + 4 = 5 \Rightarrow \text{وتر} = \sqrt{5} \\ \sin \theta &= \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{1}{\sqrt{5}} ; \cos \theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \csc \theta &= \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{\sqrt{5}}{1} ; \sec \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \\ \cot \theta &= \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{2}{1} \end{aligned}$$

(iv) $\sec \theta = 3$
 $\sec \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{3}{1} \Rightarrow \text{وتر} (H) = 3, \text{قاعدہ} = 1$
 عمود معلوم کرنے کے لیے مسئلہ فیثاغورث کی رو سے
 $(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2 \quad \sqrt{8} = \sqrt{2^2 + 2^2}$
 $(3)^2 = (\text{عمود})^2 + (1)^2 \quad = \sqrt{2^2 + 2^2}$
 $9 = (\text{عمود})^2 + 1$
 $(\text{عمود})^2 = 9 - 1 = 8 \Rightarrow \text{عمود} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
 $\sin \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} ; \cos \theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{1}{3}$
 $\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{2\sqrt{2}}{1} ; \csc \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$
 $\cot \theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

(v) $\cot \theta = \sqrt{\frac{3}{2}}$
 $\cot \theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{قاعدہ} = \sqrt{3}, \text{عمود} = \sqrt{2}$
 وتر معلوم کرنے کے لیے مسئلہ فیثاغورث کی رو سے
 $(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$
 $(\text{وتر})^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 = 2 + 3 = 5$
 $\text{وتر} = \sqrt{5}$
 $\sin \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} ; \cos \theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{3}{5}}$
 $\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} ; \csc \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$
 $\sec \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$

QNo:2
 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
 $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$
 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
 $\sin \theta = \frac{1}{\csc \theta}$
 $\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$
 $\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$
 $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$
 $\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$
 $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$

45) QNo:2 $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2\sin \theta \cos \theta$
 $\text{LHS} = (\sin \theta + \cos \theta)^2 \quad (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
 $= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta$
 $= 1 + 2\sin \theta \cos \theta \quad \because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
 $= \text{RHS}$

QNo:3 $\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\tan \theta}$
 $\text{LHS} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$
 $= \cot \theta \quad \because \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$
 $= \frac{1}{\tan \theta} \quad \because \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$
 $= \text{RHS} \quad \text{or } \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$

QNo:4 $\frac{\sin \theta}{\csc \theta} + \frac{\cos \theta}{\sec \theta} = 1$
 $\text{LHS} = \frac{\sin \theta}{\csc \theta} + \frac{\cos \theta}{\sec \theta}$
 $= \sin \theta \times \frac{1}{\csc \theta} + \cos \theta \times \frac{1}{\sec \theta}$
 $= \sin \theta \times \sin \theta + \cos \theta \times \cos \theta \quad \because \sin \theta = \frac{1}{\csc \theta}$
 $= \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \quad \& \cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$
 $= 1$
 $= \text{RHS}$

QNo:5 $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2\cos^2 \theta - 1$
 $\text{LHS} = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \quad \because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
 $= \cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) \quad \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$
 $= \cos^2 \theta - 1 + \cos^2 \theta$
 $= 2\cos^2 \theta - 1$
 $= \text{RHS}$

QNo:6 $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 1 - 2\sin^2 \theta$
 $\text{LHS} = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \quad \because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
 $= 1 - \sin^2 \theta - \sin^2 \theta \quad \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$
 $= 1 - 2\sin^2 \theta$
 $= \text{RHS}$

QNo:7 $\frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\csc \theta}{1 + \sin \theta}$
 $\text{LHS} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$
 $= \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1 + \sin \theta}{1 + \sin \theta}$
 $= \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta (1 + \sin \theta)} \quad \because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
 $= \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta (1 + \sin \theta)} \quad \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$
 $= \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$
 $= \text{RHS}$

QNo: 8 $(\sec\theta - \tan\theta)^2 = \frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta}$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= (\sec\theta - \tan\theta)^2 \\ &= \left(\frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 \quad \because \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \\ &= \left(\frac{1 - \sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 \quad \text{or } \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \\ &= \frac{(1 - \sin\theta)^2}{\cos^2\theta} \quad \because \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \\ &= \frac{(1 - \sin\theta)^2}{1 - \sin^2\theta} \quad \because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \\ &= \frac{(1 - \sin\theta)^2}{(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)} \quad \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta \\ &= \frac{1 - \sin\theta}{1 + \sin\theta} = \text{RHS} \end{aligned}$$

QNo: 9 $(\tan\theta + \cot\theta)^2 = \sec^2\theta \csc^2\theta$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= (\tan\theta + \cot\theta)^2 \\ &= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 \\ &= \left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta \sin\theta}\right)^2 = \left(\frac{1}{\cos\theta \sin\theta}\right)^2 \\ &= (\sec\theta \csc\theta)^2 \quad \because \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \\ &= \sec^2\theta \csc^2\theta \quad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \\ &= \text{RHS} \quad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} \end{aligned}$$

QNo: 10 $\frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} = \tan\theta + \sec\theta$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \frac{\tan\theta + \sec\theta - 1}{\tan\theta - \sec\theta + 1} \quad \because \tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta \\ &= \frac{\tan\theta + \sec\theta - (\sec^2\theta - \tan^2\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1} \quad 1 = \sec^2\theta - \tan^2\theta \\ &= \frac{(\tan\theta + \sec\theta) - (\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1} \\ &= \frac{(\tan\theta + \sec\theta)(1 - \sec\theta + \tan\theta)}{\tan\theta - \sec\theta + 1} \quad \text{شماره کسر} \\ &= \frac{(\tan\theta + \sec\theta)(\tan\theta - \sec\theta + 1)}{(\tan\theta - \sec\theta + 1)} \quad \text{مشتق کسر} \\ &= \tan\theta + \sec\theta = \text{RHS} \end{aligned}$$

QNo: 11 $\sin^3\theta - \cos^3\theta = (\sin\theta - \cos\theta)(1 + \sin\theta \cos\theta)$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sin^3\theta - \cos^3\theta \quad (1 + \sin\theta \cos\theta) \\ &= (\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \sin\theta \cos\theta + \cos^2\theta) \quad \because a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \\ &= (\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \cos^2\theta + \sin\theta \cos\theta) \\ &= (\sin\theta - \cos\theta)(1 + \sin\theta \cos\theta) = \text{RHS} \end{aligned}$$

46 QNo: 12 $\sin^6\theta - \cos^6\theta = (\sin^2\theta - \cos^2\theta)(1 - \sin^2\theta \cos^2\theta)$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sin^6\theta - \cos^6\theta \quad (1 - \sin^2\theta \cos^2\theta) \\ &= (\sin^2\theta)^3 - (\cos^2\theta)^3 \quad \because a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \\ &= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)(\sin^4\theta + \sin^2\theta \cos^2\theta + \cos^4\theta) \\ &= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)(\sin^4\theta + \cos^4\theta + \sin^2\theta \cos^2\theta) \\ &= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)((\sin^2\theta)^2 + (\cos^2\theta)^2 + 2\sin^2\theta \cos^2\theta) \\ &= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)((\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2 - \sin^2\theta \cos^2\theta) \\ &= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)(1^2 - \sin^2\theta \cos^2\theta) \\ &= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)(1 - \sin^2\theta \cos^2\theta) \\ &= \text{RHS} \quad \text{(2nd method) تبادل طرفین} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sin^6\theta - \cos^6\theta \\ &= (\sin^3\theta)^2 - (\cos^3\theta)^2 \\ &= (\sin^3\theta + \cos^3\theta)(\sin^3\theta - \cos^3\theta) \\ &= (\sin\theta + \cos\theta)(\sin^2\theta - \sin\theta \cos\theta + \cos^2\theta)(\sin\theta - \cos\theta) \\ &= (\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \cos^2\theta - \sin\theta \cos\theta) \\ &= (\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \cos^2\theta - \sin\theta \cos\theta) \\ &= (\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta - \cos\theta)(1 - \sin\theta \cos\theta) \\ &= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)(1 - \sin\theta \cos\theta)^2 \\ &= (\sin^2\theta - \cos^2\theta)(1 - \sin^2\theta \cos^2\theta) \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

Exercise 6.4

θ	0°	$30^\circ = \frac{\pi}{6}$	$45^\circ = \frac{\pi}{4}$	$60^\circ = \frac{\pi}{3}$	$90^\circ = \frac{\pi}{2}$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞

QNo: 1 (i) $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ (ii) $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(iii) $\tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (iv) $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

(v) $\sec 60^\circ = \frac{1}{\cos 60^\circ} = 2$ (vi) $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

(vii) $\cot 60^\circ = \frac{1}{\tan 60^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (viii) $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(ix) $\sec 30^\circ = \frac{1}{\cos 30^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ (x) $\csc 30^\circ = \frac{1}{\sin 30^\circ} = \frac{2}{1}$

(xi) $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (xii) $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

m-p 06/06/2025

QNo:2 Evaluate

$$\begin{aligned} \text{i) } 2 \sin 60^\circ \cos 60^\circ \\ = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \\ = \sqrt{3}/2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } 2 \cos \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6} \\ = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \\ = \sqrt{3}/2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } 2 \sin 45^\circ + 2 \cos 45^\circ \\ = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \\ = \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} \\ = \frac{2+2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv) } \sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ \\ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \\ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \\ = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{v) } \cos 60^\circ \cos 30^\circ - \sin 60^\circ \sin 30^\circ \\ = \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \\ = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{vi) } \sin 60^\circ \cos 30^\circ - \cos 60^\circ \sin 30^\circ \\ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \\ = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{vii) } \cos 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \sin 30^\circ \\ = \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \\ = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{viii) } \tan \frac{\pi}{6} \cot \frac{\pi}{6} + 1 \\ = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{1} \right) + 1 = 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

QNo:3

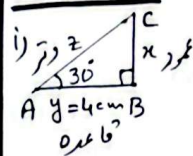
$$\begin{aligned} \text{i) } 2 \sin 45^\circ - 2 \cos 45^\circ \\ = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \\ = \frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}} \\ = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } 3 \cos 45^\circ + 4 \sin 45^\circ \\ = 3 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + 4 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \\ = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{3+4}{\sqrt{2}} \\ = \frac{7}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } 5 \cos 45^\circ - 3 \sin 45^\circ \\ = 5 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 3 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \\ = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{5-3}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \\ = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

Exercise 6.5

QNo:1



$$\begin{aligned} \text{Base (Base)} &= 4 \text{ cm} \\ \text{Perp (Perp)} &= x = ? \\ \text{Hyp (Hyp)} &= z = ? \\ \theta &= 30^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\text{Perp}}{\text{Base}} \cdot \frac{P}{B} \\ \tan 30^\circ &= \frac{x}{4} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{x}{4} \end{aligned}$$

$$x = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$

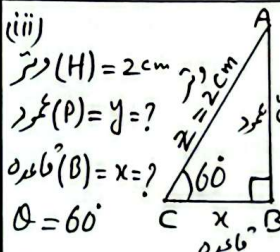
$$\cos \theta = \frac{\text{Base}}{\text{Hyp}}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{4}{z}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{z}$$

$$z\sqrt{3} = 8$$

$$z = \frac{8}{\sqrt{3}}$$



$$\begin{aligned} \text{Hyp (H)} &= 2 \text{ cm} \\ \text{Perp (P)} &= y = ? \\ \text{Base (B)} &= x = ? \\ \theta &= 60^\circ \end{aligned}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{Perp}}{\text{Hyp}}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{y}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{2}$$

$$y = \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$y = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{Base}}{\text{Hyp}}$$

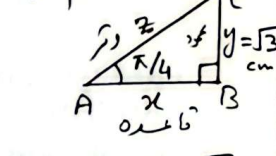
$$\cos 60^\circ = \frac{x}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{2}$$

$$x = \frac{2}{2}$$

$$x = 1 \text{ cm}$$

QNo:2



$$\begin{aligned} \text{Perp (Perp)} &= y = 3 \text{ cm} \\ \text{Base (Base)} &= x = ? \\ \text{Hyp (Hyp)} &= z = ? \\ \theta &= 45^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{\text{Perp}}{\text{Base}} \cdot \frac{P}{B} \\ \tan 45^\circ &= \frac{3}{x} \\ 1 &= \frac{3}{x} \end{aligned}$$

$$x = 3 \text{ cm}$$

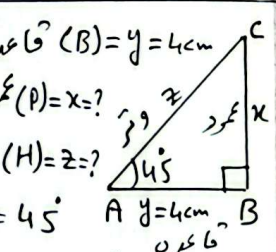
$$\sin \theta = \frac{\text{Perp}}{\text{Hyp}}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{3}{z}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3}{z}$$

$$z = \sqrt{2} \times 3$$

$$z = \sqrt{6} \text{ cm}$$



$$\begin{aligned} \text{Base (B)} &= y = 4 \text{ cm} \\ \text{Perp (P)} &= x = ? \\ \text{Hyp (H)} &= z = ? \\ \theta &= 45^\circ \end{aligned}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{Perp}}{\text{Base}} \cdot \frac{P}{B}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{x}{4}$$

$$1 = \frac{x}{4}$$

$$x = 4 \text{ cm}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{Base}}{\text{Hyp}}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{4}{z}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{z}$$

$$z = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

nm 06/06/2025

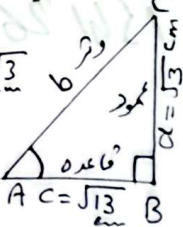
QNo:2

نامعلوم مقدار معلوم کریں

48

$$\begin{aligned} m\angle A &= m\angle B - m\angle C \\ &= 90^\circ - 60^\circ \\ &= 30^\circ \end{aligned}$$

(i) $a = \sqrt{3}$ cm
 $c = \sqrt{13}$ cm
 $b = ?$



مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(وتر)^2 = (عمود)^2 + (قاعدہ)^2$$

$$b^2 = a^2 + c^2$$

$$b^2 = (\sqrt{3})^2 + (2)^2$$

$$= 3 + 4 = 7$$

$$b = \sqrt{7} \text{ cm}$$

$$\tan m\angle A = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan m\angle A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan m\angle A = 0.48038$$

$$m\angle A = \tan^{-1} 0.48038$$

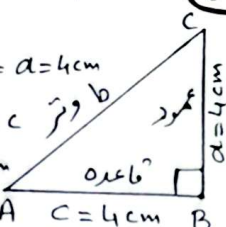
$$= 25.65^\circ$$

$$m\angle C = m\angle B - m\angle A$$

$$= 90^\circ - 25.65^\circ$$

$$= 64.35^\circ$$

(ii) $a = 4$ cm
 $c = 4$ cm
 $b = ?$



مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(وتر)^2 = (عمود)^2 + (قاعدہ)^2$$

$$b^2 = a^2 + c^2$$

$$b^2 = (4)^2 + (4)^2$$

$$b^2 = 16 + 16 = 32$$

$$b = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2}$$

$$= 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\tan m\angle A = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan m\angle A = \frac{4}{4}$$

$$\tan m\angle A = 1$$

$$m\angle A = \tan^{-1}(1)$$

$$= 45^\circ$$

$$m\angle C = m\angle B - m\angle A$$

$$= 90^\circ - 45^\circ$$

$$= 45^\circ$$

(ii) $m\angle C = 45^\circ$, $a = 8$ cm, $m\angle B = 90^\circ$
 $m\angle A = ?$, $b = ?$, $c = ?$

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{c}{8}$$

$$1 = \frac{c}{8}$$

$$c = 8 \text{ cm}$$

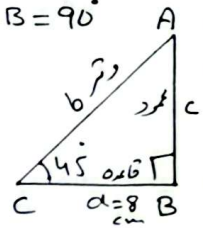
$$\cos \theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{8}{b}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{8}{b}$$

$$b = 8\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} m\angle A &= m\angle B - m\angle C \\ &= 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \end{aligned}$$



(iii) $a = 12$ cm, $c = 6$ cm, $m\angle B = 90^\circ$
 $b = ?$, $m\angle A = ?$, $m\angle C = ?$

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(وتر)^2 = (عمود)^2 + (قاعدہ)^2$$

$$b^2 = (c)^2 + (a)^2$$

$$b^2 = (6)^2 + (12)^2$$

$$= 36 + 144 = 180$$

$$b = \sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = 6\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\tan m\angle C = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{6}{12}$$

$$\tan m\angle C = 0.5$$

$$m\angle C = \tan^{-1} 0.5$$

$$= 26.56^\circ$$

$$\tan m\angle A = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{6}{12}$$

$$\tan m\angle A = 0.5$$

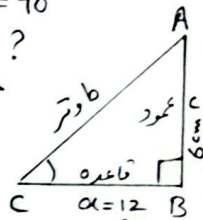
$$m\angle A = \tan^{-1} 0.5$$

$$= 26.56^\circ$$

$$m\angle C = m\angle B - m\angle A$$

$$= 90^\circ - 26.56^\circ$$

$$= 63.44^\circ$$



QNo:3

ایک مربع کی دیوار کا ایک ضلع 60 میٹر ہے۔ اس کی دیوار کے دوسرے ضلع کی مقدار معلوم کریں۔

$$\text{مربع کا عمود} = 60 \text{ m}$$

$$\text{قاعدہ} = 60 \text{ m}$$

$$\text{وتر} = ?$$

$$m\angle B = 90^\circ$$

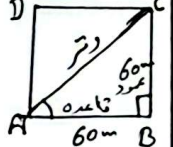
مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(وتر)^2 = (عمود)^2 + (قاعدہ)^2$$

$$= (60)^2 + (60)^2$$

$$= 3600 + 3600 = 7200$$

$$\text{وتر} = \sqrt{7200} = \sqrt{3600 \times 2} = 60\sqrt{2} \text{ m}$$



(iv) $m\angle A = 60^\circ$, $c = 4$ cm, $m\angle B = 90^\circ$
 $m\angle C = ?$, $a = ?$, $b = ?$

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{a}{c}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{a}{4}$$

$$\sqrt{3} = \frac{a}{4}$$

$$a = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{c}{b}$$

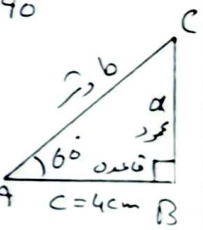
$$\cos 60^\circ = \frac{4}{b}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{b}$$

$$b = 8 \text{ cm}$$

$$m\angle C = m\angle B - m\angle A$$

$$= 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$



QNo:4

مثلاً کو حل کریں جبکہ $m\angle B = 90^\circ$

i) $m\angle C = 60^\circ$, $c = 3\sqrt{3}$ cm
 $m\angle A = ?$, $a = ?$, $b = ?$

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{a}$$

$$\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{a}$$

$$a = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

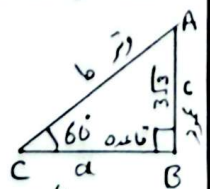
$$a = 3 \text{ cm}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{b}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{b}$$

$$b = \frac{3\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times 2 = 6 \text{ cm}$$



ii) $m\angle A = 30^\circ$, $c = 4$ cm, $m\angle B = 90^\circ$
 $m\angle C = ?$, $a = ?$, $b = ?$

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{a}{c}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{a}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{4}$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{c}{b}$$

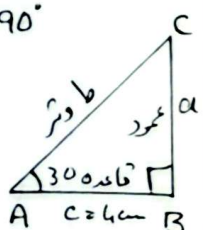
$$\cos 30^\circ = \frac{4}{b}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{b} \Rightarrow b\sqrt{3} = 8$$

$$b = \frac{8}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$

$$m\angle C = m\angle B - m\angle A$$

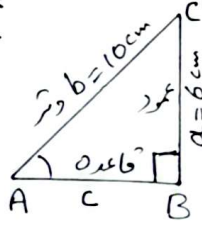
$$= 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$



(vi). $b = 10\text{cm}$, $a = 6\text{cm}$, $m\angle B = 90^\circ$
 $c = ?$, $m\angle A = ?$, $m\angle C = ?$

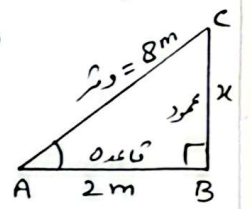
مسئلہ فیثاغورث کی رو سے
 $(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$
 $(b)^2 = (a)^2 + (c)^2$
 $100 = 36 + c^2$
 $c^2 = 100 - 36 = 64$
 $c = \sqrt{64} = 8\text{cm}$

$\sin \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{6}{10}$ | $m\angle C = m\angle B - m\angle A$
 $\sin m\angle A = 0.6$ | $= 90^\circ - 36.9^\circ$
 $m\angle A = \sin^{-1} 0.6$ | $= 53.1^\circ$
 $= 36.9^\circ$



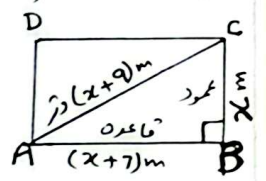
49 QNo: 7 ایک سڑکھی دیوار کے ساتھ اس طرح کھڑی کی گئی ہے کہ اس کا پائہ دیوار سے 2 میٹر کے فاصلے پر ہے اگر سڑکھی کی لمبائی 8 میٹر ہو تو دیوار کی بلندی معلوم کریں۔

Sol
 $AB = \text{سڑکھی کا دیوار سے ملنے والا حصہ} = 2\text{m}$
 $AC = \text{سڑکھی کی لمبائی} = 8\text{m}$
 $BC = \text{دیوار کی بلندی} = \text{عمود} = x = ?$
 مسئلہ فیثاغورث کی رو سے
 $(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$
 $(8)^2 = (x)^2 + (2)^2$
 $64 = x^2 + 4 \Rightarrow x^2 = 64 - 4 = 60$
 $x = \sqrt{60} = 7.75\text{m}$



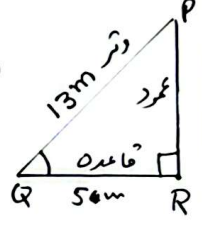
QNo: 8 ایک مستطیل کی کثرت کا وتر $m(x+9)$ اور اضلاع $x\text{m}$ اور $(x+7)\text{m}$ کی قیمت معلوم کریں۔

پس $\triangle ABC$ میں
 $AC = \text{وتر} = (x+9)\text{m}$
 $BC = \text{عمود} = x\text{m}$
 $AB = \text{قاعدہ} = (x+7)\text{m}$
 مسئلہ فیثاغورث کی رو سے
 $(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$
 $(x+9)^2 = (x)^2 + (x+7)^2$
 $x^2 + 81 + 18x = x^2 + x^2 + 49 + 14x$
 $x^2 + 81 + 18x = 2x^2 + 14x + 49$
 $2x^2 - x^2 + 14x - 18x + 49 - 81 = 0$
 $x^2 - 4x - 32 = 0$
 $x^2 - 8x + 4x - 32 = 0$
 $x(x-8) + 4(x-8) = 0$
 $(x-8)(x+4) = 0$
 $x-8 = 0$ or $x+4 = 0$
 $x = 8$ or $x = -4$
 $x = 8\text{m}$



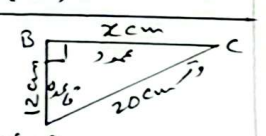
QNo: 5 فرض کریں R اور Q دونوں نقطہ ہر کے ایک ہی کنارے پر واقع ہیں ایک اور نقطہ P نقطہ R کی سیدھ میں دوسرے کنارے پر لیا گیا ہے ہر کی چوڑائی معلوم کریں اور زاویہ PQR معلوم کریں۔

Sol
 $PR = \text{عمود} = ?$
 $PQ = \text{وتر} = 13\text{m}$, $QR = \text{قاعدہ} = 5\text{m}$
 $\angle PQR = ?$
 مسئلہ فیثاغورث کی رو سے
 $(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$
 $(13)^2 = (PR)^2 + (5)^2$
 $169 = (PR)^2 + 25$
 $(PR)^2 = 169 - 25 = 144$
 $PR = \sqrt{144} = 12\text{m}$
 $\cos(\angle PQR) = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{5}{13} = 0.3846$
 $\angle PQR = \cos^{-1} 0.3846 = 67.38^\circ$
 $= 67.38 \times \frac{\pi}{180} = 1.18\text{ rad}$
 $= 67.38 \times \frac{3.14}{180} = 1.18\text{ rad}$



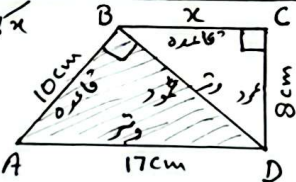
QNo: 9 $x = ?$ $\angle A = 60^\circ$ $\angle B = 30^\circ$ $\angle C = 90^\circ$ $AB = 12\text{cm}$ $BC = 20\text{cm}$

مسئلہ فیثاغورث
 $(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$
 $(20)^2 = (x)^2 + (12)^2$
 $400 = x^2 + 144$
 $x^2 = 400 - 144 = 256$
 $x = \sqrt{256} = 16\text{cm}$



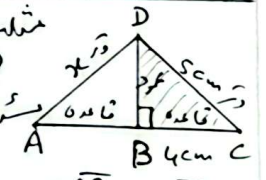
QNo: 6 $\triangle ABC$ میں $\angle A = 90^\circ$ $AB = 10\text{cm}$ $AC = 17\text{cm}$ $BC = ?$

پس $\triangle ABD$ میں
 $AB = \text{قاعدہ} = 10\text{cm}$
 $AD = \text{وتر} = 17\text{cm}$
 $BD = \text{عمود} = ?$
 مسئلہ فیثاغورث کی رو سے
 $(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$
 $(17)^2 = (BD)^2 + (10)^2$
 $289 = (BD)^2 + 100$
 $(BD)^2 = 289 - 100$
 $(BD)^2 = 189$
 $BD = \sqrt{189}\text{cm}$



مثبت $\triangle BCD$ میں $BC = 4\text{cm}$ $CD = 5\text{cm}$ $BD = ?$

مسئلہ فیثاغورث
 $(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$
 $(5)^2 = (BD)^2 + (4)^2$
 $25 = (BD)^2 + 16$
 $(BD)^2 = 25 - 16 = 9$
 $BD = \sqrt{9} = 3\text{cm}$



پس $\triangle ABD$ میں
 $AB = \text{قاعدہ} = 4\text{cm}$
 $AD = \text{وتر} = x = ?$
 $BD = \text{عمود} = 3\text{cm}$

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے
 $(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$
 $(x)^2 = (3)^2 + (4)^2$
 $x^2 = 9 + 16$
 $x^2 = 25$
 $x = \sqrt{25}$
 $x = 5\text{cm}$

08/06/2025

Exercise 6.6

50

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{150}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{150}{x} \Rightarrow x = \frac{150}{\sqrt{3}} = \frac{150}{1.732}$$

$$x = 86.6 \text{ m}$$

QNo: 1 زمین کی سطح پر 40m کے فاصلے سے کسی جھنڈے کی پوسٹ کی بلندی معلوم کریں۔
سے اوپر والی سطح کا زاویہ نزول 60° ہے پوسٹ کی بلندی معلوم کریں۔

$$\overline{AB} = \text{پوسٹ سے فاصلہ} = 40 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = \text{پوسٹ کی بلندی} = \text{عمود} = x = ?$$

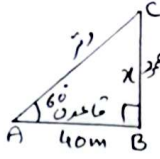
$$\text{height of post}$$

$$\text{angle of elevation} = \theta = 60^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \quad x = 40\sqrt{3}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{x}{40} \quad = 40(1.732)$$

$$\sqrt{3} = \frac{x}{40} \quad = 69.28 \text{ m}$$



QNo: 6 زمین کی سطح سے ایک نقطہ سے کسی ستون کی اوپر والی 100m چلنے کے بعد زاویہ نزول کی مقدار 30° ہو جاتی ہے تو ستون کی اونچائی معلوم کریں۔

$$\triangle BCD \text{ میں}$$

$$\overline{BC} = \text{ستون کی اونچائی} = \text{عمود} = x = ?$$

$$\overline{BD} = y, \theta = 30^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \quad \tan 30^\circ = \frac{x}{y}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{y} \Rightarrow y = x\sqrt{3} = 1.732x$$

$$\triangle ABC \text{ میں}$$

$$\overline{BC} = \text{عمود} = x = ?$$

$$\overline{AB} = \text{قاعدہ} = y + 100$$

$$\theta = 15^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \quad \tan 15^\circ = \frac{x}{y + 100}$$

$$0.268 = \frac{x}{1.732x + 100}$$

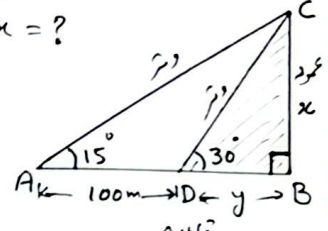
$$x = 0.268(1.732x + 100)$$

$$x = 0.464x + 26.8$$

$$x - 0.464x = 26.8$$

$$0.536x = 26.8$$

$$x = \frac{26.8}{0.536} = 50 \text{ m}$$



QNo: 2 ایک مساوی الساقین مثلث میں راسی زاویہ 120° ہے اگر مثلث کے قاعدہ کی لمبائی 10cm ہو تو عمود کی مقدار معلوم کریں۔

$$\text{Sol} \quad \triangle ABC \text{ میں } \overline{CD} \text{ عمودی نامفصل ہے } \overline{AB} \text{ پر (right bisector)}$$

$$\overline{AD} = \overline{BD} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

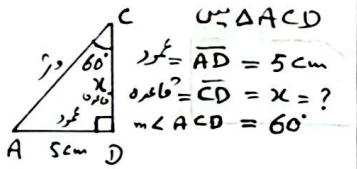
$$m\angle ACD = m\angle BCD = \frac{120}{2} = 60^\circ$$

$$\text{length of altitude} = \overline{CD} = x = ?$$

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \quad \tan 60^\circ = \frac{x}{5}$$

$$\sqrt{3} = \frac{x}{5}$$

$$x = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5}{1.732} = 2.89 \text{ cm}$$



QNo: 3 ایک درخت کی اونچائی 72m ہے اس درخت سے 100m کے فاصلے پر اس کے اوپر والے سرے کا زاویہ نزول معلوم کریں۔

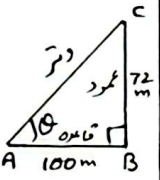
$$\overline{AB} = \text{قاعدہ} = 100 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = \text{عمود} = 72 \text{ m}$$

$$\text{زاویہ نزول} = \theta = ?$$

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{72}{100} = 0.72$$

$$\theta = \tan^{-1} 0.72 = 35.7^\circ$$



QNo: 4 ایک سیڑھی زمین کے ساتھ 60° کا زاویہ بناتی ہے اور طرز کے ساتھ 10m کی بلندی تک پہنچتی ہے۔ اس سیڑھی کی لمبائی معلوم کریں۔

$$\overline{BC} = \text{دربار کی بلندی} = \text{عمود} = 10 \text{ m}$$

$$\overline{AC} = \text{سیڑھی کی لمبائی} = \text{وتر} = x = ?$$

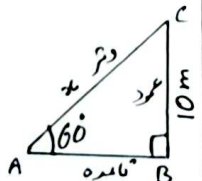
$$\theta = 60^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{10}{x}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{10}{x}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10}{x} \Rightarrow \sqrt{3} x = 20$$

$$x = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20}{1.732} = 11.55 \text{ m}$$



QNo: 7 اگر 300m اونچے مینار کا سایہ 450m ہو تو سورج کے زاویہ نزول کی مقدار معلوم کریں۔

$$\overline{BC} = \text{مینار کی بلندی} = \text{عمود} = 300 \text{ m}$$

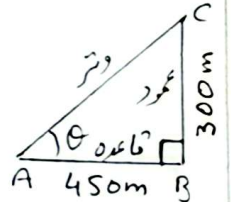
$$\overline{AB} = \text{سایہ} = \text{قاعدہ} = 450 \text{ m}$$

$$\text{زاویہ نزول} = \theta = ?$$

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{300}{450}$$

$$\tan \theta = 0.667$$

$$\theta = \tan^{-1} 0.667 = 33.69^\circ$$



QNo: 8 کسی پہاڑی کی چوٹی کا زاویہ نزول 25° ہے پہاڑی کی طرف 100m چلنے کے بعد زاویہ نزول کی مقدار 45° ہو جاتی ہے پہاڑی کی اونچائی معلوم کریں۔

$$\triangle BCD \text{ میں}$$

$$\overline{BC} = \text{پہاڑی کی اونچائی} = \text{عمود} = x = ?$$

$$\overline{BD} = y, \theta = 45^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \quad \tan 45^\circ = \frac{x}{y}$$

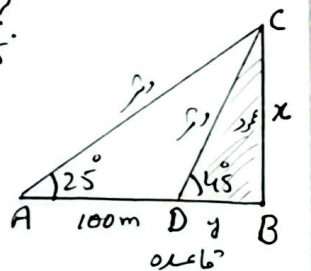
$$1 = \frac{x}{y} \Rightarrow y = x$$

$$\triangle ABC \text{ میں}$$

$$\overline{BC} = \text{پہاڑی کی اونچائی} = \text{عمود} = x = ?$$

$$\overline{AB} = \text{قاعدہ} = y + 100$$

$$\theta = 25^\circ$$

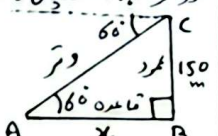


QNo: 5 سمندر کی سطح سے ایک روشنی کے مینار کی اونچائی 150m ہے اگر اس مینار کی اوپر والی سطح سے کسی بحری جہاز کا زاویہ صعود 60° ہو تو اس جہاز اور بحری جہاز کا درمیانی فاصلہ معلوم کریں۔

$$\overline{BC} = \text{مینار کی اونچائی} = \text{عمود} = 150 \text{ m}$$

$$\overline{AB} = \text{درمیانی فاصلہ} = \text{قاعدہ} = x = ?$$

$$\text{زاویہ صعود} = 60^\circ$$



اعادہ مشق 6 R. Exercise 6

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 25^\circ = \frac{x}{y+100} = \frac{x}{x+100}$$

$$0.4663 = \frac{x}{x+100} \Rightarrow x = 0.4663(x+100)$$

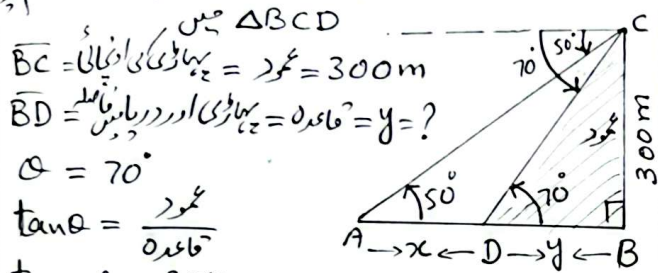
$$x = 0.4663x + 46.63$$

$$x - 0.4663x = 46.63$$

$$0.5337x = 46.63$$

$$x = \frac{46.63}{0.5337} = 87.37 = 87.4 \text{ m}$$

QNo: 9 ایک پہاڑی کی چوٹی سے نزدیک دریا کے کنارے پر کسی نقطہ کا زاویہ صعود 70° کا ہے اور دریا کے کسی دوسرے نقطہ کا زاویہ صعود 50° کا ہے۔ دریا کی چوڑائی اور پہاڑی کی بنیاد سے دریا کا فاصلہ معلوم کریں۔



$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 70^\circ = \frac{300}{y}$$

$$2.747 = \frac{300}{y} \Rightarrow y = \frac{300}{2.747} = 109.2 \text{ m}$$

پس پہاڑی کی بنیاد سے دریا کا فاصلہ 109.2m ہے

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\tan 50^\circ = \frac{300}{x+y}$$

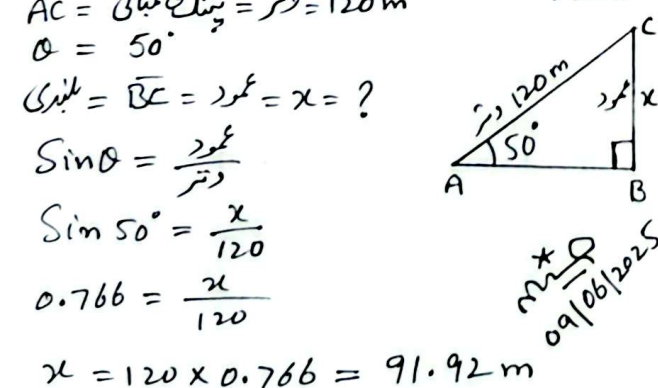
$$1.192 = \frac{300}{x+109.2}$$

$$x+109.2 = \frac{300}{1.192} = 251.67$$

$$x = 251.67 - 109.2 = 142.47 = 142.5 \text{ m}$$

پس دریا کی چوڑائی 142.5m ہے

QNo: 10 ایک تینگ کے ساتھ 120m لمبا دھاکہ بندھا ہوا ہے اور اس کا زاویہ نزول 50° کا ہے۔ پہاڑی کے قعر سے کتنی دور ہے؟



$$\sin \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$$

$$\sin 50^\circ = \frac{x}{120}$$

$$0.766 = \frac{x}{120}$$

$$x = 120 \times 0.766 = 91.92 \text{ m}$$

QNo: 2

i) $255^\circ 17'$

$$= 255^\circ \times \frac{\pi}{180}$$

$$= \frac{17\pi}{12}$$

ii) $75^\circ 45'$

$$= 75^\circ + \left(\frac{45}{60}\right)^\circ$$

$$= 75^\circ + 0.75^\circ$$

$$= 75.75^\circ$$

$$= 75.75^\circ \times \frac{\pi}{180}$$

$$= \frac{101\pi}{240}$$

iii) 142.5°

$$= 142.5^\circ \times \frac{\pi}{180}$$

$$= \frac{19\pi}{24}$$

QNo: 3

(i) $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$

$$\text{LHS} = \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \times \frac{1 + \cos \theta}{1 + \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{1 - \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{\sin^2 \theta}$$

$$= \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \text{RHS}$$

(ii) $\sin \theta (\csc \theta - \sin \theta) = \frac{1}{\sec^2 \theta}$

$$\text{LHS} = \sin \theta (\csc \theta - \sin \theta)$$

$$= \sin \theta \left(\frac{1}{\sin \theta} - \sin \theta \right)$$

$$= \sin \theta \left(\frac{1 - \sin^2 \theta}{\sin \theta} \right)$$

$$= 1 - \sin^2 \theta$$

$$= \cos^2 \theta$$

$$= \frac{1}{\sec^2 \theta} = \text{RHS}$$

(iii) $\frac{11\pi}{16} = 123^\circ + (0.75 \times 60)'$

$$= 123^\circ + 45'$$

$$= 123^\circ 45'$$

$$= 123.75^\circ$$

(iii) $\frac{\csc \theta - \sec \theta}{\csc \theta + \sec \theta} = \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta}$

$$\text{LHS} = \frac{\csc \theta - \sec \theta}{\csc \theta + \sec \theta} = \frac{\frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\cos \theta}}{\frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta}}$$

$$= \frac{\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\sin \theta \cos \theta}}{\frac{\cos \theta + \sin \theta}{\sin \theta \cos \theta}} = \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} \times \frac{\sin \theta \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} = \frac{\cos \theta / \cos \theta - \sin \theta / \cos \theta}{\cos \theta / \cos \theta + \sin \theta / \cos \theta}$$

$$= \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} \quad \because \sin \theta / \cos \theta = \tan \theta$$

iv) $\tan \theta + \cot \theta = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$

$$\text{LHS} = \tan \theta + \cot \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = \text{RHS}$$

v) $\frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta - \sin \theta} + \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} = \frac{2}{1 - 2\sin^2 \theta}$

$$\text{LHS} = \frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta - \sin \theta} + \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta}$$

$$= \frac{(\cos \theta + \sin \theta)^2 + (\cos \theta - \sin \theta)^2}{(\cos \theta - \sin \theta)(\cos \theta + \sin \theta)}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + 2\cos \theta \sin \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta - 2\cos \theta \sin \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{1 + 1}{1 - \sin^2 \theta - \sin^2 \theta} = \frac{2}{1 - 2\sin^2 \theta} = \text{RHS}$$

(vi) $\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} = (\csc \theta + \cot \theta)^2$

$$\text{RHS} = (\csc \theta + \cot \theta)^2 \quad \because \csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$= \left(\frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)^2 \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \left(\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \right)^2 = \frac{(1 + \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta}$$

$$= \frac{(1 + \cos \theta)^2}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{(1 + \cos \theta)^2}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$$

$$= \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} = \text{LHS}$$

QNo: 4 $\tan \theta = \frac{3}{\sqrt{2}}$ باقی ٹرگونیومیٹرک نسبتیں معلوم کریں

$$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

وتر معلوم کرنے کے لیے

$$\text{وتر}^2 = 3^2 + (\sqrt{2})^2 = 9 + 2 = 11$$

$$\text{وتر} = \sqrt{11}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{3}{\sqrt{11}} ; \cos \theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}} = \sqrt{\frac{2}{11}}$$

52 $\csc \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{11}}{3}$ $\sec \theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{11}{2}}$

$$\cot \theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

QNo: 5 زمین پر ایک مقام سے 30 m اونچی عمارت کی چوٹی کا زاویہ 28° عمارت کی بنیاد سے مقام کتنا دور ہے؟

$\overline{BC} = \text{عمود} = \text{اونچائی} = 30 \text{ m}$

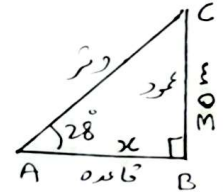
$\overline{AB} = \text{عمارت سے فاصلہ} = x = ?$

$\theta = 28^\circ$

$\tan \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$

$\tan 28^\circ = \frac{30}{x}$

$0.5317 = \frac{30}{x} \Rightarrow x = \frac{30}{0.5317} = 56.42 \text{ m}$



QNo: 6 دلواریں کے ساتھ لگی ہوئی سیڑھی زمین کے ساتھ 65° کا زاویہ بناتی ہے۔ اگر سیڑھی 10 m لمبی ہو تو یہ دلواریں کتنی اونچائی تک پہنچتی ہے؟

$\overline{AC} = \text{سیڑھی کی لمبائی} = \text{وتر} = 10 \text{ m}$

$\overline{BC} = \text{دلواریں کی اونچائی} = \text{عمود} = x = ?$

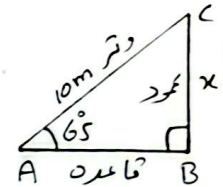
$\theta = 65^\circ$

$\sin \theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$

$\sin 65^\circ = \frac{x}{10}$

$0.9063 = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 10(0.9063)$

$x = 9.063 = 9.06 \text{ m}$



Easy Notes Math 9th class by
Muhammad Ijaz Ahmad
(MSc. Math)

Muhammad Ammar Yasir Madni
(BSc. Math)

(0300, 0313) 733 5154

03000831454

youtube link

@malikijazchughtai 8958

m**p

10/06/2025

Exercise 7.1

(53)

$$= \sqrt{36+81} = \sqrt{117} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 13}$$

$$= 3\sqrt{13}$$

QNo: 1 لقطہ $P(x, y)$ کے متعلق پس مقام کی وضاحت کریں

Describe location in the plane

i) $x > 0$ (Right half plane) دائیں آدھی مستوی
یا x ایکسز کے دائیں نصف کی قیمتیں $+ve$ ہوتی ہیں

ii) $x > 0$ and $y > 0$ (Ist Q) پہلا ربع
پہلے ربع میں x اور y دونوں $+ve$ ہوتے ہیں۔

iii) $x = 0$ (y -axis) y -محور پر x ہمیشہ صفر ہوتا ہے

iv) $y = 0$ (x -axis) x -محور پر y ہمیشہ صفر ہوتی ہے

v) $x > 0$ and $y \leq 0$ (IVth Q) چوتھے ربع میں x کی قیمت $+ve$ اور y کی قیمت $-ve$ ہوتی ہے

vi) $y = 0, x = 0$ (Origin) مبدا پر x اور y کی قیمتیں صفر ہوتی ہیں۔

vii) $x = y$ x اور y کے برابر ہونے پر x اور y کا نصف خط ہوتا ہے
line which bisect Ist Q & IIIrd Q

viii) $x \geq 3$ خط $x = 3$ پر دائیں طرف واقع نقاط کا سیٹ
Set of points lying on and right side of line $x = 3$

ix) $y > 0$ x -محور کے اوپر واقع نقاط کا سیٹ
The set of points lying above x -axis

x) x & y have opposite signs مخالف علامتیں
دو سرے اور چوتھے ربع میں نقاط کا سیٹ

The set of points in IInd Q & IVth Q

QNo: 2 لقطہ کا درمیانی فاصلہ معلوم کریں

Find distance b/w points.

i) $A(6, 7), B(0, -2)$
 $x_1 = 6, x_2 = 0$
 $y_1 = 7, y_2 = -2$

$$|AB| = \text{درمیانی فاصلہ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(0 - 6)^2 + (-2 - 7)^2}$$

$$= \sqrt{(-6)^2 + (-9)^2}$$

ii) $C(-5, -2), D(3, 2)$

$x_1 = -5, x_2 = 3$
 $y_1 = -2, y_2 = 2$

$$|CD| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(3 - (-5))^2 + (2 - (-2))^2}$$

$$= \sqrt{(3+5)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{(8)^2 + (4)^2}$$

$$= \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

iii) $L(0, 3), M(-2, -4)$

$x_1 = 0, y_1 = 3, x_2 = -2, y_2 = -4$

$$|LM| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-2 - 0)^2 + (-4 - 3)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-7)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 49} = \sqrt{53}$$

iv) $P(-8, -7), Q(0, 0)$

$x_1 = -8, y_1 = -7, x_2 = 0, y_2 = 0$

$$|PQ| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(0 + 8)^2 + (0 + 7)^2} = \sqrt{(8)^2 + (7)^2}$$

$$= \sqrt{64 + 49} = \sqrt{113}$$

QNo: 3 درمیانی فاصلہ اور درمیانی لقطہ معلوم کریں

Find distance b/w two points & Mid point

d) $A(3, 1), B(-2, -4)$

$x_1 = 3, y_1 = 1, x_2 = -2, y_2 = -4$

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-2 - 3)^2 + (-4 - 1)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2}$$

$$= 5\sqrt{2}$$

M. Point = $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
 درمیانی نقطہ
 $= \left(\frac{3-2}{2}, \frac{1-4}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

b) $A(-8, 3), B(2, -1)$
 $x_1 = -8, y_1 = 3, x_2 = 2, y_2 = -1$
 $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
 $= \sqrt{(2+8)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{(10)^2 + (-4)^2}$
 $= \sqrt{100+16} = \sqrt{116} = \sqrt{4 \times 29} = 2\sqrt{29}$

M. Point = $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
 درمیانی نقطہ
 $= \left(\frac{-8+2}{2}, \frac{3-1}{2}\right) = \left(-\frac{6}{2}, \frac{2}{2}\right)$
 $= (-3, 1)$

c) $A(-\sqrt{5}, -\frac{1}{3}), B(-3\sqrt{5}, 5)$
 $x_1 = -\sqrt{5}, y_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = -3\sqrt{5}, y_2 = 5$
 $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
 $= \sqrt{(-3\sqrt{5} + \sqrt{5})^2 + (5 + \frac{1}{3})^2}$
 $= \sqrt{(-2\sqrt{5})^2 + (\frac{15+1}{3})^2} = \sqrt{4(5) + (\frac{16}{3})^2}$
 $= \sqrt{20 + \frac{196}{9}} = \sqrt{\frac{180+196}{9}} = \sqrt{\frac{436}{9}}$
 $= \sqrt{\frac{4 \times 109}{9}} = \frac{2\sqrt{109}}{3}$

M. Point = $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
 درمیانی نقطہ
 $= \left(\frac{-\sqrt{5} - 3\sqrt{5}}{2}, \frac{-\frac{1}{3} + 5}{2}\right)$
 $= \left(-\frac{4\sqrt{5}}{2}, \frac{-\frac{1}{3} + \frac{15}{3}}{2}\right)$
 $= \left(-2\sqrt{5}, \frac{14}{3(2)}\right) = \left(-2\sqrt{5}, \frac{7}{3}\right)$

QNo: 4 مبدأ (origin) سے فاصلہ 15 یونٹ ہے

i) $A(\sqrt{176}, 7), O(0, 0)$
 $x_1 = \sqrt{176}, y_1 = 7, x_2 = 0, y_2 = 0$
 $|AO| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
 $= \sqrt{(0 - \sqrt{176})^2 + (0 - 7)^2} = \sqrt{(\sqrt{176})^2 + (-7)^2}$
 $= \sqrt{176 + 49} = \sqrt{225} = 15$
 یہ 15 یونٹ کے فاصلہ پر ہے۔

ii) $A(10, -10), O(0, 0)$
 $x_1 = 10, y_1 = -10, x_2 = 0, y_2 = 0$
 $|AO| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
 $= \sqrt{(0 - 10)^2 + (0 + 10)^2} = \sqrt{(-10)^2 + (10)^2}$
 $= \sqrt{100 + 100} = \sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = 10\sqrt{2}$
 یہ 15 یونٹ کے فاصلہ پر نہیں ہے۔

54

iii) $A(1, 15), O(0, 0)$
 $x_1 = 1, y_1 = 15, x_2 = 0, y_2 = 0$

$|AO| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
 $= \sqrt{(0 - 1)^2 + (0 - 15)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-15)^2}$
 $= \sqrt{1 + 225} = \sqrt{226}$
 یہ 15 یونٹ کے فاصلہ پر نہیں ہے۔

QNo: 5 ثابت کریں $C(0, -2)$ اور $B(\sqrt{3}, 1), A(0, 2)$ قائمہ زاویہ مثلث کے کونے (vertices) ہیں

(i) $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $A(0, 2), B(\sqrt{3}, 1)$
 $x_1 = 0, y_1 = 2, x_2 = \sqrt{3}, y_2 = 1$
 $= \sqrt{(\sqrt{3} - 0)^2 + (1 - 2)^2}$
 $= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = \sqrt{3 + 1} = \sqrt{4} = 2$

$|BC| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $B(\sqrt{3}, 1), C(0, -2)$
 $x_1 = \sqrt{3}, y_1 = 1, x_2 = 0, y_2 = -2$
 $= \sqrt{(0 - \sqrt{3})^2 + (-2 - 1)^2}$
 $= \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-3)^2} = \sqrt{3 + 9} = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$

$|AC| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $A(0, 2), C(0, -2)$
 $x_1 = 0, y_1 = 2, x_2 = 0, y_2 = -2$
 $= \sqrt{(0 - 0)^2 + (-2 - 2)^2}$
 $= \sqrt{(0)^2 + (-4)^2} = \sqrt{0 + 16} = \sqrt{16} = 4$

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$
 $(4)^2 = (2)^2 + (2\sqrt{3})^2$
 $16 = 4 + 4(3) = 4 + 12$
 $16 = 16$

لہذا ثابت ہوا کہ یہ قائمہ زاویہ مثلث کے کونے ہیں

ثابت کریں $C(2, 2), B(-2, -3), A(3, 1)$ مثلث کے کونے (vertices) ہیں

$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $A(3, 1), B(-2, -3)$
 $x_1 = 3, y_1 = 1, x_2 = -2, y_2 = -3$
 $= \sqrt{(-2 - 3)^2 + (-3 - 1)^2}$
 $= \sqrt{(-5)^2 + (-4)^2} = \sqrt{25 + 16}$
 $= \sqrt{41}$

$|BC| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $B(-2, -3), C(2, 2)$
 $x_1 = -2, y_1 = -3, x_2 = 2, y_2 = 2$
 $= \sqrt{(2 + 2)^2 + (2 + 3)^2}$
 $= \sqrt{(4)^2 + (5)^2} = \sqrt{16 + 25}$
 $= \sqrt{41}$

$|AC| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $A(3, 1), C(2, 2)$
 $x_1 = 3, y_1 = 1, x_2 = 2, y_2 = 2$
 $= \sqrt{(2 - 3)^2 + (2 - 1)^2}$
 $= \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$

ثابت کریں $C(-3, -4), B(-2, 3), A(5, 2)$ ایک متوازی الاضلاع کے کونے ہیں

$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $A(5, 2), B(-2, 3)$
 $x_1 = 5, y_1 = 2, x_2 = -2, y_2 = 3$
 $= \sqrt{(-2 - 5)^2 + (3 - 2)^2}$

$$|AB| = \sqrt{(-7)^2 + (1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$$

$$|BC| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} \quad B(-3,3), C(-3,-4)$$

$$= \sqrt{(-3+3)^2 + (-4-3)^2} \quad x_1=-2 \quad x_2=-3$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (-7)^2} \quad y_1=3 \quad y_2=-4$$

$$= \sqrt{16+49} = \sqrt{65}$$

$$|CD| = \sqrt{(4+3)^2 + (-5+4)^2} \quad C(-3,-4), D(4,-5)$$

$$= \sqrt{(7)^2 + (-1)^2} \quad x_1=-3 \quad x_2=4$$

$$= \sqrt{49+1} = \sqrt{50} \quad y_1=-4 \quad y_2=-5$$

$$|AD| = \sqrt{(4-5)^2 + (-5-2)^2} \quad A(5,2), D(4,-5)$$

$$= \sqrt{(-1)^2 + (-7)^2} \quad x_1=5 \quad x_2=4$$

$$= \sqrt{1+49} = \sqrt{50} \quad y_1=2 \quad y_2=-5$$

$$|AB| = |CD| \text{ \& \ } |BC| = |AD|$$

آپنے سامنے کے اضلاع برابر ہیں لہذا یہ کونے متوازی الاضلاع کے کونے ہیں۔

QNo: 6 $B(0,2), A(\sqrt{3},-1)$ کی قیمت معلوم کریں لفظ $C(h,-2)$ اور A زاویہ $\angle BAC = 90^\circ$ ۔

$$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} \quad A(\sqrt{3},-1), B(0,2)$$

$$= \sqrt{(0-\sqrt{3})^2 + (2+1)^2} \quad x_1=\sqrt{3} \quad x_2=0$$

$$= \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (3)^2} \quad y_1=-1 \quad y_2=2$$

$$= \sqrt{3+9} = \sqrt{12}$$

$$|BC| = \sqrt{(h-0)^2 + (-2-2)^2} \quad B(0,2), C(h,-2)$$

$$= \sqrt{(h)^2 + (-4)^2} = \sqrt{h^2+16} \quad x_1=0 \quad x_2=h$$

$$y_1=2 \quad y_2=-2$$

$$|AC| = \sqrt{(h-\sqrt{3})^2 + (-2+1)^2} \quad A(\sqrt{3},-1), C(h,-2)$$

$$= \sqrt{(h-\sqrt{3})^2 + (-1)^2} \quad x_1=\sqrt{3} \quad x_2=h$$

$$= \sqrt{h^2+3-2h\sqrt{3}+1} = \sqrt{h^2+4-2h\sqrt{3}} \quad y_1=-1 \quad y_2=-2$$

مسد فیثاغورث کی رو سے

$$(BC)^2 = (AC)^2 + (AB)^2$$

$$(\sqrt{h^2+16})^2 = (\sqrt{h^2+4-2h\sqrt{3}})^2 + (\sqrt{12})^2$$

$$h^2+16 = h^2+4-2h\sqrt{3}+12$$

$$h^2-h^2+2h\sqrt{3}+16-4-12=0$$

$$2h\sqrt{3}=0$$

$$h\sqrt{3} = \frac{0}{2} = 0$$

$$h = \frac{0}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\boxed{h=0}$$

55 QNo: 7 $B(3,2), A(-1,h)$ کے لیے

اور $C(7,3)$ ہم خط ہیں (collinear)۔ چونکہ تینوں نقاط ہم خط ہیں تو نقطہ B نقطہ A اور C کے درمیانی نقطہ (M. Point) ہوگا۔ لہذا

$$B(3,2) = \text{M. Point } (A \& C) \quad A(-1,h), C(7,3)$$

$$B(3,2) = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right) \quad x_1=-1 \quad x_2=7$$

$$y_1=h \quad y_2=3$$

$$(3,2) = \left(\frac{-1+7}{2}, \frac{h+3}{2} \right)$$

$$(3,2) = \left(\frac{6}{2}, \frac{h+3}{2} \right) = \left(3, \frac{h+3}{2} \right)$$

$$2 = \frac{h+3}{2}$$

$$h+3=4 \Rightarrow h=4-3 \Rightarrow \boxed{h=1}$$

QNo: 8 نقاط $B(5,-4)$ اور $A(-5,-2)$ کے قطر (chord) کے مرکز ہیں۔ دائرہ کا مرکز اور رداس معلوم کریں۔

$\overline{AB}$ دائرہ کا قطر ہے اور نقطہ O دائرہ کا مرکز ہے AO اور BO دائرہ کے رداس ہیں۔

$$\text{M. Point} = O \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right) \quad A(-5,-2), B(5,-4)$$

$$= O \left(\frac{-5+5}{2}, \frac{-2-4}{2} \right) \quad x_1=-5 \quad x_2=5$$

$$= O \left(\frac{0}{2}, \frac{-6}{2} \right) = O(0,-3) \quad y_1=-2 \quad y_2=-4$$

$$r = |AO| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} \quad A(-5,-2), O(0,-3)$$

$$= \sqrt{(0+5)^2 + (-3+2)^2} \quad x_1=-5 \quad x_2=0$$

$$= \sqrt{25+1} = \sqrt{26} \quad y_1=-2 \quad y_2=-3$$

QNo: 9 نقاط $C(-6,-7), B(2,7), A(h,1)$ کے لیے زاویہ $\angle BAC = 90^\circ$ ۔

$$|AB| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} \quad A(h,1), B(2,7)$$

$$= \sqrt{(2-h)^2 + (7-1)^2} \quad x_1=h \quad x_2=2$$

$$= \sqrt{4+h^2-4h+36} = \sqrt{h^2-4h+40} \quad y_1=1 \quad y_2=7$$

$$|BC| = \sqrt{(-6-2)^2 + (-7-7)^2} \quad B(2,7), C(-6,-7)$$

$$= \sqrt{(-8)^2 + (-14)^2} \quad x_1=2 \quad x_2=-6$$

$$= \sqrt{64+196} = \sqrt{260} \quad y_1=7 \quad y_2=-7$$

$$|AC| = \sqrt{(-6-h)^2 + (-7-1)^2} \quad A(h,1), C(-6,-7)$$

$$= \sqrt{36+h^2+12h+64} \quad x_1=h \quad x_2=-6$$

$$= \sqrt{h^2+12h+100} \quad y_1=1 \quad y_2=-7$$

مسد فیثاغورث کی رو سے

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2$$

$$(\sqrt{260})^2 = (\sqrt{h^2-4h+40})^2 + (\sqrt{h^2+12h+100})^2$$

$$260 = h^2-4h+40 + h^2+12h+100$$

$$260 = 2h^2 + 8h + 140$$

$$2h^2 + 8h + 140 - 260 = 0$$

$$2h^2 + 8h - 120 = 0 \Rightarrow h^2 + 4h - 60 = 0$$

$$h^2 + 10h - 6h - 60 = 0$$

$$h(h+10) - 6(h+10) = 0$$

$$(h+10)(h-6) = 0$$

$$h+10=0 \quad \text{or} \quad h-6=0$$

$$h=-10 \quad \text{or} \quad h=6$$

QNo: 10 C(-3,-7), B(-7,7), A(9,3) نقاط

اور D(5,-5) جو کہ اس کے اضلاع کے وسطی نقاط معلوم کریں۔ ثابت کریں کہ وسطی نقاط کو ملنے سے جو شکل بنتی ہے وہ متوازی الاضلاع ہے۔

Sol
M. Point of AB = L($\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}$)
AB کے وسطی نقطہ

$$= L(\frac{9-7}{2}, \frac{3+7}{2}) \quad \begin{matrix} A(9,3) \\ B(-7,7) \end{matrix}$$

$$= L(\frac{2}{2}, \frac{10}{2}) = L(1, 5)$$

M. Point of BC = M($\frac{-7-3}{2}, \frac{7-7}{2}$)

$$BC \text{ کے وسطی نقطہ} = M(\frac{-10}{2}, \frac{0}{2})$$

$$= M(-5, 0)$$

M. Point of CD = N($\frac{-3+5}{2}, \frac{-7-5}{2}$)

$$CD \text{ کے وسطی نقطہ} = N(\frac{2}{2}, \frac{-12}{2}) = N(1, -6)$$

M. Point of DA = O($\frac{5+9}{2}, \frac{-5+3}{2}$)

$$DA \text{ کے وسطی نقطہ} = O(\frac{14}{2}, \frac{-2}{2})$$

$$= O(7, -1)$$

$$|LM| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-5-1)^2 + (0-5)^2}$$

$$= \sqrt{(-6)^2 + (-5)^2} = \sqrt{36+25} = \sqrt{61}$$

$$|MN| = \sqrt{(1+5)^2 + (-6-0)^2}$$

$$= \sqrt{(6)^2 + (-6)^2} = \sqrt{36+36}$$

$$= \sqrt{72}$$

$$|NO| = \sqrt{(7-1)^2 + (-1+6)^2}$$

$$= \sqrt{(6)^2 + (5)^2} = \sqrt{36+25} = \sqrt{61}$$

$$|OL| = \sqrt{(1-7)^2 + (5+1)^2}$$

$$= \sqrt{(-6)^2 + (6)^2} = \sqrt{36+36}$$

$$= \sqrt{72}$$

$$|LM| = |NO| \text{ \& \& } |MN| = |OL|$$

آپنے سامنے کے اضلاع کی لمبائیاں برابر ہیں لہذا وسطی نقاط کو ملنے سے متوازی الاضلاع بنتی ہے۔

56 Exercise 7.2

QNo: 1 دیے گئے نقاط سے بننے والے خط کی ڈھلوان

(Find slope & inclination) اور جھکاؤ معلوم کریں

i) (-2, 4) و (5, 11)

$$x_1 = -2, y_1 = 4 \quad x_2 = 5, y_2 = 11$$

$$\text{Slope} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{11-4}{5-(-2)} = \frac{7}{7} = 1$$

$$\tan \alpha = 1$$

$$\alpha = \tan^{-1}(1)$$

$$= 45^\circ$$

iii) (4, 6) و (4, 8)

$$\text{Slope} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{8-6}{4-4} = \frac{2}{0} = \infty$$

$$\tan \alpha = \infty$$

$$\alpha = \tan^{-1}(\infty) = 90^\circ$$

ii) (3, 2) و (2, 7)

$$x_1 = 3, y_1 = 2 \quad x_2 = 2, y_2 = 7$$

$$\text{Slope} = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{7-2}{2-3} = \frac{5}{-1} = -5$$

$$\tan \alpha = -5$$

$$\alpha = \tan^{-1}(-5)$$

$$= -83.66^\circ$$

$$= 180 - 83.66$$

$$= 96.34^\circ$$

$$= 90^\circ + (0.34 \times 60)'$$

$$= 90^\circ + 20' = 90^\circ 20'$$

QNo: 2 ڈھلوان کے ذریعے ظاہر کریں کہ یہ نقاط ایک ہی خط پر ہیں

By means of slope show points lie on the same line.

i) A(-1, -3); B(1, 5) و C(2, 9)

تینوں نقاط ہم خط ہوں گے اگر AB کا سلوپ، BC کا سلوپ اور CA کا سلوپ برابر ہوں۔

$$\text{Slope of AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$AB \text{ کے ڈھلوان}$$

$$m_1 = \frac{5-(-3)}{1-(-1)} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\text{Slope of BC} = m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_2 = \frac{9-5}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\text{Slope of CA} = m_3 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_3 = \frac{-3-9}{-1-2} = \frac{-12}{-3} = 4$$

لہذا ثابت ہوا کہ یہ نقاط ایک ہی خط پر ہیں $m_1 = m_2 = m_3$

ii) P(4, -5), Q(7, 5), R(10, 15)

تینوں نقاط ہم خط ہوں گے اگر RP کا سلوپ، QR کا سلوپ اور PQ کا سلوپ برابر ہوں۔

$$\text{Slope of PQ} = m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$PQ \text{ کے ڈھلوان}$$

$$m_1 = \frac{5-(-5)}{7-4} = \frac{10}{3}$$

$$\text{Slope of QR} = m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_2 = \frac{15-5}{10-7} = \frac{10}{3}$$

$$\text{Slope of RP} = m_3 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_3 = \frac{-5-15}{4-10} = \frac{-20}{-6} = \frac{10}{3}$$

لہذا ثابت ہوا کہ یہ نقاط ایک ہی خط پر ہیں۔ $m_1 = m_2 = m_3$

(iii) $L(-4,6), M(3,8), N(10,10)$
 تینوں نقاط ہم خط ہوں گے اگر $\overline{LM}, \overline{MN}, \overline{LN}$ کے سلوپ برابر ہوں

سلوپ کا $LM = m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_1 = \frac{8-6}{3-(-4)} = \frac{2}{7}$

سلوپ کا $\overline{MN} = m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_2 = \frac{10-8}{10-3} = \frac{2}{7}$

سلوپ کا $\overline{NL} = m_3 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_3 = \frac{6-10}{-4-10} = \frac{-4}{-14} = \frac{2}{7}$

چونکہ تینوں سلوپ برابر ہیں لہذا یہ نقاط ایک ہی خط پر ہیں۔

(iv) $X(a, 2b), Y(c, a+b), Z(2c-a, 2a)$
 تینوں نقاط ہم خط ہوں گے اگر $\overline{XY}, \overline{YZ}, \overline{XZ}$ کے سلوپ برابر ہوں

سلوپ کا $\overline{XY} = m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_1 = \frac{a+b-2b}{c-a} = \frac{a-b}{c-a}$

سلوپ کا $\overline{YZ} = m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_2 = \frac{2a-a-b}{2c-a-c} = \frac{a-b}{c-a}$

سلوپ کا $\overline{XZ} = m_3 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_3 = \frac{2a-2b}{a-2c+a} = \frac{2(b-a)}{2a-2c} = \frac{2(b-a)}{2(a-c)} = \frac{a-b}{c-a}$

لہذا تینوں نقاط ایک ہی خط پر ہیں۔

QNo: 3 معلوم کریں جب $A(7,3), B(k,-6)$ کو ملے والے خط $C(-4,5), D(-6,4)$ کو ملے والے خط (توازنی ہوں) موازی ہوں۔

سلوپ کا $\overline{AB} = m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_1 = \frac{-6-3}{k-7} = \frac{-9}{k-7}$

سلوپ کا $\overline{CD} = m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_2 = \frac{4-5}{-6-(-4)} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

جب موازی ہوں (Parallel)
 $m_1 = m_2$
 $\frac{-9}{k-7} = \frac{1}{2}$
 $-18 = k-7$
 $-18+7 = k$
 $k = -11$

جب عمودی ہوں (Perpendicular)
 $m_1 \cdot m_2 = -1$
 $\frac{-9}{k-7} \cdot \frac{1}{2} = -1$
 $\frac{-9}{2k-14} = -1$
 $-9 = -2k+14$
 $2k = 14+9$
 $2k = 23$
 $k = \frac{23}{2}$

57 QNo: 4 سلوپ کا استعمال کرتے ہوئے ثابت کریں کہ مثلث اپنے راس $A(6,1), B(2,7), C(-6,-7)$ کے ساتھ متوازن ہے۔

سلوپ کا $\overline{AB} = m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_1 = \frac{7-1}{2-6} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$

سلوپ کا $\overline{BC} = m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_2 = \frac{-7-7}{-6-2} = \frac{-14}{-8} = \frac{7}{4}$

سلوپ کا $\overline{CA} = m_3 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_3 = \frac{1+7}{6+6} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

اگر دو سلوپ ایک دوسرے پر عمود ہوں تو ان کا حاصل ضرب -1 ہوتا ہے۔
 $m_1 \times m_3 = -1$
 $-\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = -1$
 $-1 = -1$

لہذا $\overline{AB}$ اور $\overline{CA}$ ایک دوسرے پر عمود ہیں لہذا یہ مثلث قائمہ زاویہ مثلث بناتے ہیں۔

QNo: 5 نقاط کے دو جوڑے دیے گئے ہیں معلوم کریں کہ ان نقاط سے بننے والے دو خطوط موازی ہیں یا عمود ہیں (یا کچھ بھی نہیں ہیں)۔

a) $(1, -2), (2, 4)$ اور $(4, 1), (-8, 2)$

slope $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_1 = \frac{4+2}{2-1} = \frac{6}{1} = 6$

slope $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_2 = \frac{2-1}{-8-4} = \frac{1}{-12} = -\frac{1}{12}$

چونکہ $m_1 \neq m_2$ لہذا یہ موازی نہیں ہیں۔
 $m_1 \times m_2 \neq -1$
 $6 \times -\frac{1}{12} = -\frac{1}{2}$

لہذا یہ عمود بھی نہیں ہیں۔

b) $(-3, 4), (6, 2)$ اور $(4, 5), (-2, -7)$

slope $m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_1 = \frac{2-4}{6+3} = \frac{-2}{9}$

slope $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_2 = \frac{-7-5}{-2-4} = \frac{-12}{-6} = 2$

چونکہ $m_1 \neq m_2$ لہذا یہ موازی نہیں ہیں۔
 $m_1 \times m_2 \neq -1$
 $-\frac{2}{9} \times 2 = -\frac{4}{9}$

لہذا یہ عمود بھی نہیں ہیں۔

QNo: 6 Find equation of lines (58)

a) (7, -9) سے گزرنے والا افقی خط (horizontal)
 افقی خط میں سلوپ '0' ہوتا ہے پوائنٹ $P(7, -9)$
 پوائنٹ $P(7, -9)$ سے گزرنے والا افقی خط
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $y + 9 = 0(x - 7)$
 $y + 9 = 0$

b) (-5, 3) سے گزرنے والا عمودی خط (vertical)
 عمودی خط میں سلوپ '∞' ہوتا ہے پوائنٹ $P(-5, 3)$
 عمودی خط میں y صفر ہوتا ہے
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $y - 3 = ∞(x + 5)$
 $y - 3 = \frac{1}{0}(x + 5)$
 $0(y - 3) = 1(x + 5)$
 $0 = x + 5$
 $x + 5 = 0$

c) A(-6, 5) سے گزرنے والا خط جس کی ڈھلوان (سلوپ) 7 ہے
 $A(-6, 5)$ $m = 7$ $x_1 = -6$ $y_1 = 5$
 مساوات $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $y - 5 = 7(x + 6)$
 $y - 5 = 7x + 42 \Rightarrow 0 = 7x - y + 42 + 5$
 $7x - y + 47 = 0$

d) (8, 3) سے گزرنے والا خط جس کی ڈھلوان (سلوپ) 0 ہے
 $P(8, -3)$, $m = 0$ $x_1 = 8$, $y_1 = -3$
 مساوات $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $y + 3 = 0(x - 8)$
 $y + 3 = 0$

e) (-8, 5) سے گزرنے والا خط جس کی ڈھلوان (سلوپ) بڑھاپ (undefined) ہے
 $P(-8, 5)$, $m = ∞$ $x_1 = -8$, $y_1 = 5$
 مساوات $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $y - 5 = ∞(x + 8) \Rightarrow y - 5 = \frac{1}{0}(x + 8)$
 $0(y - 5) = 1(x + 8)$
 $0 = x + 8 \Rightarrow x + 8 = 0$

f) (-5, -3) اور (9, -1) سے گزرنے والا خط
 دو نقاط والا فارمولا
 $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
 $\frac{y + 3}{-1 + 3} = \frac{x + 5}{9 + 5}$
 $\frac{y + 3}{2} = \frac{x + 5}{14} \Rightarrow 14(y + 3) = 2(x + 5)$
 $14y + 42 = 2x + 10$
 $0 = 2x - 14y + 10 - 42$
 $2x - 14y - 32 = 0$
 $x - 7y - 16 = 0$

g) y-قاطع: -7 اور ڈھلوان: -5
 y-intercept: -7 & slope = -5
 y-قاطع میں x کی قیمت '0' ہوتی ہے لہذا
 $P(0, -7)$, $m = -5$ $x_1 = 0$, $y_1 = -7$
 مساوات $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $y + 7 = -5(x - 0)$
 $y + 7 = -5x + 0 \Rightarrow -5x = y + 7$
 $5x + y + 7 = 0$

h) x-قاطع: -3 اور y-قاطع: 4
 x-intercept: -3 & y-intercept: 4
 x-قاطع میں y صفر ہوتا ہے اور y-قاطع میں x صفر ہوتا ہے
 دو نقاط والا فارمولا
 $P(-3, 0)$ & $(0, 4)$
 $x_1 = -3$, $y_1 = 0$ $x_2 = 0$, $y_2 = 4$
 $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
 $\frac{y - 0}{4 - 0} = \frac{x + 3}{0 + 3} \Rightarrow \frac{y}{4} = \frac{x + 3}{3}$
 $3y = 4(x + 3) \Rightarrow 3y = 4x + 12$
 $4x - 3y + 12 = 0$

i) x-قاطع: -9 اور ڈھلوان: -4
 x-intercept: -9 & slope = -4
 x-قاطع میں y صفر ہوتا ہے لہذا پوائنٹ
 $P(-9, 0)$, $m = -4$
 مساوات $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $y - 0 = -4(x + 9)$
 $y = -4x - 36$
 $4x + y + 36 = 0$

QNo: 7 A(3, 5) اور B(9, 8) کو ملانے والا خط
 قطعہ خط کے عمودی ناصف کی مساوات معلوم کریں۔
 AB کے درمیانی نقطہ معلوم کرتے ہیں
 M. Point of AB = $m(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$
 $M = m(\frac{3 + 9}{2}, \frac{5 + 8}{2}) = m(\frac{12}{2}, \frac{13}{2})$
 $M = m(6, \frac{13}{2})$
 AB کے سلوپ معلوم کرنے کے لیے
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 5}{9 - 3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 AB کے عمودی ناصف کا سلوپ $AB = -\frac{2}{1} = -2$
 عمودی ناصف کی مساوات $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $y - \frac{13}{2} = -2(x - 6)$
 $y - \frac{13}{2} = -2x + 12$
 $2y - 13 = -4x + 24$
 $4x + 2y - 37 = 0$

QNo: 8 سے گزرنے والے خط کی مساوات $(-4, -6)$ (59)

معلوم کریں جو اس خط پر عمود ہوا اور ڈھلوان $-\frac{3}{2}$ ہو۔

پوائنٹ $P(-4, -6)$

$P(-4, -6)$

ڈھلوان (slope) $= -\frac{3}{2}$

عمود پر سلوپ $m = \frac{2}{3}$

مساوات $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y + 6 = \frac{2}{3}(x + 4)$$

$$3(y + 6) = 2(x + 4) \Rightarrow 3y + 18 = 2x + 8$$

$$0 = 2x - 3y + 8 - 18$$

$$2x - 3y - 10 = 0$$

QNo: 9 (11, -5) سے گزرنے والی مساوات معلوم کریں

جو اس خط کے متوازی ہو اور ڈھلوان -24 ہو۔

پوائنٹ $P(11, -5)$ $x_1 = 11$
 $y_1 = -5$

ڈھلوان (slope) $= -24$

متوازی خط پر عمود $m = -24$

مساوات $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y + 5 = -24(x - 11)$$

$$y + 5 = -24x + 264$$

$$24x + y + 5 - 264 = 0$$

$$24x + y - 259 = 0$$

QNo: 10 درج ذیل مساواتوں کو ڈھلوان قاطع شکل

slope intercept form دو قاطع شکل two intercept form اور عام شکل Normal form میں تبدیل کریں۔

$$2x - 4y + 11 = 0$$

ڈھلوان قاطع شکل (slope intercept form)

$$2x + 11 = 4y$$

$$4y = 2x + 11$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{2x}{4} + \frac{11}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{4}$$

$$m = \frac{1}{2}, c = \frac{11}{4}$$

دو قاطع شکل (two intercept form)

$$2x - 4y + 11 = 0$$

$$11 = -2x + 4y$$

$$\frac{11}{11} = \frac{-2x}{11} + \frac{4y}{11}$$

$$1 = -\frac{2}{11}x + \frac{4}{11}y \Rightarrow \frac{2}{11}x + \frac{4}{11}y = 1$$

$$\frac{x}{-\frac{11}{2}} + \frac{y}{\frac{11}{4}} = 1 \quad \alpha = -\frac{11}{2}, b = \frac{11}{4}$$

Normal form عام شکل

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$$

Taking magnitude of $2x - 4y + 11 = 0$

$$a = 2, b = -4, c = 11$$

$$\sqrt{(a)^2 + (b)^2}$$

$$= \sqrt{(2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4 + 16}$$

$$= \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

مساوات کو $2\sqrt{5}$ پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{-2x}{2\sqrt{5}} + \frac{4y}{2\sqrt{5}} = \frac{11}{2\sqrt{5}}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{5}}x + \frac{2}{\sqrt{5}}y = \frac{11}{2\sqrt{5}}$$

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$$

موازنہ کرنے سے

$$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, p = \frac{11}{2\sqrt{5}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2/\sqrt{5}}{-1/\sqrt{5}} = -\frac{2}{1} = -2$$

$$\alpha = \tan^{-1}(-2) = -63.43^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 63.43^\circ = 116.57^\circ$$

Required Normal form

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$$

$$x \cos 116.57^\circ + y \sin 116.57^\circ = \frac{11}{2\sqrt{5}}$$

$$b) 4x + 7y - 2 = 0$$

ڈھلوان قاطع شکل (slope intercept form) $y = mx + c$

$$7y = -4x + 2$$

$$\frac{7y}{7} = -\frac{4}{7}x + \frac{2}{7} \Rightarrow y = -\frac{4}{7}x + \frac{2}{7} \quad m = -\frac{4}{7}, c = \frac{2}{7}$$

دو قاطع شکل (two intercept form) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$$4x + 7y - 2 = 0$$

$$4x + 7y = 2$$

$$\frac{4x}{2} + \frac{7y}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow 2x + \frac{7}{2}y = 1$$

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} + \frac{y}{\frac{2}{7}} = 1 \quad a = \frac{1}{2}, b = \frac{2}{7}$$

Normal form (عام شکل) $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

Taking magnitude of $4x + 7y - 2 = 0$

$$a = 4, b = 7$$

$$\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$= \sqrt{(4)^2 + (7)^2} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65}$$

$$4x + 7y = 2$$

مساوات کو $\sqrt{65}$ پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{4x}{\sqrt{65}} + \frac{7y}{\sqrt{65}} = \frac{2}{\sqrt{65}}$$

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$$

موازنہ کرنے سے

$$\cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{65}}, \sin \alpha = \frac{7}{\sqrt{65}}, p = \frac{2}{\sqrt{65}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{7/\sqrt{65}}{4/\sqrt{65}} = \frac{7}{4}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{7}{4}\right) = 60.26^\circ$$

Required Normal form

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$$

$$x \cos 60.26^\circ + y \sin 60.26^\circ = \frac{2}{\sqrt{65}}$$

مطلوبہ عام شکل

c) $15y - 8x + 3 = 0$

(slope intercept form) $y = mx + c$

$15y = 8x - 3$

$\frac{15y}{15} = \frac{8x}{15} - \frac{3}{15} \Rightarrow y = \frac{8}{15}x - \frac{1}{5}$ $m = \frac{8}{15}$
 $c = -\frac{1}{5}$

(two intercept form) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$15y - 8x + 3 = 0$

$3 = 8x - 15y$

$\frac{3}{3} = \frac{8}{3}x - \frac{15}{3}y \Rightarrow 1 = \frac{8}{3}x - 5y$

$\frac{8}{3}x - 5y = 1$

$\frac{x}{\frac{3}{8}} + \frac{y}{-\frac{1}{5}} = 1$ $a = \frac{3}{8}, b = -\frac{1}{5}$

(Normal form) $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

Taking magnitude of $-8x + 15y + 3 = 0$

$\sqrt{a^2 + b^2}$ $a = -8, b = 15$

$= \sqrt{(-8)^2 + (15)^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$

$15y - 8x + 3 = 0$

$8x - 15y = 3$

$\frac{8}{17}x - \frac{15}{17}y = \frac{3}{17}$

$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

$\cos \alpha = \frac{8}{17}, \sin \alpha = -\frac{15}{17}, p = \frac{3}{17}$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-15/17}{8/17} = -\frac{15}{8}$

$\alpha = \tan^{-1}(-\frac{15}{8}) = -61.93^\circ$

$= 360^\circ - 61.93^\circ = 298.07^\circ$

Required Normal form

$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

$x \cos 298.07^\circ + y \sin 298.07^\circ = \frac{3}{17}$

QNo: 11

پڑتال کر کے دو لائنیں ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔

a) $2x + y - 3 = 0$; $4x + 2y + 5 = 0$

$l_1: 2x + y - 3 = 0$

$a = 2, b = 1, c = -3$

$m_1 = -\frac{a}{b}$

$= -\frac{2}{1} = -2$

$l_2: 4x + 2y + 5 = 0$

$a = 4, b = 2, c = 5$

$m_2 = -\frac{a}{b}$

$= -\frac{4}{2} = -2$

$m_1 = m_2$

لہذا دونوں لائنیں ایک دوسرے کے متوازی ہیں۔

b) $l_1: 3y = 2x + 5$

$2x - 3y + 5 = 0$

$a = 2, b = -3, c = 5$

$m_1 = -\frac{a}{b}$

$l_2: 3x + 2y - 8 = 0$

$a = 3, b = 2, c = -8$

$m_2 = -\frac{a}{b}$

60

$m_1 = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$

$m_2 = -\frac{3}{2}$

$m_1 \times m_2 = \frac{2}{3} \times -\frac{3}{2} = -1$

چونکہ دونوں سلوپ کا حاصل ضرب -1 کے برابر ہے لہذا دونوں لائنیں ایک دوسرے پر عمود ہیں۔

c) $4y + 2x - 1 = 0$; $x - 2y - 7 = 0$

$2x + 4y - 1 = 0$

$a = 1, b = -2, c = -7$

$a = 2, b = 4, c = -1$

$m_2 = -\frac{a}{b}$

$m_1 = -\frac{a}{b}$

$= -\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$= -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

دونوں لائنوں کے سلوپ نہ ایک دوسرے کے برابر ہیں اور نہ ان کا حاصل ضرب -1 کے برابر ہے لہذا یہ لائنیں نہ متوازی ہیں اور نہ عمود ہیں۔

QNo: 12 سے گزرنے والے خط کی مساوات معلوم کریں۔
جو کہ خط $2x - 7y + 4 = 0$ کے متوازی ہو۔

(خط) $l \Rightarrow 2x - 7y + 4 = 0$

$a = 2, b = -7, c = 4$

سلوپ $m = \frac{a}{b} = \frac{-(-2)}{-7} = \frac{2}{7}$

پوائنٹ $P(-4, 7)$ $x_1 = -4, y_1 = 7$

مساوات $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 7 = \frac{2}{7}(x + 4)$

$7(y - 7) = 2(x + 4) \Rightarrow 7y - 49 = 2x + 8$

$2x - 7y + 8 + 49 = 0 \Rightarrow 2x - 7y + 57 = 0$

QNo: 13 سے گزرنے والے خط کی مساوات معلوم کریں۔
جو $A(-15, -8)$ اور $B(10, 7)$ سے بننے والے خط پر عمود ہو۔

خط AB کا سلوپ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$A(-15, -8), B(10, 7)$
 x_1, y_1, x_2, y_2

$m = \frac{7 + 8}{10 + 15} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

خط پر عمود کا سلوپ $m = -\frac{5}{3}$

پوائنٹ $P(5, -8)$ $x_1 = 5, y_1 = -8$

مساوات $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y + 8 = -\frac{5}{3}(x - 5)$

$3(y + 8) = -5(x - 5)$

$3y + 24 = -5x + 25$

$5x + 3y + 24 - 25 = 0$

$5x + 3y - 1 = 0$

2nd method

$2x + y - 3 = 0$

$y = -2x + 3$

Comparing with $y = mx + c$

$m_1 = -2$

$m_1 = m_2$

یہ دو لائنیں متوازی ہیں۔

$4x + 2y + 5 = 0$

$2y = -4x - 5$

$\frac{2y}{2} = \frac{-4x - 5}{2}$

$y = -2x - \frac{5}{2}$

Comparing with $y = mx + c$

$m_2 = -2$

Exercise 7.3

(61) QNo: 7 ایک جہاز (12°N, 65°W) سے پورٹ A پر واقع ہو رہی ہے۔ اگر جہاز زمین کی سطح پر مختصر ترین راستے پر سفر کرے۔ لنگر کے درمیان خط مستقیم کا فاصلہ معلوم کریں۔

QNo: 1 دو گروں کے گھروں کو ایک گڑ پر محدودات (2,6) اور (9,12) کے ذریعے ظاہر کیا گیا ہے۔ گروں کے درمیان فاصلہ معلوم کریں۔

گروں کے محدودات = A(2,6), B(9,12)
co-ordinates $\begin{matrix} x_1 & y_1 & x_2 & y_2 \end{matrix}$

گروں کا درمیانی فاصلہ $= |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$= \sqrt{(9-2)^2 + (12-6)^2} = \sqrt{7^2 + 6^2}$$

$$= \sqrt{49 + 36} = \sqrt{85} \approx 9.22 \text{ km}$$

QNo: 2 ایک سیدھی پگھلائی ہوئی (straight line) نقطہ (5,7) سے شروع ہوتی ہے اور نقطہ (15,3) پر ختم ہوتی ہے۔ وسطی نقطہ کے محدودات معلوم کریں۔

فرض کیا دو نقاط = A(5,7), B(15,3)
وسطی نقطہ (M-point) = $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

$$= (\frac{5+15}{2}, \frac{7+3}{2}) = (\frac{20}{2}, \frac{10}{2}) = (10, 5)$$

QNo: 3 ایک تعمیر پارک ڈیزائن کر رہا ہے جس میں دو عمارتوں کے محدودات (10,8) اور (4,3) گڑ پر واقع ہیں۔ عمارتوں کے درمیان فاصلہ معلوم کریں۔

فرض کیا دو نقاط = A(10,8), B(4,3)
درمیانی فاصلہ $= |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$= \sqrt{(4-10)^2 + (3-8)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-5)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 25} = \sqrt{61} \approx 7.81 \text{ m}$$

QNo: 4 ڈیپو کی ڈرائیور کو دو ڈیپو کی خدمات کے درمیان فاصلہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔ ایک مقام نقشے پر (7,2) اور دوسرا (12,10) پر واقع ہے۔ فاصلہ معلوم کریں۔

فرض کیا دو نقاط = A(7,2), B(12,10)
درمیانی فاصلہ $= |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$= \sqrt{(12-7)^2 + (10-2)^2} = \sqrt{(5)^2 + (8)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 64} = \sqrt{89} \approx 9.43 \text{ km}$$

QNo: 5 ریسٹورنٹ کے آغاز اور اختتامی نقاط کے محدودات (3,9) اور (9,13) ہیں۔ ریسٹورنٹ کا وسطی نقطہ معلوم کریں۔

فرض کیا دو نقاط = A(3,9), B(9,13)
وسطی نقطہ (M-point) = $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

$$= (\frac{3+9}{2}, \frac{9+13}{2}) = (\frac{12}{2}, \frac{22}{2}) = (6, 11)$$

QNo: 6 ریسٹورنٹ پر دو نقاط A(3,4) اور B(7,10) ہیں۔ وسطی نقطہ کے محدودات معلوم کریں۔

دو نقاط = A(3,4), B(7,10)
وسطی نقطہ (M-point) = $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

$$= (\frac{3+7}{2}, \frac{4+10}{2}) = (\frac{10}{2}, \frac{14}{2}) = (5, 7)$$

QNo: 8 فرج ایک مستطیلی میدان کے گرد بار بار لگا رہی ہے جس کے کونوں کے محدودات (0,0), (0,5), (8,5), (8,0) ہیں۔ کتنی بار لگا رہی ہے؟

فرض کیا محدودات = A(0,0), B(0,5), C(8,5), D(8,0)
مستطیل میں آنے والے فاصلے برابر ہوتے ہیں۔
AB = CD & BC = AD

$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$= \sqrt{(0-0)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{(0)^2 + (5)^2}$$

$$= \sqrt{0 + 25} = \sqrt{25} = 5$$

$|BC| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$= \sqrt{(8-0)^2 + (5-5)^2} = \sqrt{(8)^2 + (0)^2}$$

$$= \sqrt{64 + 0} = \sqrt{64} = 8$$

مستطیل کا احاطہ = 2 (چوڑائی + لمبائی) = 2(|AB| + |BC|)

$$= 2(5 + 8) = 2(13) = 26 \text{ unit}$$

لپسے مستطیلی میدان کے گرد 26 لپسے بار لگا رہی ہوگی۔

QNo: 9 ایک ہوائی جہاز شہر X (40°N, 100°W) سے شہر Y (50°N, 80°W) تک اڑ رہا ہے۔ ان دو شہروں کا درمیانی فاصلہ معلوم کریں۔

دو نقاط = X(40°N, 100°W), Y(50°N, 80°W)
درمیانی فاصلہ $= |XY| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$= \sqrt{(40-50)^2 + (100-80)^2} = \sqrt{(-10)^2 + (-20)^2}$$

$$= \sqrt{100 + 400} = \sqrt{500} = \sqrt{100 \times 5} = 10\sqrt{5} \approx 22.4 \text{ units}$$

QNo: 10 زمین کا سروے کرنے والا ایک مستطیلی پلاٹ کو نشان زدہ کر رہا ہے جس کے کونوں کے محدودات (3,1), (8,1), (8,6), (3,6) ہیں۔ مستطیلی پلاٹ کا احاطہ معلوم کریں۔

فرض کیا محدودات = A(3,1), B(8,1), C(8,6), D(3,6)
مستطیل میں آنے والے فاصلے برابر ہوتے ہیں۔
AB = CD & BC = AD

$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$= \sqrt{(3-3)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{(0)^2 + (5)^2}$$

$$= \sqrt{0 + 25} = \sqrt{25} = 5$$

$|BC| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$= \sqrt{(8-3)^2 + (6-6)^2} = \sqrt{(5)^2 + (0)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 0} = \sqrt{25} = 5$$

مستطیل کا احاطہ = 2 (چوڑائی + لمبائی) = 2(|AB| + |BC|)

Perimeter = 2(5 + 5) = 2(10) = 20 units

QNo: 11 ایک مستطیلی باغ جس کے کونوں کے محددات $(0,0)$, $(5,0)$, $(5,3)$, $(0,3)$ ہیں۔ اس مستطیلی باغ کے گرد کتنی باڑ لگانے کی ضرورت ہوگی؟

محددات = $A(0,0)$, $B(5,0)$, $C(5,3)$, $D(0,3)$

مستطیل میں آنے والے اضلاع برابر ہوتے ہیں

$|AB| = |CD|$ & $|BC| = |AD|$

$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$|AB| = \sqrt{(5-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{25} = 5$

$|BC| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$|BC| = \sqrt{(5-5)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{9} = 3$

مستطیل کا احاطہ = $2(|AB| + |BC|)$

$= 2(5+3) = 2(8) = 16$ units

لیں باغ کے گرد باڑ لگانے کے لیے 16 لڑنٹس باڑی ضرورت ہوگی

R. Exercise 7

QNo: 2 A(2,3) اور B(7,8) کا درمیانی نقطہ معلوم کریں۔

$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$|AB| = \sqrt{(7-2)^2 + (8-3)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

QNo: 3 A(4,-2) اور B(-6,3) کا درمیانی نقطہ معلوم کریں۔

درمیانی نقطہ = $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

M. point = $\left(\frac{4-6}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(-\frac{2}{2}, \frac{1}{2}\right) = (-1, \frac{1}{2})$

QNo: 4 A(1,2) اور B(4,6) میں سے گزرتے ہوئے خط کا سلب معلوم کریں۔

دریغ = $(1,2)$ & $(4,6)$

سلب = $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-2}{4-1} = \frac{4}{3}$

QNo: 5 نقاط (3,7) اور (5,11) سے گزرنے والی لائن کو $y = mx + c$ کی شکل میں معلوم کریں۔

دریغ = $(3,7)$ & $(5,11)$

دریغ والا فارمولا $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

ساوات $\frac{y - 7}{11 - 7} = \frac{x - 3}{5 - 3} \Rightarrow \frac{y - 7}{4} = \frac{x - 3}{2}$

$x \times \frac{y - 7}{4} = x - 3 \Rightarrow \frac{y - 7}{4} = x - 3$

$y - 7 = 4x - 12 \Rightarrow y = 4x - 5$

$y = 2x - 6 + 7 \Rightarrow y = 2x + 1$

QNo: 6 اگر دو خطوط متوازی ہوں اور ایک خط کی ڈھلان $\frac{2}{3}$ ہو تو دوسرے خط کی ڈھلان (سلب) معلوم کریں۔

متوازی خطوط میں ایک خط کا سلب دوسرے خط کا سلب کے برابر ہوتا ہے

$m_1 = \frac{2}{3}$

$m_2 = -\frac{2}{3}$

QNo: 7 ایک ہوائی جہاز کو شہر A پر محددات (12,5) سے شہر B پر محددات (8,-4) تک پرواز کرنے کی ضرورت ہے ان دونوں شہروں کا درمیانی نقطہ معلوم کریں۔

دریغ = $A(12,5)$, $B(8,-4)$

درمیانی نقطہ = $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(8-12)^2 + (-4-5)^2} = \sqrt{16 + 81} = \sqrt{97} \approx 9.85$ units

QNo: 8 درمیانی نقطہ $(2,3)$ & $(10,7)$ معلوم کریں۔

درمیانی نقطہ = $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{2+10}{2}, \frac{3+7}{2}\right) = \left(\frac{12}{2}, \frac{10}{2}\right) = (6, 5)$

QNo: 9 محددات (2,3) اور (10,15) ہیں ڈھلان اور کٹنا معلوم کریں۔

دریغ = $(2,3)$ & $(10,15)$

ڈھلان (سلب) = $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{15-3}{10-2} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

کٹنا = $|d| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(10-2)^2 + (15-3)^2} = \sqrt{64 + 144} = \sqrt{208} = \sqrt{16 \times 13} = 4\sqrt{13} \approx 14.4$ units

QNo: 10 3 کے ڈھلان اور 2 کے y-قاطع کے لیے مساوات معلوم کریں۔

سلب = $m = -3$ y-قاطع = $2 \Rightarrow c = 2$

a) ڈھلان فارمولا $y = mx + c$

b) Point slope form $y - y_1 = m(x - x_1)$

نقطہ (1,2) پر لائن $y - 2 = -3(x - 1)$

c) Two point form $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

$\frac{y - 2}{7 - 2} = \frac{x - 1}{4 - 1}$

d) Intercept form $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

ساوات $y = mx + c$; $m = -3$, $c = 2$

$y = -3x + 2 \Rightarrow 3x + y = 2 \Rightarrow \frac{3x}{2} + \frac{y}{2} = 1$

$\frac{x}{\frac{2}{3}} + \frac{y}{2} = 1$ e) سبب فارم $\frac{x - x_1}{\cos \alpha} = \frac{y - y_1}{\sin \alpha} = r$

$y = mx + c$; $m = -3$, $c = 2 \Rightarrow y = -3x + 2 \Rightarrow 3x + y - 2 = 0$

$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ $a = 3$, $b = 1$, $c = -2$

$\cos \alpha = \frac{a}{r} = \frac{3}{\sqrt{10}}$; $\sin \alpha = \frac{b}{r} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ put $x = 1$ in eqn,

$3(1) + y - 2 = 0 \Rightarrow 3 + y - 2 = 0 \Rightarrow y = -1$ Point $(1, -1)$

سبب فارم $\frac{x - 1}{3/\sqrt{10}} = \frac{y + 1}{1/\sqrt{10}} = \sqrt{10}$

Normal form $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$

$3x + y = 2$ $\tan \alpha = -\frac{3}{1} = -3$ $\alpha = \tan^{-1}(-3)$ $\alpha = -71.56^\circ$ $\sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

$\frac{3x}{\sqrt{10}} + \frac{y}{\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$ $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$, $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ $p = \frac{2}{\sqrt{10}}$ $x \cos(-71.56^\circ) + y \sin(-71.56^\circ) = \frac{2}{\sqrt{10}}$

درج ذیل کی Truth table بنائیں QNo: 3
 $P \vee Q$ میں دونوں F ہر F باقی سب T
 $\sim (P \vee Q) \vee (\sim P \vee \sim Q)$ کا

63

الٹ (Converse) اگر $(P \rightarrow Q)$ کا الٹ Converse ہے۔
 لیتا ہو تو P اور Q کی جگہ تبدیل کر دیتے ہیں $(P \rightarrow Q)$ کا
 الٹ Converse $(Q \rightarrow P)$ ہے۔

مکوس (Inverse) اگر $(P \rightarrow Q)$ کا مکوس inverse

لیتا ہو تو P کو $\sim P$ (ناٹ) اور Q کو $\sim Q$ میں تبدیل کر دیتے ہیں
 اسی طرح P کو P میں تبدیل کرتے ہیں $(P \rightarrow Q)$ کا مکوس $(\sim P \rightarrow \sim Q)$

ضد مشیت (Contrapositive) اس میں Converse اور
 inverse دونوں لینے ہوتے ہیں۔ یعنی ان کی جگہ بھی تبدیل کرتے
 ہیں اور ساتھ میں $\sim$ (ناٹ) کی علامت بھی تبدیل ہوتی ہے مثلاً
 $(P \rightarrow Q)$ کا ضد مشیت $(\sim Q \rightarrow \sim P)$ بنے گا۔

$(P \wedge Q)$ P اور Q (P and Q) جب P اور Q دونوں values
 T ہوں تو $(P \wedge Q)$ کا جواب True یعنی T آئے گا باقی ساری
 صورتوں میں F یعنی False ہوگا۔

$(P \vee Q)$ P یا Q $(P \vee Q)$ جب P اور Q دونوں values
 F ہوں تو $(P \vee Q)$ کا جواب F ہوگا۔ P اور Q دونوں میں سے
 کوئی ایک value بھی T ہو تو $(P \vee Q)$ کا جواب T ہوگا۔

$(\leftrightarrow)$ بالائی Biconditional میں اگر دونوں values
 ایک جیسی ہوں یعنی دونوں T یا دونوں F ہوں تو رزلٹ
 T ہوگا۔ دونوں مختلف ہوں تو رزلٹ F ہوگا۔

مشق نمبر 8 Exercise

الٹ، مکوس اور ضد مشیت معلوم کریں QNo: 2
 Contrapositive & inverse, Converse

Given conditional	الٹ Converse	مکوس Inverse	ضد مشیت Contrapositive
$\sim P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow \sim P$	$P \rightarrow \sim Q$	$\sim Q \rightarrow P$
$Q \rightarrow P$	$P \rightarrow Q$	$\sim Q \rightarrow \sim P$	$\sim P \rightarrow \sim Q$
$\sim P \rightarrow \sim Q$	$\sim Q \rightarrow \sim P$	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow P$
$\sim Q \rightarrow \sim P$	$\sim P \rightarrow \sim Q$	$Q \rightarrow P$	$P \rightarrow Q$

جگہ اور علامت دونوں کی علامت تبدیل

P	Q	$(P \vee Q)$	$\sim (P \vee Q)$	$\sim P$	$\sim (P \vee Q) \vee (\sim P \vee \sim Q)$
T	T	T	F	F	F
T	F	T	F	T	T
F	T	T	F	F	F
F	F	F	T	T	T

ii) $\sim (\sim Q \vee \sim P)$

P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$(\sim Q \vee \sim P)$	$\sim (\sim Q \vee \sim P)$
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F
F	F	T	T	T	F

iii) $(P \vee Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$ میں P $\rightarrow Q$ میں F ہے T پر F ہوتا ہے

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$(P \vee Q) \rightarrow (P \wedge Q)$	$(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q)$	$(P \vee Q) \leftrightarrow (P \wedge Q)$
T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	T	F
F	T	T	F	F	T	F
F	F	F	F	T	T	T

QNo: 7 بتائیں یہ اصول متعارفہ (Axiom)، قیاس (Theorem) یا حدسہ (Conjecture) ہے۔ دلیل دیں۔
 کوئی سے دو نقاط سے لے کر ایک خط گزرتا ہے۔
 There is one straight line through any two points

یہ بیان اصول متعارفہ (Axiom) ہے۔ کیونکہ اصول متعارفہ ایک
 ریاضیاتی بیان ہے (mathematical statement) جسے ہم بغیر کسی
 ثبوت کے طلب کے True مانتے ہیں۔ یہ جو مشق کا بنیادی قانون ہے

دو سے بڑے ہر جفت عدد کو مفرد اعداد کے مجموعے کے طور پر لکھا جاسکتا ہے۔
 every even no greater than 2 can be written as sum of two prime numbers.

یہ بیان قیاس (Conjecture) ہے۔
 کیونکہ اسے عام طور پر ثابت نہیں کیا گیا ہے اس کے بارے میں
 بہت حد تک یقین کر لیا گیا ہے (has been widely believed)۔

بیان درست ہے۔

(iii) مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے
Sum of angles of triangle is 180°

بیان (statement) —————
بیان (Theorem) —————
کیونکہ بیان ایک ریاضیاتی بیان (mathematical statement) ہے
ہرگز حقیقت کی رو سے True ثابت ہو چکا ہے۔

QNo: 8

ثابت کریں۔

i) $(x-4)^2 + 9 = x^2 - 8x + 25$
 $LHS = (x-4)^2 + 9$
 $= (x-4)(x-4) + 9$ $\because x \cdot x = x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
 $= x(x-4) - 4(x-4) + 9$ (Left distributive law)
 $= x \cdot x - x \cdot 4 - 4 \cdot x + 4 \cdot 4 + 9$ (Left distributive law)
 $= x^2 - 4x - 4x + 16 + 9$ Commutative law
 $= x^2 - (4+4)x + 25$ (Right distributive law)
 $= x^2 - 8x + 25$
 $= RHS \Rightarrow LHS = RHS$

ii) $(x+1)^2 - (x-1)^2 = 4x$
 $LHS = (x+1)^2 - (x-1)^2$
 $= (x+1)(x+1) - (x-1)(x-1)$ $\because x \cdot x = x^{m+n}$
 $= [x \cdot (x+1) + 1 \cdot (x+1)] - [x \cdot (x-1) - 1 \cdot (x-1)]$
 $= [x \cdot x + x \cdot 1 + 1 \cdot x + 1 \cdot 1] - [x \cdot x - x \cdot 1 - 1 \cdot x + 1 \cdot 1]$ (Left distributive law)
 $= [x^2 + x + x + 1] - [x^2 - x - x + 1]$
 $= (x^2 + (1+1)x + 1) - (x^2 - (1+1)x + 1)$ Commutative law & $x \cdot x = x^{m+n}$
 $= (x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1)$ (Right distributive law)
 $= (x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1)$
 $= x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1$
 $= 4x = RHS \Rightarrow LHS = RHS$

iii) $(x+5)^2 - (x-5)^2 = 20x$
 $LHS = (x+5)^2 - (x-5)^2$
 $= (x+5)(x+5) - (x-5)(x-5)$ $\because x \cdot x = x^{m+n}$
 $= [x \cdot (x+5) + 5 \cdot (x+5)] - [x \cdot (x-5) - 5 \cdot (x-5)]$
 $= [x \cdot x + x \cdot 5 + 5 \cdot x + 5 \cdot 5] - [x \cdot x - x \cdot 5 - 5 \cdot x + 5 \cdot 5]$ (Left distributive law)
 $= [x^2 + 5x + 5x + 25] - [x^2 - 5x - 5x + 25]$
 $= (x^2 + (5+5)x + 25) - (x^2 - (5+5)x + 25)$ Commutative law & $x \cdot x = x^{m+n}$
 $= (x^2 + 10x + 25) - (x^2 - 10x + 25)$
 $= x^2 + 10x + 25 - x^2 + 10x - 25$
 $= 20x = RHS \Rightarrow LHS = RHS$

64 $= (x^2 + 10x + 25) - (x^2 - 10x + 25)$
 $= x^2 + 10x + 25 - x^2 + 10x - 25$
 $= 20x = RHS \Rightarrow LHS = RHS$

QNo: 9

ثابت کریں

i) $\frac{4+16x}{4} = 1+4x$
 $LHS = \frac{4+16x}{4}$
 $= \frac{1}{4} \cdot (4+16x)$ $(\because \frac{a}{b} = \frac{1}{b} \cdot a)$
 $= \frac{1}{4} \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot 16x$ (Distributive law)
 $= \frac{1}{4} \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot (4x)$
 $= 1 + 1 \cdot 4x$ $(\because \text{Multiplicative inverse})$
 $= 1 + 4x$ $(\because \text{Multiplicative identity})$
 $= RHS \Rightarrow LHS = RHS$

ii) $\frac{6x^2+18x}{3x^2-27} = \frac{2x}{x-3}$
 $LHS = \frac{6x^2+18x}{3x^2-27}$
 $= \frac{6x^2+6 \cdot 3x}{3x^2-3 \cdot 9} = \frac{6x(x+3)}{3(x^2-9)}$ (Factorization)
 $= \frac{2x(x+3)}{(x+3)(x-3)}$ $(\because a^2-b^2 = (a+b)(a-b))$
 $= \frac{2x(x+3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{2x(x+3) \cdot \frac{1}{(x+3)}}{(x+3)(x-3)}$
 $= \frac{2x}{x-3} \cdot 1$ $(\because \text{Multiplicative inverse})$
 $= \frac{2x}{x-3}$ $(\because \text{Multiplicative identity})$
 $= RHS \Rightarrow LHS = RHS$

iii) $\frac{x^2+7x+10}{x^2-3x-10} = \frac{x+5}{x-5}$
 $LHS = \frac{x^2+7x+10}{x^2-3x-10}$
 $= \frac{x^2+5x+2x+10}{x^2-5x+2x-10}$ $(\because \text{Factorization})$
 $= \frac{x \cdot x + 5 \cdot x + 2 \cdot x + 2 \cdot 5}{x \cdot x - 5 \cdot x + 2 \cdot x - 2 \cdot 5}$ $(\because ab = a \cdot b)$
 $= \frac{x(x+5) + 2(x+5)}{x(x-5) + 2(x-5)}$ (Common factor)
 $= \frac{(x+5)(x+2)}{(x-5)(x+2)}$ $(\because \text{Taking common})$
 $= \frac{(x+5) \cdot (x+2) \cdot \frac{1}{(x+2)}}{(x-5)(x+2)}$
 $= \frac{x+5}{x-5} \cdot 1$ $(\because \text{Multiplicative inverse})$
 $= \frac{x+5}{x-5} = RHS$ $(\because \text{Multiplicative identity})$
 $\Rightarrow LHS = RHS$

QNo: 10 فرض کیا x ایک صحیح عدد ہے اگر x ایک

Suppose x is an integer. If x is odd, then $9x+4$ is odd.

چونکہ x ایک طاق (odd) عدد ہے لہذا $9x+4$ کی رو سے

$$x = 2k+1$$

$$9x+4 = 9(2k+1)+4$$

$$= 18k+9+4 = 18k+13$$

$$= 2(9k)+13$$

$2(9k)$ ایک جفت عدد (Even) ہے اور 13 طاق (odd) ہے
ایک جفت اور طاق عدد کا مجموعہ ہمیشہ طاق عدد ہی ہوتا ہے
لہذا $9x+4$ بھی ایک طاق عدد (odd) ہے

QNo: 11 فرض کیا x ایک صحیح عدد ہے اگر x طاق عدد

Suppose x is an integer. If x is odd, then $7x+5$ is even.

چونکہ x ایک طاق (odd) عدد ہے لہذا $7x+5$ کی رو سے

$$x = 2k+1$$

$$7x+5 = 7(2k+1)+5$$

$$= 14k+7+5 = 14k+12$$

$$= 2(7k)+12$$

$2(7k)$ ایک جفت عدد (even) ہے اور 12 بھی جفت ہے دو
جفت اعداد کا مجموعہ ہمیشہ جفت عدد ہی ہوتا ہے لہذا
 $7x+5$ بھی ایک جفت عدد ہے

QNo: 12 اگر x ایک طاق عدد ہے ثابت کریں کہ

a) $x^2 - 4x + 6$ ایک طاق عدد ہے۔

چونکہ x ایک طاق (odd) عدد ہے لہذا $x^2 - 4x + 6$ کی رو سے

$$x = 2k+1$$

$$x^2 - 4x + 6 = (2k+1)^2 - 4(2k+1) + 6$$

$$= 4k^2 + 4k + 1 - 8k - 4 + 6$$

$$= 4k^2 - 4k + 3$$

$$= 2(2k^2 - 2k) + 3$$

$2(2k^2 - 2k)$ ایک جفت عدد ہے اور 3 طاق عدد ہے ایک
جفت اور طاق عدد کا مجموعہ ہمیشہ طاق عدد ہی ہوتا ہے لہذا
 $x^2 - 4x + 6$ بھی ایک طاق عدد ہے۔

b) اگر x ایک جفت (even) عدد ہے تو ثابت کریں کہ

$x^2 + 2x + 4$ بھی جفت ہے۔

چونکہ x ایک جفت (even) عدد ہے لہذا $x^2 + 2x + 4$ کی رو سے

$$x = 2k$$

$$x^2 + 2x + 4 = (2k)^2 + 2(2k) + 4$$

$$= 4k^2 + 4k + 4 = 2(2k^2 + 2k + 2)$$

چونکہ پوری رقم 2 کا حاصل ضرب ہے لہذا یہ جفت ہے
پس $x^2 + 2x + 4$ ایک جفت عدد ہے۔

QNo: 13 ثابت کریں $(A \cap B)' = A' \cup B'$

Let $x \in (A \cap B)'$ $\Rightarrow x \in A' \cup B'$
 $\Rightarrow x \notin (A \cap B)$ But $x \in (A \cap B)'$
 $\Rightarrow x \notin A$ or $x \notin B$ Therefore $(A \cap B)' \subseteq A' \cup B'$
 $\Rightarrow x \in A'$ or $x \in B'$

65

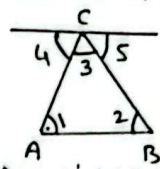
Now let $y \in A' \cup B'$
 $\Rightarrow y \in A'$ or $y \in B'$
 $\Rightarrow y \notin A$ and $y \notin B$ $\therefore y \notin A \cap B$
 $\Rightarrow y \in (A \cap B)'$
 Thus $A' \cup B' \subseteq (A \cap B)' \rightarrow (i)$
 From (i) & (ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

QNo: 14 اگر x اور y مثبت صحیح اعداد ہوں اور $x^2 < y^2$ تو $x < y$

Sol $x > 0, y > 0$ & $x^2 < y^2$ (Given)
 طرفین کا جذور المربع لینے سے $x^2 < y^2$ Taking square root
 $\sqrt{x^2} < \sqrt{y^2} \Rightarrow x < y$ (proved)

QNo: 15 ثابت کریں مثلث کے اندر رزنی زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے

ABC ایک مثلث ہے
 فقط C پس سے گزرتی ہوئی ایک لائن AB کے
 Draw a line passing through point C & parallel to AB - متوازی کھینچیں



$\angle 1 = \angle 4$ & $\angle 2 = \angle 5$ (Alternate angles)
 $\angle 4 + \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ (Straight line angles)
 $\therefore \angle 1 + \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$
 $\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$
 پس ثابت ہوا مثلث کے متروں زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے

QNo: 16 ثابت کریں کہ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Again $ad = bc$
 $\frac{a}{b} (bd) = \frac{c}{d} (bd)$ $ad \times \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{d} = bc \times \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{d}$
 $a \cdot \frac{1}{b} (bd) = c \cdot \frac{1}{d} (bd)$ $a \cdot \frac{1}{b} \cdot d \cdot \frac{1}{d} = b \cdot \frac{1}{b} \cdot c \cdot \frac{1}{d}$
 $a \cdot (\frac{1}{b} \cdot b) d = c (\frac{1}{d} \cdot d) b$ $a \cdot \frac{1}{b} \cdot 1 = 1 \cdot c \cdot \frac{1}{d}$
 $a(1)d = c(1)b$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
 $a'd = bc$ Hence $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$

b) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

LHS $= \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = a \cdot \frac{1}{b} \cdot c \cdot \frac{1}{d} = a \cdot c \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{d}$
 $= ac \cdot \frac{1}{bd} = \frac{ac}{bd} = RHS$

c) $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$

LHS $= \frac{a}{b} + \frac{c}{b}$ ($\because ab = a \cdot b$)
 $= a \cdot \frac{1}{b} + c \cdot \frac{1}{b}$ ($\because$ Distributive law)
 $= \frac{1}{b} (a+c)$
 $= \frac{a+c}{b} = RHS$

0300-733 5154
 0313-733 5154
 0300-0831454

whatsapp

Exercise 9.1

QNo: 1

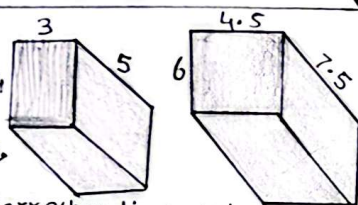
معلوم کریں کیا اجسام متشابه ہیں (Similar)

متناظر اضلاع میں نسبت لیں

Taking ratio of all corresponding sides

$$\frac{4.5}{3} = 1.5; \frac{6}{4} = 1.5; \frac{7.5}{5} = 1.5$$

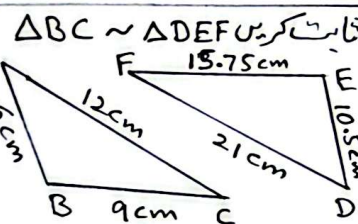
چونکہ اضلاع کی نسبت برابر ہے لہذا اجسام متشابه ہیں



QNo: 2

ثلث ABC اور DEF

کے متناظر اضلاع میں نسبت



$$\frac{m\overline{DE}}{m\overline{AB}} = \frac{10.5}{6} = 1.75$$

$$\frac{m\overline{DF}}{m\overline{AC}} = \frac{21}{12} = 1.75; \frac{m\overline{EF}}{m\overline{BC}} = \frac{15.75}{9} = 1.75$$

چونکہ مثلثوں کے متناظر اضلاع میں نسبت برابر ہے لہذا

ثلث ABC اور ثلث DEF متشابه ہیں $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

QNo: 3

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$$\frac{m\overline{AB}}{m\overline{DE}} = \frac{12}{6} = 2$$

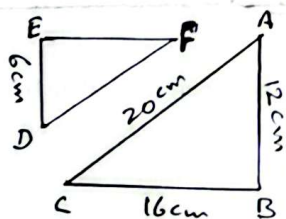
$$\frac{m\overline{AB}}{m\overline{DE}} = \frac{m\overline{AC}}{m\overline{DF}} = \frac{m\overline{BC}}{m\overline{EF}}$$

$$2 = \frac{20}{m\overline{DF}} = \frac{16}{m\overline{EF}}$$

$$2 = \frac{20}{m\overline{DF}} \quad \& \quad 2 = \frac{16}{m\overline{EF}}$$

$$m\overline{DF} = \frac{20}{2} \quad \& \quad m\overline{EF} = \frac{16}{2}$$

$$m\overline{DF} = 10\text{cm} \quad \& \quad m\overline{EF} = 8\text{cm}$$



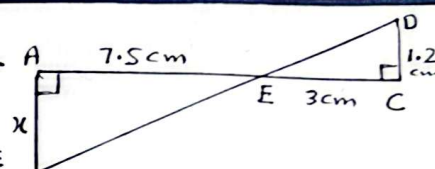
QNo: 4

لا کی قیمت معلوم کریں

$\Delta ABE \sim \Delta CDE$

$$\frac{m\overline{AB}}{m\overline{CD}} = \frac{m\overline{AE}}{m\overline{EC}} \Rightarrow \frac{x}{1.2} = \frac{7.5}{3}$$

$$x = \frac{7.5}{3} \times 1.2 = 7.5 \times 0.4 = 3\text{cm} \Rightarrow x = 3\text{cm}$$

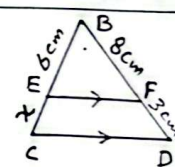


ΔBCD , $m\overline{EF} \parallel m\overline{CD}$

$$\frac{m\overline{BE}}{m\overline{CE}} = \frac{m\overline{BF}}{m\overline{DF}}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{8}{3} \Rightarrow 6 \times 3 = 8x$$

$$x = \frac{18}{8} = 2.25\text{cm} \Rightarrow x = 2.25\text{cm}$$



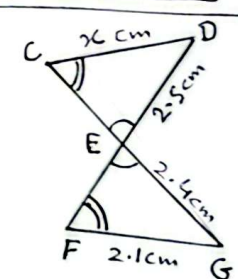
Since $\Delta CDE \sim \Delta EFG$

$$\frac{m\overline{CD}}{m\overline{FG}} = \frac{m\overline{DE}}{m\overline{GE}}$$

$$\frac{x}{2.1} = \frac{2.5}{2.4}$$

$$x = \frac{2.5 \times 2.1}{2.4} = \frac{5.25}{2.4}$$

$$x = 2.1875 = 2.19\text{cm} \Rightarrow x = 2.19\text{cm}$$



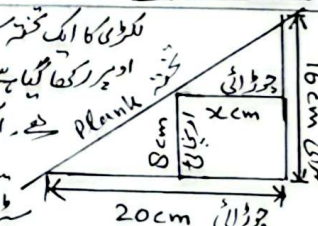
QNo: 5

گڑی کا ایک تختہ سپر ہاؤس کی کمرہ پر لگا دیا گیا ہے جس کی چوڑائی 20cm اور گہرائی 16cm ہے۔ ایک مستطیلی صندوق جس کی اونچائی 8cm ہے، تختہ کے نیچے سپر ہاؤس پر لگا دیا گیا ہے۔ لا کی قیمت معلوم کریں۔ چوڑائی کی نسبت چوڑائی سے اور گہرائی کی نسبت گہرائی سے لیں۔

$$\frac{20}{x} = \frac{16}{8} \Rightarrow \frac{20}{x} = 2$$

$$2x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{2} = 10$$

$$x = 10\text{cm}$$



17/08/25

QNo: 6 ایک آدمی جس کا قدم 1.8m ہے۔ اس کے سامنے ایک لمبائی 0.76m ہے۔ اگر میں اسی وقت ایک پٹلی فون کے کھبے کا ساہ 3m ہو تو کھبے کی اونچائی معلوم کریں۔

Sol

$$\overline{BC} = 1.8m$$

$$\overline{AB} = 0.76m$$

$$\overline{EF} = x = ?$$

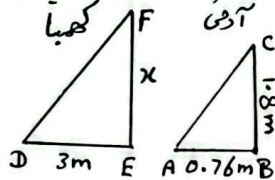
$$\overline{DE} = 3m$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} \Rightarrow \frac{1.8}{x} = \frac{0.76}{3}$$

$$1.8 \times 3 = 0.76x \Rightarrow x = \frac{1.8 \times 3}{0.76}$$

$$x = \frac{5.4}{0.76} = 7.105m = 7.11m$$

$$\text{پٹلی فون کی اونچائی} = 7.11m$$



QNo: 8 ایک متساوی الساقین ذوزنقہ ABCD بنائے جس میں $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ، $m\angle ABE = 3^\circ$ ، $m\angle CDE = 4^\circ$ ، $m\angle AEB = 8^\circ$ ، $m\angle CED = ?$ ۔ اگر میں معلوم کریں۔

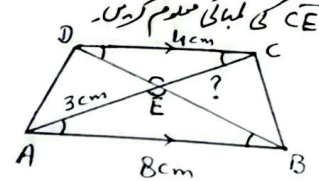
Sol

$$\overline{AB} = 8cm$$

$$\overline{CD} = 4cm$$

$$\overline{AE} = 3cm$$

$$\overline{CE} = ?$$



چونکہ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ لہذا

$$\angle ABE = \angle CDE$$

$$\text{Alternate interior angles } \angle BAE = \angle DCE$$

$$\angle AEB = \angle CED$$

لہذا $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ کے متوں زاویے برابر ہیں پس درجن

$$\triangle ABE \sim \triangle CDE$$

منشأہ منطبق ہیں منشأہ منطبق میں منظرہ اضلاع متناسب ہوتے ہیں لہذا

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{CE}} \Rightarrow \frac{8}{4} = \frac{3}{\overline{CE}}$$

$$2 = \frac{3}{\overline{CE}} \Rightarrow \overline{CE} = \frac{3}{2} = 1.5cm$$

QNo: 7

In $\triangle ABC$

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

By Pythagoras theorem

$$(AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$$

$$(6+x)^2 = (10)^2 + (2)^2$$

$$36 + x^2 + 12x = 100 + 2^2$$

$$x^2 + 12x - 2^2 = 100 - 36$$

$$x^2 + 12x - 2^2 = 64 \rightarrow (i)$$

In $\triangle BCD$

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(BD)^2 = (BC)^2 + (CD)^2$$

$$(10)^2 = (y)^2 + (6)^2$$

$$100 = y^2 + 36 \Rightarrow y^2 = 100 - 36 = 64$$

$$y = \sqrt{64} = 8 \Rightarrow y = 8cm$$

In $\triangle ABD$

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$$(AB)^2 = (BD)^2 + (AD)^2$$

$$2^2 = (y)^2 + (x)^2 \Rightarrow 2^2 = y^2 + x^2$$

$$2^2 = (8)^2 + x^2 \Rightarrow 2^2 = 64 + x^2$$

$$2^2 - x^2 = 64 \rightarrow (ii)$$

$$x^2 + 12x - 2^2 = 64$$

$$-x^2 + 2^2 = 64$$

$$12x = 128$$

$$x = \frac{128}{12} = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3} \Rightarrow x = 10\frac{2}{3}cm$$

مسادات (ii) میں x کی قیمت درج کرنے سے

$$2^2 - x^2 = 64$$

$$2^2 - \left(\frac{32}{3}\right)^2 = 64$$

$$2^2 - \frac{1024}{9} = 64$$

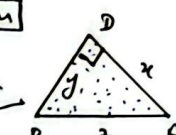
$$2^2 = \frac{64}{1} + \frac{1024}{9}$$

$$2^2 = \frac{64 + 1024}{9}$$

$$2^2 = \frac{1088}{9}$$

$$2 = \sqrt{\frac{1088}{9}} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

$$2 = 13\frac{1}{3}cm$$



QNo: 9 ایک منظم 12 اضلاع والی شکل کی لمبائیاں $\frac{1}{\sqrt{2}}$ کے جزو جزئی کی نسبت سے کم کی گئی ہیں۔ اگر اصل منظم 12 اضلاع والی شکل کا احاطہ 72cm ہو تو چھوٹی بارہ اضلاع والی شکل کی مقدار معلوم کریں۔

Sol

$$72cm = \text{منظم 12 اضلاع والی شکل کا احاطہ}$$

$$\text{ایک ضلع کی لمبائی} = \frac{\text{احاطہ}}{\text{اضلاع کی تعداد}} = \frac{72}{12}$$

$$= 6cm$$

$$\text{کم ہوئی 2} = 6 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3 \times 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= 3\sqrt{2}cm$$

(بہ جواب کتاب کے جواب سے نہیں ملتا)

اگر منظم 10 اضلاع والی شکل لی جائے تو.....

$$\text{احاطہ} = 72cm$$

$$\text{ایک ضلع کی لمبائی} = \frac{72}{10} = 7.2cm$$

$$\text{کم شدہ ضلع کی مقدار} = 7.2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{7.2}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{7.2}{2} = 3.6$$

$$= \frac{3.6}{1} \times \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{3.6\sqrt{2}}{1}cm$$

$$= \frac{3.6 \times \sqrt{2}}{1} = \frac{3.6\sqrt{2}}{1}cm$$

$$= \frac{3.6 \times \sqrt{2}}{1} = \frac{3.6\sqrt{2}}{1}cm$$

$$= \frac{3.6 \times \sqrt{2}}{1} = \frac{3.6\sqrt{2}}{1}cm$$

$$= \frac{3.6 \times \sqrt{2}}{1} = \frac{3.6\sqrt{2}}{1}cm$$

$$= \frac{3.6 \times \sqrt{2}}{1} = \frac{3.6\sqrt{2}}{1}cm$$

$$= \frac{3.6 \times \sqrt{2}}{1} = \frac{3.6\sqrt{2}}{1}cm$$

Exercise 9.2

68

QNo: 1 متشابه اشکال کے رقبوں کی نسبت معلوم کریں۔

اگر ان کے متناظر لمبائیوں کی نسبت درج ذیل ہو۔

i) لمبائیوں میں نسبت $1:3 \Rightarrow l_1:l_2=1:3$

رقبوں میں نسبت $A_1:A_2=l_1^2:l_2^2=1^2:3^2=1:9$

ii) لمبائیوں میں نسبت $3:4 \Rightarrow l_1:l_2=3:4$

رقبوں میں نسبت $A_1:A_2=l_1^2:l_2^2=3^2:4^2=9:16$

iii) لمبائیوں میں نسبت $2:7 \Rightarrow l_1:l_2=2:7$

رقبوں میں نسبت $A_1:A_2=l_1^2:l_2^2=2^2:7^2=4:49$

iv) لمبائیوں میں نسبت $8:9 \Rightarrow l_1:l_2=8:9$

رقبوں میں نسبت $A_1:A_2=l_1^2:l_2^2=8^2:9^2=64:81$

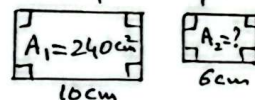
v) لمبائیوں میں نسبت $5:6 \Rightarrow l_1:l_2=5:6$

رقبوں میں نسبت $A_1:A_2=l_1^2:l_2^2=5^2:6^2=25:36$

QNo: 2

نامعلوم مقدار معلوم کریں

i) $l_1=10\text{cm}, l_2=6\text{cm}$
 $A_1=240\text{cm}^2, A_2=?$



$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{240}{A_2} = \left(\frac{10}{6}\right)^2$$

$$\frac{240}{A_2} = \frac{100}{36} \Rightarrow 100A_2 = 240 \times 36$$

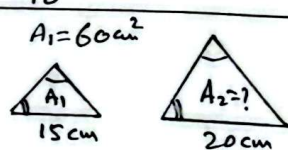
$$A_2 = \frac{240 \times 36}{100} = \frac{864}{10} = 86.4\text{cm}^2$$

ii) $l_1=15\text{cm}$

$l_2=20\text{cm}$

$A_1=60\text{cm}^2$

$A_2=?$



$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{60}{A_2} = \left(\frac{15}{20}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\frac{60}{A_2} = \frac{9}{16} \Rightarrow 9A_2 = 60 \times 16$$

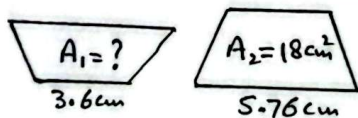
$$A_2 = \frac{60 \times 16}{9} = \frac{320}{3} = 106.67\text{cm}^2$$

iii) $l_1=3.6\text{cm}$

$l_2=5.76\text{cm}$

$A_1=?$

$A_2=18\text{cm}^2$



$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_1}{18} = \left(\frac{3.6}{5.76}\right)^2 = (0.625)^2$$

$$A_1 = (0.625)^2 \times 18 = 0.390625 \times 18$$

$$A_1 = 7.03125\text{cm}^2$$

iv) $l_1=15\text{cm}, l_2=12\text{cm}$

$A_1=? A_2=96\text{cm}^2$

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{A_1}{96} = \left(\frac{15}{12}\right)^2$$

$$\frac{A_1}{96} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow 16A_1 = 25 \times 96$$

$$A_1 = \frac{25 \times 96}{16} = 150 \Rightarrow A_2 = 150\text{cm}^2$$

$l_1=3\text{cm}, l_2=?$

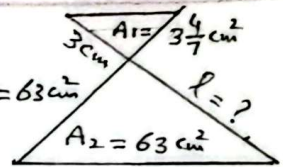
$A_1=3\frac{4}{7}\text{cm}^2 = \frac{25}{7}\text{cm}^2 A_2=63\text{cm}^2$

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2$$

$$\frac{25/7}{63} = \left(\frac{3}{l_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{25}{7 \times 63} = \frac{9}{l_2^2} \Rightarrow 25l_2^2 = 9 \times 7 \times 63$$

$$l_2^2 = \frac{63 \times 63}{25} \Rightarrow l_2 = \sqrt{\frac{63^2}{5^2}} = \frac{63}{5}$$

$$l_2 = 12.6\text{cm}$$

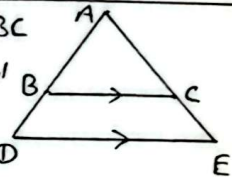


QNo: 3 $\triangle ABC$ کا رقبہ 36cm^2

اور $mBD=4\text{cm}, mAB=6\text{cm}$

$\triangle ADE$ کا رقبہ معلوم کریں

(b) D ذریعہ $BCDE$ کا رقبہ معلوم کریں۔



$mAB=6\text{cm}, mBD=4\text{cm}$

$mAD = mAB + mBD = 6\text{cm} + 4\text{cm} = 10\text{cm}$

Since $BC \parallel DE$, So $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

$$\frac{\text{Area of } \triangle ADE}{\text{Area of } \triangle ABC} = \left(\frac{mAD}{mAB}\right)^2 \Rightarrow \frac{\text{Area of } \triangle ADE}{36} = \left(\frac{10}{6}\right)^2$$

$$\text{Area of } \triangle ADE = \frac{100}{36} \times 36 = 100\text{cm}^2$$

(b) $\triangle ABC$ کا رقبہ = $\triangle ADE$ کا رقبہ - $BCDE$ کا رقبہ

$$= 100\text{cm}^2 - 36\text{cm}^2$$

$$= 64\text{cm}^2$$

QNo: 4 $\triangle ABC$ اور $\triangle DEF$ کیل $K=3$ متساوی

عامل کے ساتھ متشابه ہیں۔ اگر $\triangle ABC$ کا رقبہ 50cm^2 ہو تو

$\triangle DEF$ کا رقبہ معلوم کریں۔ Sol $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

$\triangle ABC$ کا رقبہ $= 50\text{cm}^2, K=3, \triangle DEF$ کا رقبہ = ?

$$\frac{\text{Area of } \triangle ABC}{\text{Area of } \triangle DEF} = K^2 \Rightarrow \frac{50}{\text{Area of } \triangle DEF} = (3)^2$$

$$\frac{50}{\text{Area of } \triangle DEF} = 9 \Rightarrow \text{Area of } \triangle DEF = \frac{50}{9}$$

$$\text{Area of } \triangle DEF = 5\frac{5}{9}\text{cm}^2$$

QNo: 5 چوکور ABCD اور چوکور EFGH کیل $K=\frac{1}{4}$

کے ساتھ متشابه ہے۔ اگر چوکور ABCD کا رقبہ 64cm^2 ہو تو چوکور EFGH کا رقبہ معلوم کریں۔

Sol $\text{چوکور ABCD} = A_1 = 64\text{cm}^2; K = \frac{1}{4}$

$\text{چوکور EFGH} = A_2 = ?$

$$\frac{A_1}{A_2} = K^2 \Rightarrow \frac{64}{A_2} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$A_2 = 64 \times 16 = 1024\text{cm}^2$$

$\text{چوکور EFGH کا رقبہ} = 1024\text{cm}^2$

18/08/25

QNo: 6 دو متشابه مثلثوں کے رقبے 16 cm^2 اور 25 cm^2 ہیں۔ متناظر اضلاع کے جوڑے کی نسبت معلوم کریں۔

Sol $A_1 = 16 \text{ cm}^2$, $A_2 = 25 \text{ cm}^2$

متناظر اضلاع کی نسبت $= \frac{l_1}{l_2} = ?$

$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{16}{25} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2$

$\sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{4}{5}$

سکیل فیکٹر $= \frac{l_1}{l_2} = k = \frac{4}{5}$

جذر المکعب لینے سے

QNo: 7 دو متشابه مثلثوں کے رقبے 144 cm^2 اور 81 cm^2 ہیں۔ اگر بڑی مثلث کے قاعدہ کی لمبائی 30 cm ہو تو چھوٹی مثلث کے متناظر قاعدہ کی لمبائی معلوم کریں۔

Sol $A_1 = 144 \text{ cm}^2$

$A_2 = 81 \text{ cm}^2$; $l_1 = 30 \text{ cm}$; $l_2 = ?$

$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{144}{81} = \left(\frac{30}{l_2}\right)^2 = \frac{900}{l_2^2}$

$144 l_2^2 = 900 \times 81 \Rightarrow l_2^2 = \frac{900 \times 81}{144}$

$l_2 = \sqrt{\frac{900 \times 81}{144}} = \frac{30 \times 9}{4} = \frac{90}{4}$

$l_2 = 22.5 \text{ cm}$

QNo: 8 ایک منظم 7 اضلاع والی شکل ایک بڑی منظم 7 اضلاع والی شکل میں محصور ہے اور بڑی 7 اضلاع والی شکل کے ہر ایک ضلع کی لمبائی چھوٹی 7 اضلاع والی شکل کے ہر ایک ضلع کا 1.7 گنا ہے۔ اگر چھوٹی 7 اضلاع والی شکل کا رقبہ 100 cm^2 ہو تو بڑی 7 اضلاع والی شکل کا رقبہ معلوم کریں۔

Sol $\text{چھوٹی 7 اضلاع والی شکل کا ایک ضلع} = l_1$

side of the smaller heptagon

بڑی 7 اضلاع والی شکل کا ایک ضلع $= l_2 = 1.7 l_1$

چھوٹی شکل کا رقبہ $= A_1 = 100 \text{ cm}^2$

بڑی شکل کا رقبہ $= A_2 = ?$

$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{100}{A_2} = \left(\frac{l_1}{1.7 l_1}\right)^2 = \left(\frac{1}{1.7}\right)^2$

$\frac{100}{A_2} = \frac{1}{2.89} \Rightarrow A_2 = 100 \times 2.89 = 289$

$A_2 = 289 \text{ cm}^2$

Exercise 9.3

QNo: 1 دو گروں کے رداسوں میں نسبت $3:4$ ہے۔ ان کے حجموں میں نسبت معلوم کریں۔

Sol $r_1 : r_2 = 3 : 4$

$v_1 : v_2 = ?$

$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

$v_1 : v_2 = 27 : 64$

QNo: 2 دو منظم چار اضلاع کے حجموں میں نسبت $8:27$ ہے۔ ان کے اضلاع کی لمبائوں میں نسبت معلوم کریں۔

Sol $v_1 : v_2 = 8 : 27$ $l_1 : l_2 = ?$

(69)

$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 \Rightarrow \frac{8}{27} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3$

$\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{\frac{3}{3}}$

جذر المکعب لینے سے cube root

$\left(\frac{8}{27}\right)^{3 \times \frac{1}{3}} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{3 \times \frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{2}{3}$

$l_1 : l_2 = 2 : 3$

QNo: 3 دو مخروطوں (right cones) کے حجموں میں نسبت $64:125$ ہے۔ ان کی اونچائیوں میں (a) قاعدے کے رقبوں میں

نسبت کیا ہوگی؟ Sol $v_1 : v_2 = 64 : 125$

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{64}{125}$

اونچائیوں میں نسبت $h_1 : h_2 = \frac{h_1}{h_2} = ?$

$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \frac{64}{125} = \left(\frac{4}{5}\right)^3$

$\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{3 \times \frac{1}{3}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{3 \times \frac{1}{3}}$

جذر المکعب لینے سے

$\frac{h_1}{h_2} = \frac{4}{5} \Rightarrow h_1 : h_2 = 4 : 5$

قاعدے کے رقبوں میں نسبت $A_1 : A_2 = \frac{A_1}{A_2} = ?$

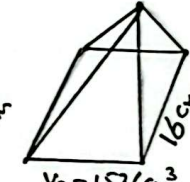
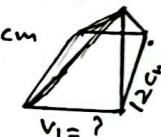
$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow A_1 : A_2 = 16 : 25$

QNo: 4 متشابه جسم میں نامعلوم مقداریں معلوم کریں۔

i) $l_1 = ?$ $v_2 = 1536 \text{ cm}^3$

$l_1 = 12 \text{ cm}$, $l_2 = 16 \text{ cm}$

$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3$



$\frac{v_1}{1536} = \left(\frac{12}{16}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

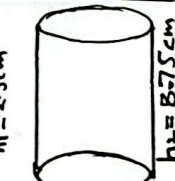
$v_1 = \frac{27}{64} \times 1536 = \frac{41472}{64} = 648$

$v_1 = 648 \text{ cm}^3$

ii) $h_1 = 2.5 \text{ cm}$; $h_2 = 8.75 \text{ cm}$

$v_1 = ?$; $v_2 = 171.5 \text{ cm}^3$

$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \left(\frac{2.5}{8.75}\right)^3$

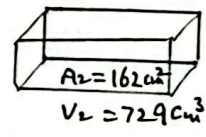
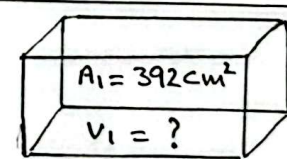


$\frac{v_1}{171.5} = \left(\frac{2.5}{8.75}\right)^3 = 0.0233$ $v_1 = ?$ $v_2 = 171.5 \text{ cm}^3$

$v_1 = 0.0233 \times 171.5$

$v_1 = 3.99 = 4 \text{ cm}^3$

iii)



$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2$ & $\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{\frac{3}{2}}$

$\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)$

$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{\frac{3}{2}}$

$v_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{\frac{3}{2}} \times v_2$

$$V_1 = \left(\frac{392}{162}\right)^{\frac{3}{2}} \times 729 = \left(\frac{196}{81}\right)^{\frac{3}{2}} \times 729$$

$$V_1 = \left(\frac{(14)^2}{(9)^2}\right)^{\frac{3}{2}} \times 729 = \frac{(14)^3 \times \frac{3}{2}}{9^{\frac{3}{2}}} \times 729$$

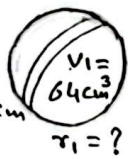
$$V_1 = \frac{14^3}{9^{\frac{3}{2}}} \times 729 = \frac{2744}{729} \times 729 = 2744$$

$$V_1 = 2744 \text{ cm}^3$$

$$i) V_1 = 64 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = 216 \text{ cm}^3$$

$$r_1 = ? ; r_2 = 12 \text{ cm}$$



$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 \Rightarrow \frac{64}{216} = \left(\frac{r_1}{12}\right)^3$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^3 = \left(\frac{r_1}{12}\right)^3$$

$$\frac{4^{3 \times \frac{1}{3}}}{6^{3 \times \frac{1}{3}}} = \left(\frac{r_1}{12}\right)^{3 \times \frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{r_1}{12}$$

$$r_1 = \frac{4}{6} \times 12 \Rightarrow r_1 = 8 \text{ cm}$$

QNo: 5 (canonical cam) دو متشابه مخروطی کون

میں نسبت 3:2 ہے۔ پہلی مخروطی کون کا رقبہ معلوم کریں۔

دوسری مخروطی کون کا حجم 240 m³ ہو تو پہلی مخروطی کون کا حجم معلوم کریں۔

$$i) A_1 = 96 \text{ m}^2 ; A_2 = ? ; r_1 : r_2 = 3:2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{96}{A_2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{96}{A_2} = \frac{9}{4}$$

$$9A_2 = 96 \times 4 \Rightarrow A_2 = \frac{96 \times 4}{9} = \frac{384}{9}$$

$$A_2 = 42.67 \text{ m}^2$$

$$ii) V_1 = ? ; V_2 = 240 \text{ m}^3 ; r_1 : r_2 = 3:2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_1}{240} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

$$V_1 = \frac{240 \times 27}{8} = 810 \Rightarrow V_1 = 810 \text{ m}^3$$

QNo: 6 دو متشابه سنڈریا پانی کے ٹالابوں کی اونچائیاں

میں نسبت 5:3 ہے

ان اگر پہلے ٹالاب کی سطح کا رقبہ 250 m² ہو تو دوسرے ٹالاب کی سطح کا رقبہ معلوم کریں

ان اگر چھوٹے ٹالاب کا حجم 270 m³ ہو تو بڑے ٹالاب کا حجم معلوم کریں

$$i) h_1 : h_2 = 5:3 \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{3} ; A_1 = 250 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{250}{A_2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

$$25A_2 = 250 \times 9 \Rightarrow A_2 = \frac{250 \times 9}{25} = 90$$

$$A_2 = 90 \text{ m}^2$$

$$ii) h_1 : h_2 = 5:3 \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{3}$$

$$V_1 = ? ; V_2 = 270 \text{ m}^3$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_1}{270} = \left(\frac{5}{3}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_1}{270} = \frac{125}{27}$$

$$V_1 = \frac{125}{27} \times 270 = 1250 \Rightarrow V_1 = 1250 \text{ m}^3$$

(70)

Exercise 9.4

QNo: 1 ان ڈیگامکان (10 اضلاع والی شکل) کے اندرونی

زاویوں کا مجموعہ کتنا ہوگا؟ Sol Given n=10

$$\text{interior angle} = \frac{(n-2) \times 180}{n} = \frac{(10-2) \times 180}{10}$$

$$= \frac{8 \times 180}{10} = 144^\circ$$

$$\text{تمام اندرونی زاویوں کا مجموعہ} = 10 \times 144 = 1440^\circ$$

(ii) منظم سدس (hexagon) کے ہر اندرونی زاویے

کی مقدار معلوم کریں۔ Sol منظم سدس = n=6

$$\text{hexagon, ہر اندرونی زاویہ} = \frac{(n-2) \times 180}{n}$$

$$= \frac{(6-2) \times 180}{6} = \frac{4 \times 180}{6} = 120^\circ$$

(iii) منظم پانچس (pentagon) کے ہر بیرونی زاویے کی مقدار معلوم کریں۔ Sol

$$\text{منظم پانچس} = n=5$$

Pentagon

$$\text{ہر بیرونی زاویہ} = \frac{360}{n} = \frac{360}{5} = 72^\circ$$

رہا اگر کسی کثیرالاضلاع کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ 1260°

ہو تو اس کثیرالاضلاع کے کتنے اضلاع ہیں؟ Sol

$$\text{اندرونی زاویوں کا مجموعہ} = 1260^\circ$$

$$\text{Sum of interior angles} = 1260^\circ$$

$$n \times \text{ہر اندرونی زاویہ} = \text{اندرونی زاویوں کا مجموعہ} = 1260^\circ$$

$$\text{ہر اندرونی زاویہ} = \frac{(n-2) \times 180}{n}$$

$$n \times \text{ہر اندرونی زاویہ} = (n-2) \times 180$$

$$1260 = (n-2) \times 180$$

$$\frac{1260}{180} = (n-2)$$

$$n-2 = 7 \Rightarrow n = 7+2$$

$$n = 9$$

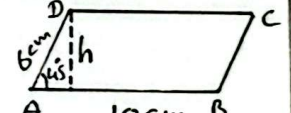
$$\text{پس کثیرالاضلاع 9 اضلاع کا ہے}$$

QNo: 2 ایک متوازی الاضلاع ABCD میں اگر AB=10 cm، AD=6 cm

ہو تو $\angle BAD$ کی مقدار معلوم کریں۔ Sol

$$\sin 45^\circ = \frac{h}{6}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times 6 = h \Rightarrow h = \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$



$$\text{بلندی} \times \text{قاعدہ} = \text{متوازی الاضلاع کا رقبہ}$$

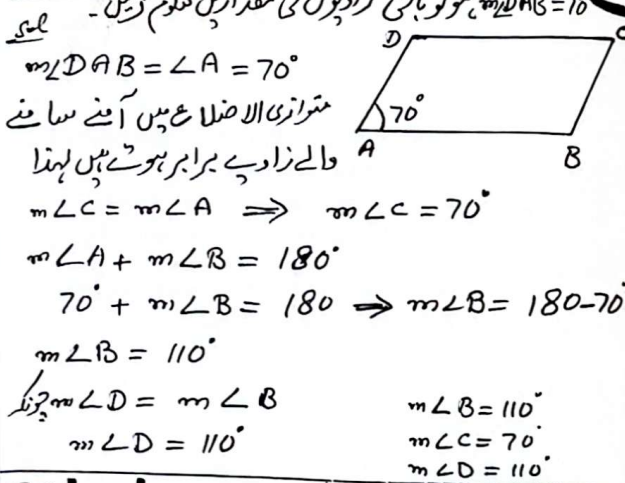
$$A = AB \times h = 10 \times 3\sqrt{2}$$

$$= 30\sqrt{2} = 30(1.4142)$$

$$= 42.42 \text{ cm}^2$$

19/8/25

QNo: 3 ایک متوازی الاضلاع ABCD میں اگر $m\angle DAB = 70^\circ$ ہو تو باقی زاویوں کی مقداریں معلوم کریں۔



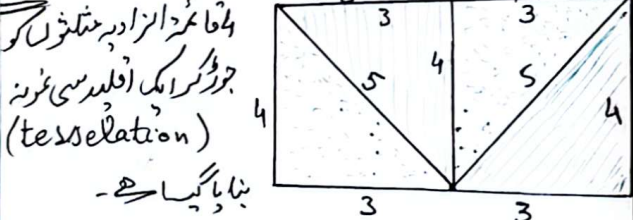
QNo: 4 ایک مربع شکل کو وتر کی طرف دو آدھے حصوں میں کاٹ کر قائمہ الزاویہ مثلثوں میں سے ہر ایک کے وتر کی دوسری کے وتر سے جوڑ کر ایک نئی شکل بنائی گئی۔ وضاحت کریں یہ شکل کیوں اقلیدسی نمونہ ہے اور اس نئی شکل کا اندرونی زاویہ معلوم کریں

مربع شکل کو وتر کی طرف دو آدھے حصے بنانے سے ہر حصہ متساوی الساقین مثلث (isosceles) بننا ہے جس میں ایک زاویہ 90° کا اور باقی دو زاویے 45° کے بنتے ہیں۔ ان دونوں حصوں کو ملانے سے ایک مستطیل بنتی ہے اور تیسری مثلث بھی قائمہ الزاویہ مثلث بنتی ہے۔

مستطیل جو نئی شکل بنتی ہے اس کا ہر اندرونی زاویہ 90° کا بنتا ہے اور اندرونی زاویوں کا مجموعہ 360° بنے گا۔

$90^\circ = \text{ہر اندرونی زاویہ (نئی شکل کا)}$
 $360^\circ = \text{اندرونی زاویوں کا مجموعہ}$

QNo: 5 بنیادی اٹکال کو بار بار جوڑ کر ایک اقلیدسی نمونہ بنایا گیا ہے۔ بنیادی شکل ایک قائمہ الزاویہ مثلث ہے جس کے اضلاع کی مقدار 3، 4 اور 5 اکائیاں ہیں۔ ایک مربع شکل جس کا رقبہ 3600 مربع اکائیاں ہو اس پر اقلیدسی نمونہ بنانے کے لیے قائمہ الزاویہ مثلث کے کم سے کم کتنے عکس درکار ہوں گے۔



ارتفاع $\times$ قاعدہ $\times \frac{1}{2}$ = بنیادی شکل کا رقبہ (مستطیل)

$\frac{1}{2} (3 \times 4) = 6$
 مربع فٹس = 3600 = مربع شکل کا کل رقبہ
 مربع شکل کا کل رقبہ = قائمہ الزاویہ مثلث کے درکار عکس
 ایک مثلث شکل کا رقبہ
 $= \frac{3600}{6} = 600$

QNo: 6 ایک اقلیدسی نمونہ بنایا گیا ہے۔ ہر مسدس کے ضلع کی لمبائی 5 cm ہے اگر اس کا اقلیدسی نمونہ 2 مسدسوں پر مشتمل ہو تو اس کا رقبہ معلوم کریں اور فرض کریں یہ اقلیدسی نمونہ مکمل مسدس ہے تو اس کے بیرونی کنارے کا احاطہ معلوم کریں۔

ضلع کی لمبائی = 5 cm
 Length of side = 5 cm
 منظم مسدس کا رقبہ = $\frac{3\sqrt{3}}{2} \times a^2$
 $= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (5)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 25$
 $= \frac{75(1.732)}{2} = \frac{129.9}{2}$
 $= 64.95 \text{ cm}^2$
 $25 \text{ مسدسوں کا رقبہ} = 25 \times 64.95$
 $= 1623.75$
 $= 1623.8 \text{ cm}^2$

چونکہ یہ ایک منظم مسدس ہے اس لیے بڑی مسدس کے بیرونی کنارے کی لمبائی یہ ہوگی۔

بڑی مسدس کا رقبہ = $\frac{3\sqrt{3}}{2} \times S^2$
 $1623.8 = \frac{3(1.732)}{2} \times S^2$
 $\frac{1623.8 \times 2}{3(1.732)} = S^2 \Rightarrow S^2 = \frac{3247.6}{5.196}$
 $S^2 = 625 \Rightarrow S = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$
 احاطہ = $25 \times 6 = 150 \text{ cm}$
 کل کنارے = 5 cm = کنارے کی لمبائی، 38 = کل کنارے
 احاطہ = $38 \times 5 = 190 \text{ cm}$

QNo: 7 ایک مستطیلی فرش $12 \text{ m} \times 15 \text{ m}$ ہے اس فرش کو مکمل کرنے کے لیے $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ کی کتئی ٹائیلز درکار ہوں گی؟

فرش کا رقبہ = $12 \text{ m} \times 15 \text{ m}$
 Area of floor = 180 m^2
 ایک ٹائیل کا رقبہ = $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$
 Area of each tile = 1 m^2
 فرش کا رقبہ = درکار ٹائیلز
 ایک ٹائیل کا رقبہ
 $= \frac{180}{1} = 180$

20/8/25

QNo:8 ایک مستطیلی دیوار کی لمبائی 10m اور چوڑائی 120m ہے۔ اس دیوار کو رنگ کرنے کے لیے

رنگ کے کتنے گیلن کافی ہیں؟ اگر ایک گیلن $35m^2$ کے لیے کافی ہو۔

Sol دیوار کی لمبائی = 10m

چوڑائی = 120m

دیوار کا رقبہ = چوڑائی $\times$ لمبائی = $10m \times 120m$

= $1200m^2$
ایک گیلن کافی ہے = $35m^2$

کل گیلن = $\frac{1200}{35} = 34.29$ سے 35

دیوار کو رنگ کرنے کے لیے 35 گیلن درکار ہیں۔

QNo:9 ایک مستطیلی دیوار کی اونچائی 10m اور چوڑائی 4m ہے۔ اگر ایک لٹر رنگ $7m^2$ کے لیے کافی ہو تو اس دیوار کے

لے کتنے لٹر رنگ درکار ہوں گے۔

Sol دیوار کی اونچائی / لمبائی = 10m

چوڑائی = 4m

چوڑائی $\times$ لمبائی = دیوار کا رقبہ
= $40m^2$

ایک لٹر رنگ کافی ہے = $7m^2$

Coverage of one L

کل رقبہ = چھ لٹروں کے رقبہ کا رقبہ

= $\frac{40}{7} = 5.71$ لٹر سے 6 لٹر

دیوار کے لیے 6 لٹر رنگ درکار ہوں گے۔

QNo:10 ایک ذوزلقہ شکل کی کھڑکی جس کے متوازی

اضلاع کی لمبائیاں 3m اور 1.5m ہیں اور اونچائی 2m ہے۔

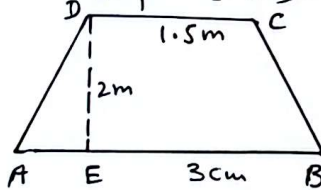
Sol

m $\overline{AB} = 3m$

m $\overline{CD} = 1.5m$

m $\overline{DE} = 2m$

کھڑکی کا رقبہ = A = ?



اونچائی $\times$ (متوازی اضلاع کا مجموعہ) $\times \frac{1}{2}$
کھڑکی کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times (3 + 1.5) \times 2$

A = $\frac{1}{2} (3 + 1.5) \times 2 = 4.5$

A = $4.5m^2$

72 R. Exercise 9 جائزہ مشق

QNo:2 اگر ایک کثیرالاضلاع کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ 1080° ہو تو اس کثیرالاضلاع کے اضلاع کی تعداد معلوم کریں۔

Sol اندرونی زاویوں کا مجموعہ
Sum of interior angles = 1080°

ہر اندرونی زاویہ $n \times 180 = 1080$

ہر اندرونی زاویہ = $\frac{(n-2) \times 180}{n}$

$n \times 180 = (n-2) \times 180$

$1080 = (n-2) \times 180$

$n-2 = \frac{1080}{180} = 6$

$n = 6 + 2 = 8$

لہذا کثیرالاضلاع کے اضلاع کی تعداد 8 ہے۔

QNo:3 دو متشابه بولتیں اس طرح سے ہیں کہ ایک کی اونچائی دوسری کا دوگنا ہے۔ ان کی سطحوں کے رقبوں اور ان کی گنجائش میں نسبت معلوم کریں۔

Sol

فرض کی $l_2 = l$

$l_1 = 2l$

$A_1 : A_2 = ?$ و $V_1 : V_2 = ?$

$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 = \left(\frac{2l}{l}\right)^2$

$\frac{A_1}{A_2} = (2)^2 = 4 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{4}{1}$

$A_1 : A_2 = 4 : 1$

$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 = \left(\frac{2l}{l}\right)^3 = (2)^3$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{1} \Rightarrow V_1 : V_2 = 8 : 1$

QNo:4 ماڈل کاری ہر ایک سمت کار کی متناظر سمتوں

کا $\frac{1}{10}$ گنا ہے درج ذیل نسبتیں معلوم کریں۔

a) $\frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{10}$ و $A_1 : A_2 = ?$

$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{A_1}{A_2}\right) = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}$

$A_1 : A_2 = 1 : 100$

b) ان کے بولٹوں کی گنجائش میں $\frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{10}$

$V_1 : V_2 = ?$

$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1}{1000}$

$V_1 : V_2 = 1 : 1000$

(C) کار کی لمبائیاں (widths of cars)

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{10} \Rightarrow w_1 : w_2 = 1 : 10$$

d) کار کے پہیوں کی تعداد (No of wheels)
کاروں کے پہیوں کی تعداد میں سمت نہیں ہوتی دونوں
کاروں میں 4 پہیے ہیں لہذا نسبت ہے
 $4 : 4 \Rightarrow 1 : 1$

QNo-5 تین متشابه جگہوں کی اونچائی 12cm، 8cm اور 16cm ہے۔ اگر چھوٹے جگہ کی گنجائش $\frac{1}{2}l$ ہو تو بڑی دو کی گنجائش معلوم کریں۔

$$h_1 = 8 \text{ cm}$$

$$h_2 = 12 \text{ cm} ; h_3 = 16 \text{ cm} ; v_1 = \frac{1}{2}l ; v_2 = ? ; v_3 = ?$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 \Rightarrow \frac{1/2}{v_2} = \left(\frac{8}{12}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\frac{1}{2v_2} = \frac{8}{27} \Rightarrow 16v_2 = 27$$

$$v_2 = \frac{27}{16} = 1.6875 \Rightarrow \boxed{v_2 = 1.69l}$$

$$\frac{v_1}{v_3} = \left(\frac{h_1}{h_3}\right)^3 \Rightarrow \frac{1/2}{v_3} = \left(\frac{8}{16}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\frac{1}{2v_3} = \frac{1}{8} \Rightarrow 2v_3 = 8$$

$$v_3 = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow \boxed{v_3 = 4l}$$

QNo-6 3 متشابه گلاسوں کی اونچائی 7.5، 9 اور 10.5 ہے سب سے بڑے گلاس کی گنجائش 343 ملی لیٹر ہو تو دو کی گنجائش معلوم کریں

$$h_1 = 7.5 \text{ cm}, h_2 = 9 \text{ cm}, h_3 = 10.5 \text{ cm}, v_3 = 343 \text{ ml}, v_1 = ? ; v_2 = ?$$

$$\frac{v_1}{v_3} = \left(\frac{h_1}{h_3}\right)^3 \Rightarrow \frac{v_1}{343} = \left(\frac{7.5}{10.5}\right)^3 = (0.714)^3 \Rightarrow v_1 = (0.714)^3 \times 343$$

$$v_1 = 0.364 \times 343 = 125 \text{ ml} \Rightarrow \boxed{v_1 = 125 \text{ ml}}$$

$$\frac{v_2}{v_3} = \left(\frac{h_2}{h_3}\right)^3 \Rightarrow \frac{v_2}{343} = \left(\frac{9}{10.5}\right)^3 = (0.857)^3 \Rightarrow v_2 = (0.857)^3 \times 343$$

$$v_2 = 0.6294 \times 343 = 216 \Rightarrow \boxed{v_2 = 216 \text{ ml}}$$

QNo-7 ماڈل کار کے دروازے کے رقبے اور اصل کار کے دروازے کے رقبے میں نسبت 1:2500 ہو تو اصل کار کے رقبے میں نسبت

a) ماڈل کی لمبائی = l_1 ; اصل کی لمبائی = l_2

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2500} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2$$

$$\sqrt{\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2500}} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{50} \Rightarrow l_1 : l_2 = 1 : 50$$

b) ان کے بیٹرول ٹینکوں کی گنجائش میں نسبت (capacities)

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{1}{50}\right)^3$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{125000} \Rightarrow v_1 : v_2 = 1 : 125000$$

c) اصل کار کی چوڑائی 150cm ہو تو ماڈل کار کی چوڑائی معلوم کریں

73

$$\text{ماڈل کار کی چوڑائی} = w_1$$

$$\text{Width of model} = w_1$$

$$\text{اصل کار کی چوڑائی} = w_2 = 150 \text{ cm}$$

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{l_1}{l_2} \Rightarrow w_1 = \frac{l_1}{l_2} \times w_2$$

$$w_1 = \frac{1}{50} \times 150 = 3 \text{ cm}$$

d) اگر ماڈل کار کے چھلے شیشے کا رقبہ 3cm² ہو تو اصل کار کے چھلے شیشے کا رقبہ معلوم کریں

$$\text{ماڈل کار کا رقبہ} = A_1 = 3 \text{ cm}^2$$

$$\text{اصل کار کا رقبہ} = A_2 = ?$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{A_2} = \left(\frac{1}{50}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{A_2} = \frac{1}{2500}$$

$$A_2 = 3 \times 2500 \Rightarrow \boxed{A_2 = 7500 \text{ cm}^2}$$

QNo-8 دو متشابه کاتی جار پر لگے لیسوں کے رقبوں میں نسبت 144:169 ہے درج ذیل نسبتیں معلوم کریں

a) ان کی گنجائش میں نسبت

$$\text{رقبوں میں نسبت} A_1 : A_2 = 144 : 169$$

$$\text{اونچائی میں نسبت} h_1 : h_2 = ?$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{144}{169} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2$$

$$\sqrt{\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2} = \sqrt{\frac{144}{169}} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{12}{13}$$

$$h_1 : h_2 = 12 : 13$$

$$v_1 : v_2 = ?$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \left(\frac{12}{13}\right)^3 = \frac{1728}{2197}$$

$$v_1 : v_2 = 1728 : 2197$$

QNo-9 ایک فرش پر ٹائلوں کا اقلیدہ سی نمونہ مسلسل منظم

مستطی 6 مربع اور 6 مساوی الاضلاع مثلثوں کے نمونوں کے استعمال سے بنایا گیا ہے۔ اگر یہ نمونہ الاضلاع کے ایک ضلع کی لمبائی $\frac{1}{2}m$ ہو تو ایک نمونے کا رقبہ معلوم کریں۔

$$\text{Sol} \quad \text{ایک ضلع کی لمبائی} = \frac{1}{2}m$$

$$\text{ایک مربع کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}m^2$$

$$6 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2} = 1.5m^2$$

$$\text{ایک مستطی کا رقبہ} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{8} = \frac{3(1.732)}{8}$$

$$= \frac{5.196}{8} = 0.6495m^2$$

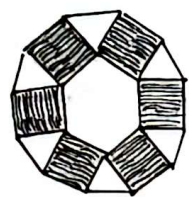
$$\text{ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1.732}{16} = 0.10825m^2$$

$$6 \times 0.10825 = 0.6495m^2$$

$$\text{ایک نمونے کا رقبہ} = 0.6495 + 0.65 + 1.5$$

$$\text{Area of one pattern} = 2.8m^2$$



Exercise 12.1

(74)

vii) frequency (Lower limit) جس کا جماعتی گھنٹہ 15 ہے اس کی زیریں حد 44 ہے

class interval	frequency
6-10	3
11-15	6

جماعتی وقفہ 6-10 ہیں دو
جماعتی حدود (class limits)
ہیں 6 زیریں جماعتی حد
(Lower class limit)

اور 10 بالائی جماعتی حد (Upper class limit) کہلاتی ہے۔

اسی طرح اگر حقیقی جماعتی حدود (class boundaries) نکالنی ہوں
تو زیریں حد (Lower limit) میں سے 0.5 کو تعلق کرتے ہیں اور بالائی
حد (Upper limit) میں 0.5 جمع کرتے ہیں

5.5 — 10.5

درمیانی نقطہ (Mid point) نکالنے کے لیے زیریں اور بالائی حد
کو جمع کر کے 2 پر تقسیم کرتے ہیں مثلاً $\frac{6+10}{2}$ یعنی 8 درمیانی
نقطہ ہے اسے x سے ظاہر کرتے ہیں۔ جماعتی وقفہ کا سائز

یا جسامت کو h سے ظاہر کرتے ہیں 10-6 کا سائز 5 ہے۔

QNo: 1 کمپنی کے طلباء کی پیمائش میں درج ذیل پڑھائی کیے

scores	24-28	29-33	34-38	39-43	44-48	49-53	Total
طلباء کی تعداد	3	6	12	23	15	6	65

آخری جماعت کی بالائی حد Upper limit of last class

آخری جماعت 53-49 ہے اور اس کی بالائی حد 53 ہے

ii) Lower limit of (39-43) زیریں جماعتی حد

جماعتی وقفہ 39-43 میں زیریں حد (Lower limit) 39 ہے

iii) Mid-point of (34-38) جماعتی حد کا درمیانی نقطہ

$$x = \frac{34+38}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

iv) Class frequencies of 29-33 & 44-48 جماعتی تعداد

29-33 کا جماعتی تعداد 6 اور 44-48 کا 15 ہے

v) جماعتی حدود کی جسامت (size of class limits)

24-28 جسامت 5 ; 29-33 جسامت 5

34-38 " " ; 39-43 " "

44-48 " " ; 49-53 " "

vi) Class minimum students کمپنی کے طلباء میں سے کم سے کم طلباء '3' ہیں۔

کلاس (44-48) میں جماعتی گھنٹہ 15 ہے اس کی زیریں حد 44 ہے

viii) Students scores w/o 24 & 43 طلباء کی تعداد جن کے نمبرز 24 & 43 کے درمیان ہیں۔

$$\text{Students} = 3 + 6 + 12 + 23$$

$$\text{طلباء کی تعداد} = 44$$

QNo: 2 سکول کے مشاق کے لیے کرسیوں کی قیمت پر اخراجات

145, 152, 153, 156, 158, 160, 146, 152, 155, 159,
161, 163, 165, 147, 148, 151, 154, 158, 160,
144, 167, 151, 150, 152, 149, 145, 153, 152, 155

جماعتوں کی تعداد 8 لے کر ٹیلی نشان Tally Mark سے پیش کیا جائے

$$3 = \text{سائز} ; 167 = \text{سب سے بڑی} ; 144 = \text{سب سے چھوٹی}$$

Class limits	Tally marks	f
144 — 146	///	4
147 — 149	///	3
150 — 152	///	7
153 — 155	///	5
156 — 158	///	4
159 — 161	///	4
162 — 164	/	1
165 — 167	//	2

$$\text{Total} = \sum f = 30$$

آخری 3 جماعتوں کے

QNo: 3 ہائی سکول کے 30 طلباء کے اوزان دیے گئے ہیں

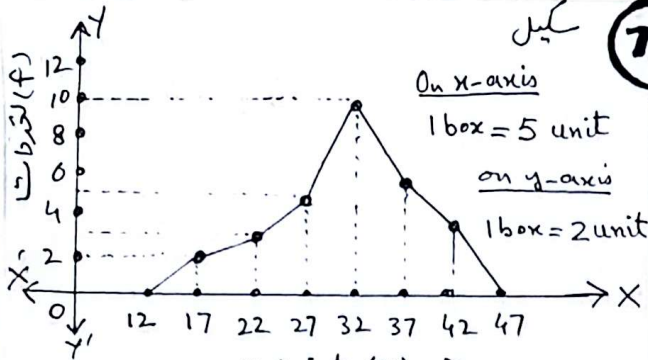
30, 33, 24, 21, 15, 39, 37, 44, 42, 33, 33, 28, 29, 32,
31, 28, 26, 32, 34, 35, 38, 36, 41, 30, 35, 41, 23, 26, 18, 34

جماعتی وقفہ کا سائز 5 ہے اور بالائی حد (Upper limit) 44 ہے

$$5 = \text{سائز} ; 44 = \text{سب سے بڑی} ; 15 = \text{سب سے چھوٹی}$$

class interval	Tally marks	f	درمیانی نقطہ
15 — 19	///	17	2
20 — 24	///	22	3
25 — 29	///	27	5
30 — 34	///	32	10
35 — 39	///	37	6
40 — 44	///	42	4

$$\text{Total} = \sum f = 30$$



QNo: 4 درسیں جماعت کے طلبہ نے انگریزی میں حاصل کیے

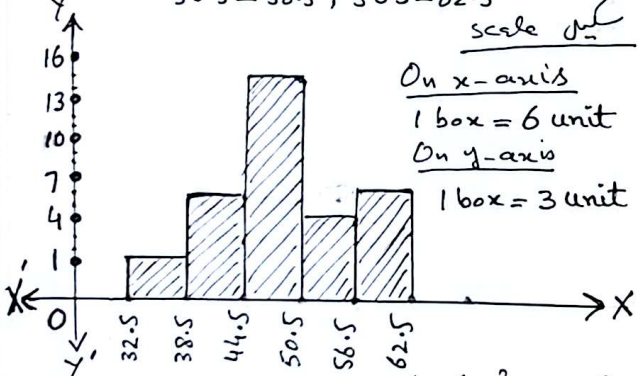
58, 59, 58, 33, 40, 58, 45, 46, 43, 45, 45, 50, 52, 49, 50, 57, 52, 55, 49, 50, 62, 49, 48, 44, 42, 47, 46, 47, 46, 53, 40, 44
 جماعتوں کی تعداد 15 سائز 6 ہے مگر
 تعدادی تقسیم کا ٹیبل بنائیں اور کم تعداد والی جماعتی حدود کا ملکی نقشہ بنائیں
 6 = سائز, 62 = سب سے بڑی حد, 33 = سب سے چھوٹی حد

Class Limit حدود	Tally Mark شیلی نشان	تعدادات (f)
33 — 38	/	(32.5 — 38.5) 1
39 — 44		(38.5 — 44.5) 6
45 — 50		(44.5 — 50.5) 15
51 — 56		(50.5 — 56.5) 4
57 — 62	/	(56.5 — 62.5) 6

Total = $\sum f = 30$

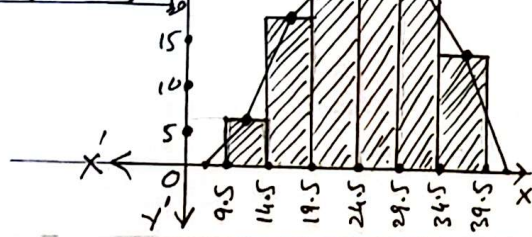
سب سے کم تعداد والی جماعتی حد = 33 — 38

حقیقی جماعتی حدود 32.5 — 38.5, 38.5 — 44.5, 44.5 — 50.5, 50.5 — 56.5, 56.5 — 62.5



QNo: 5 دیے گئے تعدادی تقسیم کے ٹیبل کو کاملی نقشہ سر تعدادی

weight وزن	(f) حقیقی تعداد	C.B حقیقی جماعتی حدود	ترتیبی
10 — 14	6	9.5 — 14.5	12
15 — 19	17	14.5 — 19.5	17
20 — 24	23	19.5 — 24.5	22
25 — 29	30	24.5 — 29.5	27
30 — 34	22	29.5 — 34.5	32
35 — 39	13	34.5 — 39.5	37



75 QNo: 6 5 سکوں کو اچھالنے سے 50 سیٹوں کے ایک تجربے میں پید کی تعداد پر

میں پید کی تعداد پر غیر مسلسل تعدادی تقسیم کا (discrete) ٹیبل بنائیں
 3, 3, 4, 0, 5, 4, 3, 3, 1, 2, 4, 5, 0, 3, 2, 4, 4, 0, 0, 0, 5, 5, 3, 3, 1, 4, 3, 2, 2, 4, 4, 3, 2, 5, 3, 2, 1, 3, 5, 4, 3, 2, 1, 3, 2, 1, 3, 1, 4, 3, 2, 2, 4

No. of heads پید کی تعداد	Tally Mark شیلی نشان	تعدادات f
0		5
1		7
2		9
3		14
4		9
5		6

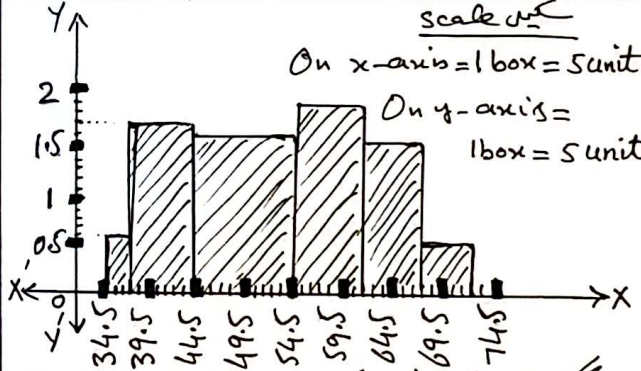
Total = ٹٹل = $\sum f = 50$

QNo: 7 درسیں سکول کے طلبہ کے تجربوں کی جدول کو تعدادی تقسیم کے جدول کو بنار پید کا ملکی نقشہ ظاہر کریں۔

Marks بجز	35 — 37	38 — 44	45 — 54	55 — 61	62 — 67	68 — 72
تعدادات (f)	2	12	16	13	9	3

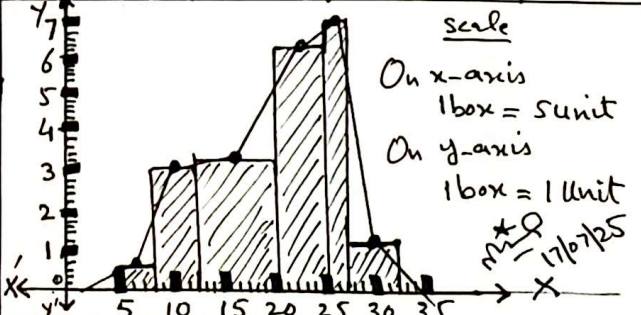
یہاں جماعتی حدود کا سائز ایک جیسا نہیں ہے مثلاً 35 — 37 میں سائز 3 اور 38 — 44 میں سائز 7 ہے لہذا یہاں مطابقت پیدا کرنا ہے

Marks بجز	f تعدادات	Width of class جماعت کی رفاقت	Adjusted f مطابقت تعداد	C.B حقیقی جماعتی حدود
35 — 37	2	3 (37 — 34.5)	$2/3 = 0.67$	34.5 — 37.5
38 — 44	12	7	$12/7 = 1.71$	37.5 — 44.5
45 — 54	16	10	$16/10 = 1.6$	44.5 — 54.5
55 — 61	13	7	$13/7 = 1.86$	54.5 — 61.5
62 — 67	9	6	$9/6 = 1.5$	61.5 — 67.5
68 — 72	3	5	$3/5 = 0.6$	67.5 — 72.5



QNo: 8 دیے گئے مواد سے کاملی نقشہ پر کٹر لائن اور مڈوائس

class limit جماعتی حدود	(f) تعدادات	Width of class جماعت کی رفاقت	Adjusted f مطابقت تعداد	M. point درمیانی نقطہ X
5 — 8	2	8 — 5 = 3	$2/3 = 0.6$	$5 + 8/2 = 6.5$
8 — 12	12	12 — 8 = 4	$12/4 = 3$	10
12 — 20	25	20 — 12 = 8	$25/8 = 3.1$	16
20 — 25	32	25 — 20 = 5	$32/5 = 6.4$	22.5
25 — 27	14	27 — 25 = 2	$14/2 = 7$	26
27 — 32	5	32 — 27 = 5	$5/5 = 1$	28.5



Exercise 12.2

76

70, 72, 81, 88, 90, 90, 95, 95, 115, 125

n = 10

چونکہ تعداد جفت (even) ہے لہذا

QNo: 1 حسابی اوسط (Arithmetic Mean) معلوم کریں

i) 4, 06, 10, 12, 15, 20, 25, 28, 30

$$(A.M) \text{ حسابی اوسط} = \bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{4+6+10+12+15+20+25+28+30}{9}$$

$$= \frac{150}{9} = 16.666 = 16.67$$

ii) 12, 18, 19, 0, -19, -18, -12

$$(A.M) \text{ حسابی اوسط} = \bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{12+18+19+0-19-18-12}{7}$$

$$= \frac{0}{7} = 0$$

iii) 6.5, 11, 12.3, 9, 8.1, 16, 18, 20.5, 25

$$(A.M) \text{ حسابی اوسط} = \bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{6.5+11+12.3+9+8.1+16+18+20.5+25}{9}$$

$$= \frac{126.4}{9} = 14.04$$

iv) 8, 10, 12, 14, 16, 20, 22

$$(A.M) \text{ حسابی اوسط} = \bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{8+10+12+14+16+20+22}{7}$$

$$= \frac{102}{7} = 14.57$$

QNo: 2 طلباء کے قد (height) کی وسطانی قد معلوم کریں Find Median height.

55, 53, 54, 58, 60, 61, 62, 56, 57, 52, 51, 63

ترتیب صعودی (Ascending order) دینے سے

51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 61, 62, 63

چونکہ تعداد جفت (even) ہے اس لیے

$$\text{Median} = \bar{X} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n}{2} \right)^{\text{th}} \text{observation} + \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{observation} \right]$$

$$n = 12 \quad \bar{X} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{12}{2} \right)^{\text{th}} + \left(\frac{12+1}{2} \right)^{\text{th}} \right]$$

$$\bar{X} = \frac{1}{2} \left(6^{\text{th}} + 7^{\text{th}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} (56 + 57)$$

$$= \frac{1}{2} (113) = 56.5$$

QNo: 3 10 مزدوروں کی اجرتیں یہ ہیں

88, 70, 72, 125, 115, 95, 81, 90, 95, 90

ان حسابی اوسط (A.M) (Median) (Mode) (Range) معلوم کریں

$$(A.M) \text{ حسابی اوسط} = \bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{88+70+72+125+115+95+81+90+95+90}{10}$$

$$= \frac{921}{10} = 92.1$$

ii) موازنہ ترتیب صعودی (Ascending Order) میں لکھنے سے

$$\text{Median} = \bar{X} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n}{2} \right)^{\text{th}} + \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\text{th}} \right]$$

$$\bar{X} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{10}{2} \right)^{\text{th}} + \left(\frac{10+1}{2} \right)^{\text{th}} \right]$$

$$= \frac{1}{2} (5^{\text{th}} + 6^{\text{th}})$$

$$= \frac{1}{2} (90 + 90) = \frac{1}{2} (180) = 90$$

iii) 190 اور 95 دونوں 2.2 بار ہیں لہذا 90, 95

QNo: 4

حاصل کردہ (f)	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
تعداد (f)	9	18	35	17	5

انگریزی میں حاصل کردہ نمرات (برائے راست اور تشریف لائے)

A.M by direct & short formula

حاصل کردہ (f)	تعداد (f)	درجائی نمر (x)	f x
15-19	9	17	153
20-24	18	22	396
25-29	35	27	945
30-34	17	32	544
35-39	5	37	185
	$\sum f = 84$		$\sum fx = 2223$

-(برائے راست طریقہ) -
حسابی اوسط $\bar{X} = A.M = \frac{\sum fx}{\sum f}$

$$\bar{X} = \frac{2223}{84}$$

$$= 26.46$$

حاصل کردہ (f)	تعداد (f)	درجائی نمر (x)	D=x-A	f D
15-19	9	17	17-20 = -3	-27
20-24	18	22	2	36
25-29	35	27	7	245
30-34	17	32	12	204
35-39	5	37	17	85
	$\sum f = 84$			$\sum fD = 543$

Short formula

فرض کی $A = 20$

$$\bar{X} = A + \frac{\sum fD}{\sum f}$$

$$= 20 + \frac{543}{84}$$

$$= 20 + 6.46$$

$$= 26.46$$

حاصل کردہ (f)	تعداد (f)	درجائی نمر (x)	تعداد (f)	تعداد (f)
15-19	14.5 - 19.5	9	9	9
20-24	19.5 - 24.5	18	27	27
25-29	24.5 - 29.5	35	62	62
30-34	29.5 - 34.5	17	79	79
35-39	34.5 - 39.5	5	84	84

Median

n = 84

Median = $\left(\frac{n}{2} \right)^{\text{th}}$

$$= \left(\frac{84}{2} \right)^{\text{th}}$$

$$= 42^{\text{th}}$$

observation

25-29 میں موجود ہے

$$l = 24.5 \quad h = 5$$

$$f = 35 \quad n = 84 \quad c = 27$$

$$\text{Median} = \bar{X} = l + \frac{h}{f} \left(\frac{n}{2} - c \right)$$

$$\bar{X} = 24.5 + \frac{5}{35} \left(\frac{84}{2} - 27 \right)$$

$$= 24.5 + \frac{1}{7} (42 - 27)$$

$$= 24.5 + \frac{1}{7} (15)$$

$$= 24.5 + 2.14$$

$$= 26.64$$

0300-7335154
0313-7335154
14/08/2025

QNo:5

S-9	10-14	15-19	20-24	25-29
1	8	18	11	2

واقعی حدود C. interval	حقیقی جماعتی حدود Class Boundaries	تعدادات f	عاده (mode) معلوم کریں
S-9	4.5 - 9.5	1	$l = 14.5$
10-14	9.5 - 14.5	8	$h = 5$
15-19	14.5 - 19.5	18	$f_m = 18$
20-24	19.5 - 24.5	11	$f_1 = 8$
25-29	24.5 - 29.5	2	$f_2 = 11$

$$\hat{X} = l + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h$$

$$\begin{aligned}\hat{X} &= 14.5 + \frac{18-8}{(18-8) + (18-11)} \times 5 \\ &= 14.5 + \frac{10}{10+7} \times 5 = 14.5 + \frac{10}{17} \times 5 \\ &= 14.5 + \frac{50}{17} = 14.5 + 2.94 \\ &= 17.44\end{aligned}$$

QNo:6

10 نمبروں کی منسلک دارا جرتیں یہ ہیں

4250, 4350, 4400, 4250, 4350, 4410, 4500, 4300, 4500, 4390
اجرتوں کا حسابی اوسط (A.M) نمبر لکھیے، وسطانہ اور عاده معلوم کریں

X	4250	4350	4400	4250	4350	4410	4500	4300	4500	4390
D-A	-100	0	50	-100	0	60	150	-50	150	40

$$\text{فرض کیا } A = 4350$$

$$\sum D = -100 + 0 + 50 - 100 + 0 + 60 + 150 - 50 + 150 + 40 = 200$$

$$n = 10$$

$$\bar{X} = \text{حسابی اوسط} = A + \frac{\sum D}{n}$$

$$\begin{aligned}&= 4350 + \frac{200}{10} = 4350 + 20 \\ &= 4370\end{aligned}$$

ii) ترتیب صعودی (Ascending order) میں لکھتے ہیں
4250, 4250, 4300, 4350, 4350, 4390, 4400, 4410, 4500, 4500
 $n = 10$ چونکہ تعداد جفت (even) ہے لہذا

$$\text{وسطانہ} = \bar{X} = \frac{1}{2} \left[\text{دیں نمبر } \frac{n}{2} + \text{دیں نمبر } \left(\frac{n+2}{2} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{1}{2} \left[\text{دیں نمبر } \frac{10}{2} + \text{دیں نمبر } \left(\frac{10+2}{2} \right) \right] = \frac{1}{2} (\text{دیں نمبر } 5 + \text{دیں نمبر } 6) \\ &= \frac{1}{2} (4350 + 4390) = \frac{1}{2} (8740) \\ &= 4370\end{aligned}$$

$$\text{iii) عاده } = \hat{X} = 4250, 4350, 4500$$

4250, 4350, 4500 تینوں 2 بار ہیں

QNo:7

45 مدرات کا حسابی اوسط 80 ہے مجموعہ معلوم کریں

$$\text{مدرات کی تعداد} = n = 45 \quad \text{حسابی اوسط} = \bar{X} = 80$$

$$\sum x = ?$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} \Rightarrow \sum x = n \times \bar{X}$$

$$\sum x = 45 \times 80 = 3600$$

77 QNo:8

5 مدرات اس طرح ہیں 1, 4, 0, 7, 9 ان کا

حسابی اوسط $\bar{X}$ ، وسطانہ $\tilde{X}$ اور عاده $\hat{X}$ معلوم کریں

$$\text{حسابی اوسط} = \bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1+4+0+7+9}{5}$$

$$\bar{X} = \frac{21}{5} = 4.2$$

ترتیب صعودی میں لکھتے ہیں 0, 1, 4, 7, 9 $n=5$

چونکہ تعداد طاق (odd) ہے لہذا

$$\text{وسطانہ} = \tilde{X} = \text{دیں نمبر } \left(\frac{n+1}{2} \right) \text{ observation } \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\text{th}}$$

$$\bar{X} = \text{دیں نمبر } \left(\frac{5+1}{2} \right) = \text{دیں نمبر } \left(\frac{6}{2} \right) = \text{دیں نمبر } 3$$

$$= 4$$

دیے گئے مواد میں کوئی بھی مد ایک سے زیادہ بار نہیں ملے لہذا

اس مواد کا عاده نہیں ہے No mode in this data

QNo:9

مدرات کی قیمتیں 148, 145, 160, 157, 156, 160 ہیں

ثابت کریں حسابی اوسط > وسطانہ > عاده

$$\text{حسابی اوسط} = \bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{148+145+160+157+156+160}{6}$$

$$= \frac{926}{6} = 154.33$$

مواد کو ترتیب صعودی میں لکھتے ہیں

$$145, 148, 156, 157, 160, 160$$

$$n=6$$

چونکہ تعداد جفت ہے لہذا

$$\text{وسطانہ} = \frac{1}{2} \left[\text{دیں نمبر } \left(\frac{n}{2} \right) + \text{دیں نمبر } \left(\frac{n+2}{2} \right) \right]$$

$$\bar{X} = \frac{1}{2} \left[\text{دیں نمبر } \left(\frac{6}{2} \right) + \text{دیں نمبر } \left(\frac{6+2}{2} \right) \right] = \frac{1}{2} (\text{دیں نمبر } 3 + \text{دیں نمبر } 4)$$

$$= \frac{1}{2} (156 + 157) = \frac{1}{2} (313)$$

$$= 156.5$$

$$\text{عاده} = \text{mode} = 160$$

160 دو بار ہے لہذا

$$160 > 156.5 > 154.33$$

لہذا ثابت ہوا حسابی اوسط > وسطانہ > عاده

QNo:10

ایک پوسٹل میں 10 طلباء کی کلیدی یہ ہے

21, 15, 16, 18, 14, 17, 15, 12, 13, 11

حاصل ہونے والے اعداد معلوم کریں اگر $D = X - 20$ فرض کریں

وسطانہ (Median)

مواد کو ترتیب صعودی میں لکھتے ہیں 11, 12, 13, 14, 15, 15, 16, 17, 18, 21

$$n = 10$$

چونکہ تعداد جفت ہے لہذا

$$\text{وسطانہ} = \frac{1}{2} \left[\text{دیں نمبر } \left(\frac{n}{2} \right) + \text{دیں نمبر } \left(\frac{n+2}{2} \right) \right]$$

$$\bar{X} = \frac{1}{2} \left[\text{دیں نمبر } \left(\frac{10}{2} \right) + \text{دیں نمبر } \left(\frac{10+2}{2} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} (\text{دیں نمبر } 5 + \text{دیں نمبر } 6) = \frac{1}{2} (15 + 15)$$

$$= \frac{1}{2} (30) = 15$$

$$\text{عاده} = \hat{X} = 15$$

15 دو بار ہے

$$\text{حسابی اوسط} = \bar{X} = A + \frac{\sum D}{n} \quad \text{جیکہ } D = X - 20$$

X	11	12	13	14	15	15	16	17	18	21
D=x-20	-9	-8	-7	-6	-5	-5	-4	-3	-2	1

$$\Sigma D = -9 - 8 - 7 - 6 - 5 - 5 - 4 - 3 - 2 + 1 = -48$$

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$$

$$= 20 - \frac{48}{10} = 20 - 4.8 = 15.2$$

QNo: 11 (f) 5-10 10-15 15-20 20-25 25-30

50 طلباء کے چھپ خرچ کا وسطیہ اور عمارہ معلوم کریں
وزن مختصر طریقہ سے حسابی اور وسط معلوم کریں

روزے	(f)	C.F	l	n
5-10	12	12	5	50
10-15	9	21	15	
15-20	18	39	25	
20-25	7	46	35	
25-30	4	50	45	

$$\text{Median} = \bar{X} = l + \frac{h}{f} \left(\frac{n}{2} + c \right)$$

$$\bar{X} = 15 + \frac{5}{18} \left(\frac{50}{2} - 21 \right) = 15 + \frac{5}{18} (25 - 21)$$

$$= 15 + \frac{5}{18} (4) = 15 + \frac{20}{18} = 15 + 1.11$$

$$= 16.11$$

روزے	(f)	معارف	mode = $\hat{X} = l + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h$	l	h	f _m	f ₁	f ₂
5-10	12			5	5	18	9	7
10-15	9			15				
15-20	18	معارف	$\hat{X} = 15 + \frac{18 - 9}{(18 - 9) + (18 - 7)} \times 5$	15	5	18	9	7
20-25	7	معارف	$= 15 + \frac{9}{9 + 11} \times 5$					
25-30	4		$= 15 + \frac{9}{20} \times 5$					
			$= 15 + \frac{45}{20} = 15 + 2.25$					
			$= 17.25$					

روزے	(f)	x	D=x-A	fD	A	h
5-10	12	7.5	7.5-17.5 = -10	-120	17.5	5
10-15	9	12.5	-5	-45		
15-20	18	17.5	0	0		
20-25	7	22.5	5	35		
25-30	4	27.5	10	40		
	$\Sigma f = 50$		$\Sigma fD = -90$		$\bar{X} = 17.5 - \frac{90}{50} = 17.5 - 1.8 = 15.7$	

روزے	(f)	x	u = $\frac{x-A}{h}$	fu	A	h
5-10	12	7.5	$\frac{7.5-17.5}{5} = -2$	-24	17.5	5
10-15	9	12.5	$\frac{12.5-17.5}{5} = -1$	-9		
15-20	18	17.5	$\frac{17.5-17.5}{5} = 0$	0		
20-25	7	22.5	$\frac{22.5-17.5}{5} = 1$	7		
25-30	4	27.5	$\frac{27.5-17.5}{5} = 2$	8		
	$\Sigma f = 50$			$\Sigma fu = -130$	$\bar{X} = 17.5 + \frac{-130}{50} = 17.5 - 2.6 = 14.9$	

QNo: 12 20 لڑکوں کی اوسط عمر 13 سال 4 ماہ 4 دن ہے
ان کی عمر کا مجموعہ معلوم کریں۔ اگر ان میں سے ایک لڑکے کی عمر 15 سال ہو تو باقی لڑکوں کی اوسط عمر کیا ہے؟
n = 20
 $\Sigma x = ?$ $\bar{X} = 13$ سال، 4 ماہ، 4 دن

78

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} \Rightarrow \Sigma x = n \times \bar{X}$$

$$\Sigma x = 20 (13 \text{ سال}, 4 \text{ ماہ}, 5 \text{ دن})$$

$$= 260 \text{ سال}, 800 \text{ ماہ}, 100 \text{ دن}$$

$$= 260 \text{ سال}, 68 \text{ ماہ}, 100 \text{ دن}$$

$$= 260 + 6, 68 + 3, 100$$

$$= 266, 71, 103$$

$$\bar{X} = 15 \text{ سال}$$

$$\text{باقی 19 لڑکوں کی عمر کا مجموعہ} = 266 - 15 = 251 \text{ سال}, 1100 \text{ ماہ}, 100 \text{ دن}$$

$$= 251 \text{ سال}, 1100 \text{ ماہ}, 100 \text{ دن}$$

$$n = 19, \bar{X} = ?$$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{251 \text{ سال}, 1100 \text{ ماہ}, 100 \text{ دن}}{19}$$

$$\bar{X} = \frac{251 \text{ سال} + \frac{11}{12} \text{ سال} + \frac{10}{365} \text{ سال}}{19} = \frac{251 + 0.9167 + 0.027}{19}$$

$$= \frac{251.9437}{19} = 13.2602 \text{ سال}$$

$$= 13 \text{ سال} + 0.2602 \text{ سال}$$

$$= 13 \text{ سال} + (0.2602 \times 12) \text{ ماہ} = 13 \text{ سال} + 3.1224 \text{ ماہ}$$

$$= 13 \text{ سال} + 3 \text{ ماہ} + (0.1224 \times 30) \text{ دن}$$

$$= 13 \text{ سال} + 3 \text{ ماہ} + 3.67 \text{ دن}$$

$$= 13 \text{ سال}, 3 \text{ ماہ}, 4 \text{ دن}$$

QNo: 13 حسابی اور وسط (A.M) معلوم کریں۔

$$(i) D = x - 140, \Sigma D = 500, n = 10, \bar{X} = ?$$

$$D = x - A = x - 140 \Rightarrow A = 140$$

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$$

$$= 140 + \frac{500}{10} = 140 + 50 = 190$$

$$(ii) U = \frac{x - 130}{6}, \Sigma U = -150, n = 15, \bar{X} = ?$$

$$U = \frac{x - A}{h} = \frac{x - 130}{6} \Rightarrow A = 130, h = 6$$

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma U \times h}{n}$$

$$= 130 + \frac{-150 \times 6}{15} = 130 + (-10) \times 6$$

$$= 130 - 60 = 70$$

$$(iii) D = x - 25, \Sigma fD = 300, \Sigma f = 20, \bar{X} = ?$$

$$D = x - A = x - 25 \Rightarrow A = 25$$

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$$

$$= 25 + \frac{300}{20} = 25 + 15 = 40$$

$$(iv) U = \frac{x - 120}{5}, \Sigma fu = 60, \Sigma f = 100, \bar{X} = ?$$

$$U = \frac{x - A}{h} = \frac{x - 120}{5} \Rightarrow A = 120, h = 5$$

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fu \times h}{\Sigma f}$$

$$= 120 + \frac{60 \times 5}{100} = 120 + 3$$

$$= 123$$

QNo: 14

حارث	50	55	70	85	90
ماہم	75	60	60	45	53
حنال	80	77	66	42	48

3 بچوں نے دوڑیں (Run) بنائیں 1000 روپے (ان) کو حاصل کیا؟
زیادہ اور سب سے زیادہ

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum x}{n} = \frac{50+55+70+85+90}{5} = 70$$

$$\bar{X}_2 = \frac{\sum x}{n} = \frac{75+60+60+45+53}{5} = 58.6$$

$$\bar{X}_3 = \frac{\sum x}{n} = \frac{80+77+66+42+48}{5} = 62.6$$

حارث کی اوسط زیادہ ہے لہذا حارث 1000 روپے (ان) حاصل کیا

QNo: 15

D	-6	-4	-2	0	2	4	6
f	1	3	6	20	26	12	2

$D = x - 20$ انحراف سے قبل کا حسابی اوسط (A.M) معلوم کریں

D	f	fD
-6	1	-6
-4	3	-12
-2	6	-12
0	20	0
2	26	52
4	12	48
6	2	12

$$\begin{aligned} D &= x - A \Rightarrow A = 20 \\ \sum fD &= 82, \sum f = 70, \bar{X} = ? \\ \bar{X} &= A + \frac{\sum fD}{\sum f} \\ &= 20 + \frac{82}{70} = 20 + 1.17 \\ \bar{X} &= 21.17 \end{aligned}$$

QNo: 16

تفصیلاً درج ذیل پر وگرام میں پلو انٹسٹس 45, 51, 58, 61, 74, 48, 46, 50

X	D = x - 58
45	-13
51	-7
58	0
61	3
74	16
48	-10
46	-12
50	-8

$$\begin{aligned} D &= x - A \\ D &= x - 58 \Rightarrow A = 58 \\ \sum D &= -31, n = 8, \bar{X} = ? \\ \bar{X} &= A + \frac{\sum D}{n} \\ &= 58 + \frac{-31}{8} = 58 - 3.875 \\ \bar{X} &= 54.125 \end{aligned}$$

QNo: 17

کھانے والی اشیاء کا اوزان کی اوسط فی کلوگرام کیا؟

Food item	مقدار (کلوگرام) (w)	لاگت فی کلوگرام (x)	wx
Rice	10	96	960
Flour	12	48	576
Ghee	4	190	760
Sugar	3	49	147
Mutton	2	650	1300

$$\begin{aligned} \sum w &= 31, \sum wx = 3743 \\ \bar{X}_w &= \frac{\sum wx}{\sum w} = \frac{3743}{31} \\ &= 120.74 \text{ Per/kg} \end{aligned}$$

QNo: 18

مواد کا اوزان کی اوسط معلوم کریں

Item	مقدار (w)	اشیاء کی لاگت (x)	wx
washing machine	5	35	175
Heater	3	5	15
Stove	2	13	26
Dispenser	6	18	108

$$\begin{aligned} \sum w &= 16, \sum wx = 324 \\ \bar{X}_w &= \frac{\sum wx}{\sum w} = \frac{324}{16} = 20.25 \end{aligned}$$

QNo: 19

ایک کمپنی اپنے اگلے سال کے مارکیٹنگ بجٹ کی 5, 7, 8, 6, 7 ملین میں منصوبہ بندی 5 سالوں میں کر رہی ہے۔ سالانہ بجٹ (ملین میں) 5, 7, 8, 6, 7 ہیں۔ اگلے سال کا اوسط بجٹ معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} \text{Yearly budget} &= 5, 7, 8, 6, 7; n = 5, \bar{X} = ? \\ \bar{X} &= \frac{\sum x}{n} = \frac{5+7+8+6+7}{5} \\ \bar{X} &= \frac{33}{5} = 6.6 \text{ ملین} \end{aligned}$$

QNo: 20

احمد امتحان میں نمبر حاصل کیے
اردو - 78, انگلش - 65, ریاضی - 80, سائنس - 90, اسلامیات - 85, کمپیوٹر - 72

اگر مضامین کے وزن 4, 3, 2, 3, 2, 4, 5 ہوں تو اوزان کی اوسط معلوم کریں

Subject	نمبر (x)	وزن (w)	wx
Urdu	78	5	390
English	65	4	260
Science	80	2	160
Maths	90	3	270
Islamiat	85	2	170
Computer	72	4	288

$$\begin{aligned} \sum w &= 20, \sum wx = 1538 \\ \bar{X}_w &= \frac{\sum wx}{\sum w} = \frac{1538}{20} = 76.9 \end{aligned}$$

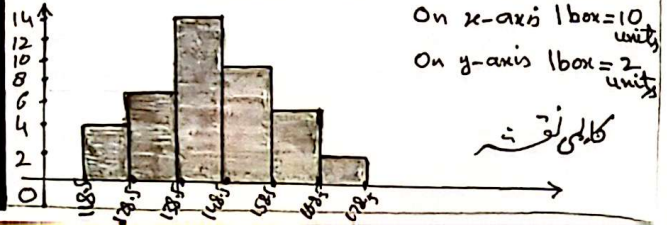
R-Exercise 12

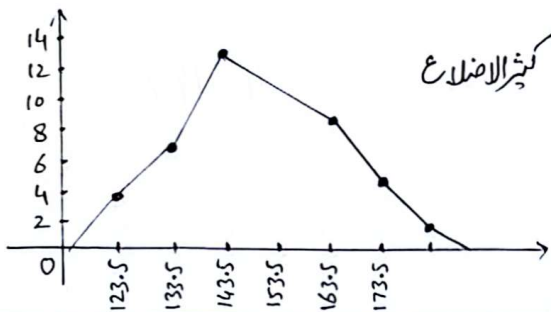
QNo: 3

40 طلباء کے اوزان تقریباً (پونڈ میں) دیکھا گیا ہے

138, 164, 150, 132, 144, 125, 149, 157, 146, 158, 140, 147, 136, 148, 152, 144, 168, 126, 138, 176, 163, 119, 154, 165, 146, 173, 142, 147, 135, 153, 140, 135, 161, 145, 135, 142, 150, 156, 145, 128
(9) نمائندگی کی نمونہ 6، سائز 10 لے کر تعدد تقسیم کا جدول بنائیں (a) کالمی نقشہ بنائیں (b) مواد کا تعدد کی کثیر الاضلاع بھی بنائیں۔
10 سائز = 176، سب سے بڑی مد = 119، سب سے چھوٹی مد = 138

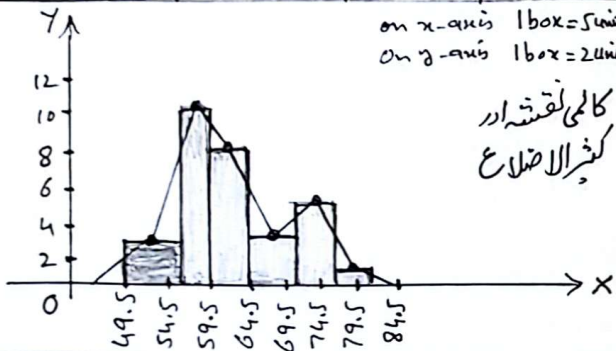
Class	تعداد	ف	درجائی نقطہ
119 - 128	1111	4	118.5 - 128.5
129 - 138	1111	7	128.5 - 138.5
139 - 148	1111111	13	138.5 - 148.5
149 - 158	1111111	9	148.5 - 158.5
159 - 168	1111	5	158.5 - 168.5
169 - 178	11	2	168.5 - 178.5





QNo: 4 تعدی تقسیم کے جدول کی مدد سے کالمی نقشہ پر تعدی کثیر الاضلاع بنائیں۔

وزن weight	(f)	حقیقی جماعتی حدود Class Boundaries	Width of class کلاس کا سائز	Adjusted Frequency
50-56	25	49.5-56.5	56.5-49.5=7	25/7 = 3.6
57-59	32	56.5-59.5	59.5-56.5=3	32/3 = 10.7
60-64	40	59.5-64.5	64.5-59.5=5	40/5 = 8
65-72	30	64.5-72.5	72.5-64.5=8	30/8 = 3.8
73-75	15	72.5-75.5	75.5-72.5=3	15/3 = 5
76-80	8	75.5-80.5	80.5-75.5=5	8/5 = 1.6



QNo: 5 45 طلباء نے بائیولوجی کے مایاتہ ٹیسٹ میں نمبر دیے

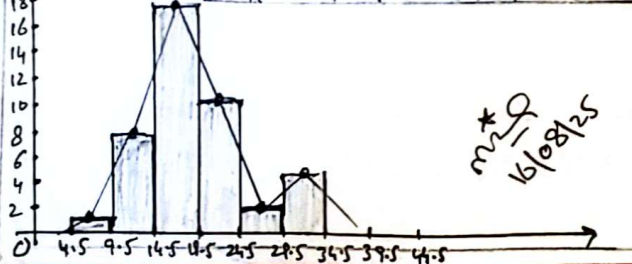
حاصل کردہ نمبر	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
طلباء کی تعداد	05	08	12	15	03	02

معلوم کریں
 پانچویں جماعتی حد 40-44 ہے
 اور اس کی بالائی حقیقی جماعتی حد 44.5 ہے
 تمام جماعتوں کی حقیقی زمریں صودر اور ان تمام جماعتوں کا درمیانی نقطہ

20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
22	27	32	37	42	47

سب سے کم تعداد والی جماعت کی زمرہ = 45-49

درمیانی نقطہ x	(f)	حقیقی جماعتی حدود c-b
5+9/2 = 7	1	4.5-9.5
12	8	9.5-14.5
17	18	14.5-19.5
22	11	19.5-24.5
27	2	24.5-29.5
32	5	29.5-34.5



QNo: 7

اوزانی اوسط معلوم کریں

اشیاء Item	تعداد (w)	لاگت (x)	wx
کرسی Chair	20	500	10,000
میز Table	20	400	8,000
تختیاں B. Board	10	750	7,500
پڑیٹ ٹیبلٹ T. Light	25	230	5,750
الٹاری cupboard	09	950	8,550
$\Sigma x = 84$			$\Sigma wx = 39,800$

$$\bar{X}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w} = \frac{39,800}{84} = 473.81$$

QNo: 8 ایک سکول کا پرنسپل مختلف شعبوں کے لیے 50,000 روپے

لڑکے کے فنڈ مختص کرنا ہے۔ کرسیاں = 15,000 روپے، میز = 2,000 روپے، بلیک بورڈ = 6,000 روپے، تزئین دار لٹری = 10,000 روپے، باغبانی = 7,000 روپے۔

برسختیہ میں فنڈز مختص کرنے کی اوسط معلوم کریں۔

$$\text{اوسط} = \frac{\text{Total fund}}{\text{No. of sectors}} = \frac{15,000 + 12,000 + 6,000 + 10,000 + 7,000}{5} = \frac{50,000}{5} = 10,000 \text{ روپے}$$

QNo: 9 سعد کے 6 ٹیسٹوں میں حاصل کردہ نمبر 68, 87, 78

تھے۔ نمبروں کا حسابی اور اوسط معلوم کریں

$$\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{84 + 91 + 72 + 68 + 87 + 78}{6} = \frac{480}{6} = 80$$

QNo: 10 مختصر طریقہ سے اوسط وزن معلوم کریں

زیادہ سے زیادہ زمرہ max. load	رسیاں (f)	درمیانی نقطہ (x)	D = x - A	fD
93-97	2	95	95-100 = -5	2x-5 = -10
98-102	5	100	100-100 = 0	0
103-107	8	105	105-100 = 5	40
108-112	12	110	110-100 = 10	120
113-117	6	115	115-100 = 15	90
118-122	2	120	120-100 = 20	40

فرض کیا $\Sigma f = 35$ اور $A = 100$

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f} = 100 + \frac{280}{35} = 100 + 8 = 108 \text{ kg}$$

QNo: 11 عثمان نے 8 مرتبہ دوڑ اٹس پھینکے۔ ہر دفعہ ان کا

نمبر 3, 4, 5, 6, 6, 8, 9, 11 کے طور پر نکلا۔ اس کے نمبروں کا وسطی نقطہ اور عمارہ معلوم کریں۔

مواد کو ترتیب سے (Ascending Order) پس لکھنے سے

3, 4, 5, 6, 6, 8, 9, 11

چونکہ تعداد زوجت (even) ہے لہذا

$$\text{وسطی نقطہ} = \bar{X} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n}{2} \right)^{\text{th}} \text{ obs.} + \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{ obs.} \right]$$

$$\bar{X} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{8}{2} \right) + \left(\frac{8+2}{2} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} (4 + 5) = \frac{1}{2} (6+6)$$

$$= \frac{1}{2} (12) = 6$$

6 دوبار آ رہا ہے (Mode) = 6

QNo = 12	اجرت	600-700	700-800	800-900	900-1000	1000-1100
	ملز میں	3	5	7	21	11

حسابی اوسط، وسطانیہ اور عادی معلوم کریں۔

Wages اجرت	ملز میں (f)	درمیانی نقطہ (x)	fx
600-700	3	$\frac{600+700}{2} = 650$	$3 \times 650 = 1950$
700-800	5	750	3750
800-900	7	850	5950
900-1000	21	950	19950
1000-1100	11	1050	11550

$$\Sigma f = 47$$

$$\Sigma fx = 43150$$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{43150}{47} = 918.09$$

(A.M)

Wages اجرت	ملز میں (f)	C.F	$(\frac{n}{2})^{th} obs.$
600-700	3	3	
700-800	5	8	
800-900	7	15	
900-1000	21	36	
1000-1100	11	47	

$$= (\frac{47}{2})^{th} obs.$$

$$= 23.5^{th} obs.$$

lies in (900-1000)

$$\text{Median} = \bar{X} = l + \frac{h}{f} \left(\frac{n}{2} - c \right)$$

$$\bar{X} = 900 + \frac{100}{21} \left(\frac{47}{2} - 15 \right)$$

$$= 900 + \frac{100}{21} (23.5 - 15)$$

$$= 900 + \frac{100}{21} (8.5) = 900 + \frac{850}{21}$$

$$= 900 + 40.48 = 940.48$$

Wages اجرت	ملز میں (f)	
600-700	3	
700-800	5	
800-900	7	
900-1000	21	عادی گن
1000-1100	11	

$$l = 900$$

$$f_m = 21$$

$$f_1 = 7$$

$$f_2 = 11$$

$$h = 100$$

$$\text{عادی} = \hat{X} = l + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h$$

$$\hat{X} = 900 + \frac{(21-7)}{(21-7) + (21-11)} \times 100$$

$$= 900 + \frac{14}{14+10} \times 100$$

$$= 900 + \frac{14}{24} \times 100 = 900 + \frac{1400}{24}$$

$$= 900 + 58.33 = 958.33$$

81 حسابی اوسط Arithmetic Mean

i) $\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n}$ = $\frac{\text{مقدار کا مجموعہ}}{\text{مقدار کی تعداد}}$ (Direct method)

ii) $\bar{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$ جبکہ $D = x - A$ A فرضی اوسط Short method. - مختصر طریقہ

iii) $\bar{X} = A + \frac{\Sigma u}{n} \times h$ جبکہ $u = \frac{x-A}{h}$ کوڈنگ طریقہ (coding)

iv) $\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ (گروپڈ میٹھنوار) Direct method

v) $\bar{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$ جبکہ $D = x - A$ مختصر طریقہ (Short method)

vi) $\bar{X} = A + \frac{\Sigma fu}{\Sigma f} \times h$ جبکہ $u = \frac{x-A}{h}$ کوڈنگ طریقہ

vii) $\bar{X}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$ (weighted mean) وزنی حسابی اوسط

Median وسطانیہ

$\bar{X} = (\frac{n+1}{2})^{th} obs.$ جب تعداد طاق (odd) ہو $(\frac{n+1}{2})^{th}$ درجہ

ii) $\bar{X} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n}{2} \right) + \left(\frac{n+2}{2} \right) \right]$ جب تعداد جفت (even) ہو

iii) $\bar{X} = l + \frac{h}{f} \left(\frac{n}{2} - c \right)$ مجموعی تعداد میں $(\frac{n}{2})^{th}$ درجہ والی گن

معلوم کر کے فارمولہ لگاتے ہیں
 جماعتی وقفے کی جسامت/سائز = h ; وسطانیہ گروہ کی حقیقی زیریں سر = l
 وسطانیہ گروہ سے پہلے مجموعی تعداد = c ; وسطانیہ گروہ کا تعداد = f
 مجموعی تعداد = n

Mode عادی

کسی بھی مواد میں سب سے زیادہ بار آتے والی مقدار کو عادی کہلاتی ہے

$$\text{عادی (mode)} = l + \frac{f_m - f_1}{(f_m - f_1) + (f_m - f_2)} \times h$$

جماعتی وقفے کی جسامت/سائز = h ; عادی گروہ کی حقیقی زیریں سر = l
 عادی گروہ سے پہلے والے گروہ = f_1 ; عادی گروہ کا تعداد = f_m
 عادی گروہ کے بعد والے گروہ کا تعداد = f_2

whatsapp * 0300, 733 5154
 0313, 733 5154
 0300, 083 1454

m**p

17/08/2025